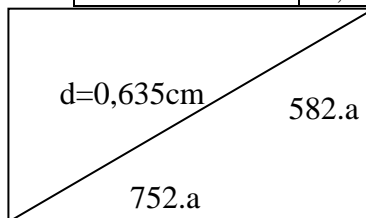


**Problème 1 : formation d'une image par une lentille sur une caméra CCD.**

- Les conditions de Gauss sont les suivantes :
  - ✓ Les rayons lumineux considérés sont peu inclinés par rapport à l'axe optique. L'angle entre le rayon lumineux incident et l'axe optique ne doit pas excéder en pratique les  $10^\circ$ .
  - ✓ Les rayons lumineux sont proches de l'axe optique. La distance entre le rayon lumineux et l'axe optique au voisinage de la lentille devra être petite devant une distance caractéristique (en général, cette distance sera la distance focale).
- Lorsqu'on se place dans les conditions de Gauss, les lentilles minces sont :
  - ✓ Stigmatique au sens approché du terme. pour un couple de points A et A' si et seulement si les rayons lumineux issus de A passent au voisinage de A' après avoir traversé le système optique.
  - ✓ Aplanétique au sens approché du terme. Il donne d'un objet étendu dans un plan de front, une image située dans un (autre) plan de front du système optique.
- La condition de réalisation d'une image réelle à partir d'un objet réel, appelée aussi condition de Bessel-Silbermann, est la suivante : il faut que  $\boxed{PC > 4f'}$ .
- On exploite la relation de conjugaison de Descartes  $-\frac{1}{OP} + \frac{1}{OC} = \frac{1}{f'}$  On en déduit que  $\boxed{\overline{OC} = \frac{Lf'}{L-f'}}$ .
- Le grandissement est défini par le rapport de la taille algébrique de l'image par la taille algébrique de l'objet  $\boxed{\gamma = \frac{A'B'}{AB}}$ . La relation de grandissement de Descartes donne alors  $\boxed{\gamma = \frac{OC}{OP} = -\frac{f'}{L-f'}}$ .
- Pour tout le tableau, on observe que  $L \gg f'$ , on en déduit l'expression approchée  $\boxed{\overline{OC} = f'}$  Alors l'image est dans le plan focal image de la lentille conjuguée à un objet à l'infini ce qui est cohérent avec  $L \gg f'$ .
- On obtient alors  $\boxed{\gamma = -\frac{f'}{L'}}$

Modèle de caméra	1	2	3	4	5
Grandissement	$-1,75 \cdot 10^{-3}$	$-1,72 \cdot 10^{-3}$	$-1,78 \cdot 10^{-3}$	$-1,72 \cdot 10^{-3}$	$-1,78 \cdot 10^{-3}$



D'après le schéma et le théorème de Pythagore

$$d^2 = (752a)^2 + (582a)^2 \text{ d'où } \boxed{a = \frac{d}{\sqrt{752^2 + 582^2}} = 6,68 \mu\text{m}}$$

Et alors la largeur vaut  $\boxed{l = 752 \cdot a = 5,02 \text{mm}}$  et la hauteur

$$\boxed{h = 582 \cdot a = 3,89 \text{mm}}$$

- 
- 
- 
- 
- 
- 
- 
- 
- On obtient les dimensions du champ de vue dans le champ d'observation en inversant la relation de grandissement :  $\boxed{l_{\text{champ}} = \frac{l}{|\gamma_{\text{moyen}}|} = 2,87 \text{m}}$  et  $\boxed{h_{\text{champ}} = \frac{h}{|\gamma_{\text{moyen}}|} = 2,22 \text{m}}$

On pourra imager la voiture entière sur la caméra CCD si le champ présente de tel dimension. Il faudra un caméra par voie entrante dans la ville pour imager tous les véhicules entrant. Il faut donc une caméra par voie plutôt qu'une caméra par rue.

- On reprend la relation de grandissement « dans le bon sens ».

Largeur de l'image d'un caractère  $\boxed{l_{\text{lettre}} = |\gamma_{\text{moyen}}| \cdot l_{\text{lettre}} = 87,5 \mu\text{m}}$  soit environ 13 pixels.

Hauteur de l'image d'un caractère  $\boxed{h_{\text{lettre}} = |\gamma_{\text{moyen}}| \cdot h_{\text{lettre}} = 138 \mu\text{m}}$  soit environ 21 pixels.

