

Semaine de colle numéro 6 : 4 au 8 novembre 2024.

Chapitre de cours : Oscillateur harmonique et oscillateur amorti en régime transitoire.

Chapitre de TD : Circuits du premier ordre en régime transitoire.

Liste des questions de cours :

Oscillateur harmonique et oscillateur amorti en régime transitoire.

1. On considère un circuit constitué d'un générateur de tension idéale en série avec une bobine (idéale) d'inductance L et un condensateur (idéal) de capacité C . Réponse en régime libre, on envisage que le générateur passe d'une fem E_0 à une fem nulle à l'instant $t=0$,
 - Etablir l'expression de $U_C(t<0)$ en supposant que le circuit est en régime stationnaire ainsi que l'expression de $i(t<0)$.
 - Etablir l'équation différentielle vérifiée par $U_C(t)$ sur l'intervalle $[0, +\infty[$, la mettre sous forme canonique.
 - Donner la solution générale de cette équation et établir l'expression de $U_C(t)$.
2. On considère un circuit constitué d'un générateur de tension idéale en série avec un conducteur ohmique de résistance R , une bobine d'inductance L et un condensateur de capacité C . Réponse à un échelon de tension, on envisage que le générateur passe d'une fem nulle à une fem E_0 à l'instant $t=0$,
 - Etablir l'expression de $U_C(t<0)$ en supposant que le circuit est en régime stationnaire ainsi que l'expression de $i(t<0)$.
 - Etablir l'équation différentielle vérifiée par $U_C(t)$ sur l'intervalle $[0, +\infty[$, la mettre sous forme canonique.
3. On considère un système dans lequel la tension étudiée $U(t)$ vérifie l'équation différentielle $\frac{d^2U}{dt^2}(t) + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dU}{dt}(t) + \omega_0^2 U(t) = \omega_0^2 E_0$ avec les conditions initiales $U(t=0^+) = 0$; $(dU/dt)(t=0^+) = 0$.
 - Sous quelle forme cherche-t-on les solutions de l'équation homogène ? En déduire le polynôme caractéristique.
 - Déterminer les racines de ce polynôme dans le cas où $Q < 1/2$. Donner alors l'expression générale des solutions de l'équation homogène.
 - Donner la solution particulière de l'équation complète puis la solution générale de l'équation complète.
 - Obtenir alors l'expression de $U(t)$ sur l'intervalle $[0, +\infty[$. Faire une représentation graphique.
4. On considère un système dans lequel la tension étudiée $U(t)$ vérifie l'équation différentielle $\frac{d^2U}{dt^2}(t) + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dU}{dt}(t) + \omega_0^2 U(t) = \omega_0^2 E_0$ avec les conditions initiales $U(t=0^+) = 0$; $(dU/dt)(t=0^+) = 0$.
 - Sous quelle forme cherche-t-on les solutions de l'équation homogène ? En déduire le polynôme caractéristique.
 - Déterminer les racines de ce polynôme dans le cas où $Q = 1/2$. Donner alors l'expression générale des solutions de l'équation homogène.
 - Donner la solution particulière de l'équation complète puis la solution générale de l'équation complète.
 - Obtenir alors l'expression de $U(t)$ sur l'intervalle $[0, +\infty[$. Faire une représentation graphique.

5. On considère un système dans lequel la tension étudiée $U(t)$ vérifie l'équation différentielle $\frac{d^2U}{dt^2}(t) + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dU}{dt}(t) + \omega_0^2 U(t) = \omega_0^2 E_0$ avec les conditions initiales

$$U(t=0^+) = 0 ; (dU/dt)(t=0^+) = 0.$$

- Sous quelle forme cherche-t-on les solutions de l'équation homogène ? En déduire le polynôme caractéristique.
- Déterminer les racines de ce polynôme dans le cas où $Q > 1/2$. Donner alors l'expression générale des solutions de l'équation homogène.
- Donner la solution particulière de l'équation complète puis la solution générale de l'équation complète.
- Obtenir alors l'expression de $U(t)$ sur l'intervalle $[0, +\infty[$. Faire une représentation graphique.

A propos des fonctions sinusoïdales.

Une fonction sinusoïdale peut s'écrire sous les formes suivantes :

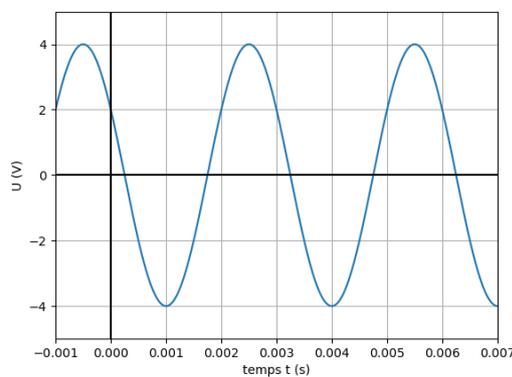
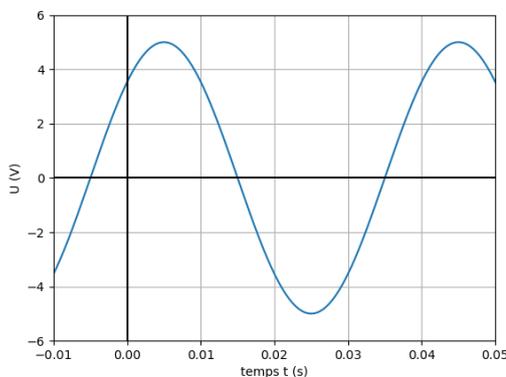
$$f(t) = A_1 \cos(\omega t) + A_2 \sin(\omega t) = A \cos(\omega t + \varphi_0) = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}(t - t_0)\right) = A \cos(2\pi f(t - t_0))$$

Nommer les paramètres suivants : A , φ_0 , ω , f , T , t_0 et préciser les unités dans lesquelles s'expriment ces grandeurs.

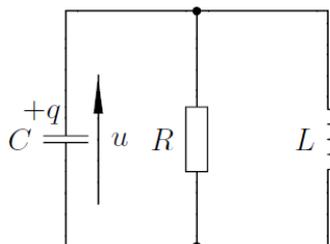
1. Ecrire les relations liant A_1 , A_2 , A et φ_0 .

Pour les fonctions sinusoïdales représentées ci-dessous en fonction du temps t :

2. Déterminer les valeurs numériques de A , T et t_0 par lecture graphique.
3. En déduire les valeurs de f , ω et φ_0 .
4. Le signal est-il en avance ou en retard de phase par rapport au signal de référence présentant un maximum en $t=0$?



AD : Circuit RLC parallèle



Un condensateur est chargé et présente alors une tension constante U_0 sur l'intervalle de temps $t < 0$. A l'instant initial, on le connecte à un circuit constitué d'un conducteur ohmique et d'une bobine en parallèle dans lequel ne circule aucun courant sur l'intervalle de temps $t < 0$.

1. Déterminer les conditions initiales de ce problème en exprimant $u(t=0^+)$ et $i_c(t=0^+)$.
2. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ sur l'intervalle $t > 0$. La mettre sous forme canonique et exprimer les paramètres introduits en fonction de C , R et L .
3. Exprimer R_C la résistance pour laquelle on observe un régime critique.

On suppose que la résistance est égale à R_C .

4. Déterminer l'expression de $u(t)$ sur l'intervalle de temps $t > 0$.