- Le grandissement  $\gamma$  doit être assez grand pour imager les caractères sur un nombre de pixels suffisant pour la reconnaissance de caractères et assez petit pour imager le véhicule entier sur la caméra. Les deux contraintes sont antagonistes et nécessitent un ajustement des propriétés de la caméra.
- Si on ne filme que dans le visible, il sera impossible de réaliser des images de nuit. Le système d'éclairage et d'imagerie infra-rouge permet de lever cette limite sans perturber les conducteurs des véhicules qui sont insensibles à ces radiations lumineuses.
- On exploite la relation fournie  $\boxed{a = 2,44 \frac{\lambda}{D} f'}$  soit  $6,92 \mu\text{m}$  pour  $\lambda = 810 \text{nm}$ , et  $8,11 \mu\text{m}$  pour  $\lambda = 950 \text{nm}$ .

La taille d'un pixel et la taille d'une tache de diffraction sont du même ordre de grandeur même si cette dernière est légèrement supérieure à la première. La diffraction dégradera légèrement la qualité des images mais l'effet ne sera pas suffisant pour rendre le système d'imagerie totalement inopérant.

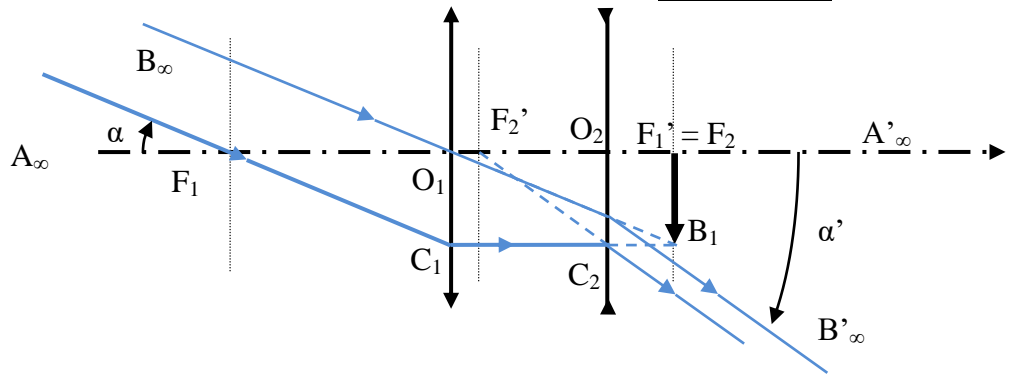
**Problème 2 : Découverte de Proxima du Centaure**

- La distance  $D_E$  fournie est de  $4,0 \cdot 10^{16}$  m. La vitesse de la lumière est  $c = 3,0 \cdot 10^8$  m.s<sup>-1</sup> et une année correspond à  $(365 \cdot 24 \cdot 3600) = 3,1 \cdot 10^7$  s. Une année lumière correspond donc à  $9,5 \cdot 10^{15}$  m. La conversion de la distance  $D_E$  en année lumière est donc bien d'environ 4,2 années-lumière.
- La lunette de Galilée, destinée à l'observation à l'œil nue doit renvoyer une image à l'infini pour que cette dernière soit vue sans accommoder (par un œil emmétrope).

On peut fournir le schéma des conjugaisons :  $A_\infty \xrightarrow{L_1} F_1' = A_1 = F_2 \xrightarrow{L_2} A'_\infty$

La lunette observe un objet à l'infini qui est conjuguée à une image intermédiaire dans le plan focal objet de  $L_1$ . La lunette produit une image finale à l'infini conjuguée à une image intermédiaire dans le plan focal image de  $L_2$ . On en déduit que  $F_1'$  et  $F_2$  sont confondus et que la distance algébrique  $O_1O_2$  est égale à  $\overline{O_1O_2} = f_1' + f_2'$ .

- La figure demandée est donnée ci contre.

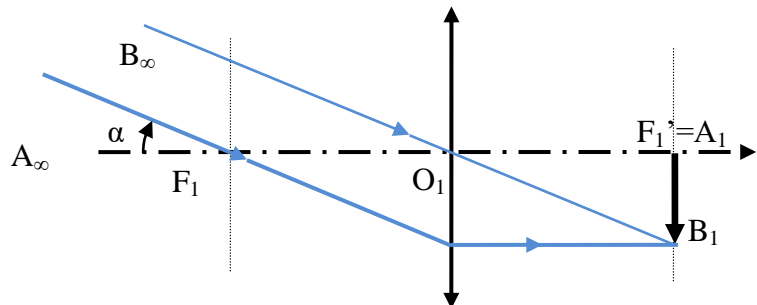


- Dans le triangle  $F_1O_1C_1$   $\tan \alpha = \frac{\overline{A_1B_1}}{f_1'} < 0$  et dans le triangle  $F_2'O_2C_2$   $\tan \alpha' = \frac{\overline{A_1B_1}}{-f_2'} < 0$

On se place dans les conditions de Gauss, pour lesquelles  $\tan \alpha \approx \alpha$  et  $\tan \alpha' \approx \alpha'$  et on obtient pour le grossissement l'expression suivante  $G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f_1'}{f_2'}$  A.N  $G = 400$  C'est un grossissement fort, adapté à l'observation d'étoiles, et positif ce qui permet d'avoir une image droite de la voûte céleste.

- L'objet est à l'infini, l'image de l'étoile par la lentille  $L_1$  est située dans le plan focal image de  $L_1$ .

Le schéma des conjugaisons est le suivant  $A_\infty \xrightarrow{L_1} F_1' = A_1$



- L'angle sous lequel on voit l'étoile est (dans les conditions de Gauss clairement respectées ici).

$$\alpha \approx \tan \alpha = -\frac{2R_E}{D_E} = \frac{\overline{A_1B_1}}{f_1'} \text{ on en déduit que } \overline{A_1B_1} = -f_1' \frac{2R_E}{D_E} \text{ ou } \overline{A_1B_1} = f_1' \frac{2R_E}{D_E}$$

- $A_1$  étant l'objet pour la lentille  $L_2$ .

la relation de grandissement avec origine au foyer objet donne  $\gamma_2 = \frac{f_2'}{F_2A_1}$  d'où  $\overline{F_2A_1} = \frac{f_2'}{\gamma_2}$

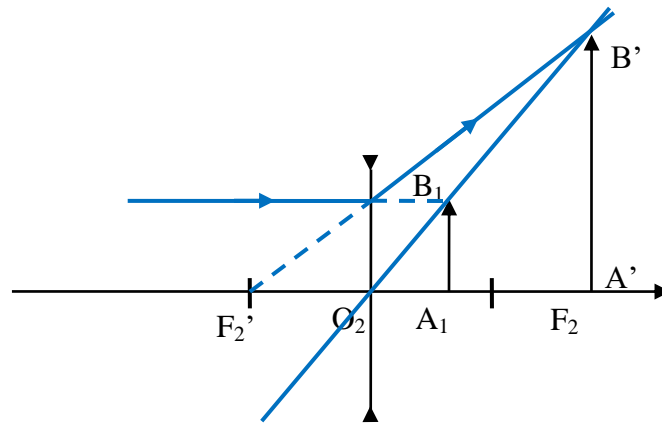
La relation de Chasles donne alors  $\overline{O_2A_1} = \overline{O_2F_2} + \overline{F_2A_1} = -f_2' + \frac{f_2'}{\gamma_2}$  d'où  $\overline{O_2A_1} = -f_2' \left( \frac{\gamma_2 - 1}{\gamma_2} \right)$

On constate que cette distance est positive, l'objet est donc virtuel, situé entre le centre optique et le foyer objet de la lentille divergente.

- La taille finale est  $\overline{A'B'} = \gamma_2 \overline{A_1B_1}$  soit  $\overline{A'B'} = -\gamma_2 \frac{2f_1'R_E}{D_E}$  ou  $\overline{A'B'} = \gamma_2 \frac{2f_1'R_E}{D_E}$

A.N :  $\overline{A'B'} = 1,6 \cdot 10^{-7}$  m ... C'est vraiment tout petit.

9. La figure demandée est la suivante.



10. On constate que la taille d'un cristal photosensible de chlorure d'argent est (largement) plus grande que la taille de l'image de l'étoile sur la plaque. On en déduit **qu'on voit une image ponctuelle de l'étoile sur la plaque photo.**

11. L'aire totale est  $S = L.l$  l'aire d'un pixel est donc  $s = \frac{S}{N} = \frac{L.l}{N}$  ce qui donne pour des pixels carré une

taille  $a = \sqrt{s} = \sqrt{\frac{L.l}{N}}$ . L'application numérique donne  $a = 3.10^6 \mu m$ . Les pixels de la CCD sont toujours de taille (largement) supérieure à l'image. **L'étoile est vue comme ponctuelle le capteur photosensible.**

12. La dispersion angulaire due à la diffraction derrière la lentille  $L_1$  est caractérisée par une ouverture angulaire  $\theta_{diff} \approx \sin \theta_{diff} \approx \frac{\lambda_{obs}}{D_1}$ . Chaque point observé est alors étalé sur une tache de diffraction de

taille  $T_1 = f_1' \theta_{diff}$  donnant une tache de taille finale  $T' = \gamma_2 T_1 = \gamma_2 \frac{f_1' \lambda_{obs}}{D_1} = 3,8.10^{-5} m$ .

La conclusion finale est l'observation d'une figure de diffraction de taille typique  $40 \mu m$  sur la plaque photo ou sur le capteur photosensible. Les prévisions de l'optique géométrique sont donc largement remises en cause par le phénomène de diffraction.

L'observation de l'étoile ne sera cependant pas vraiment impactée sauf si une autre étoile proche donne une tache de diffraction se superposant à celle de Proxima Centauri.