Semaine de colle numéro 7 : 11 au 15 novembre 2024.

Chapitre de cours : Oscillateur harmonique et oscillateur amorti en régime transitoire. Oscillateurs en régime sinusoïdal forcé.

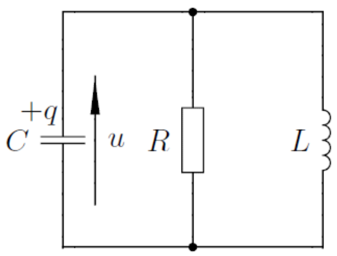
Chapitre de TD : Circuits du premier ordre en régime transitoire. Oscillateur harmonique et oscillateur amorti en régime transitoire.

Liste des questions de cours :

Oscillateur harmonique et oscillateur amorti en régime transitoire.

1. On considère un circuit constitué d'un générateur de tension idéale en série avec un conducteur ohmique de résistance R, une bobine d'inductance L et un condensateur de capacité C. Réponse à un échelon de tension, on envisage que le générateur passe d'une fem nulle à une fem E_O à l'instant t=0,
   - Etablir l'expression de Uc(t<0) en supposant que le circuit est en régime stationnaire.
   - Etablir l'expression de Uc(t→∞) en supposant que le circuit a atteint un nouveau régime stationnaire.
   - Etablir l'équation différentielle vérifiée par Uc(t) sur l'intervalle [0, +∞[, la mettre sous forme canonique.
2. On considère un système dans lequel la tension étudiée U(t) vérifie l'équation différentielle $\frac{d^2U}{dt^2}(t)+\frac{\omega_O}{Q}\frac{dU}{dt}(t)+\omega_O^2U(t)=\omega_O^2E_O$ avec les conditions initiales U(t=0$^+$)=0 ; (dU/dt)(t=0$^+$)=0.
   - Sous quelle forme cherche-t-on les solutions de l'équation homogène ? En déduire le polynôme caractéristique.
   - Déterminer les racines de ce polynôme dans le cas où Q<1/2. Donner alors l'expression générale des solutions de l'équation homogène.
   - Donner la solution particulière de l'équation complète puis la solution générale de l'équation complète.
   - Obtenir alors l'expression de U(t) sur l'intervalle [0,+∞[.
3. On considère un système dans lequel la tension étudiée U(t) vérifie l'équation différentielle $\frac{d^2U}{dt^2}(t)+\frac{\omega_O}{Q}\frac{dU}{dt}(t)+\omega_O^2U(t)=\omega_O^2E_O$ avec les conditions initiales U(t=0$^+$)=0 ; (dU/dt)(t=0$^+$)=0.
   - Sous quelle forme cherche-t-on les solutions de l'équation homogène ? En déduire le polynôme caractéristique.
   - Déterminer les racines de ce polynôme dans le cas où Q=1/2. Donner alors l'expression générale des solutions de l'équation homogène.
   - Donner la solution particulière de l'équation complète puis la solution générale de l'équation complète.
   - Obtenir alors l'expression de U(t) sur l'intervalle [0,+∞[.
4. On considère un système dans lequel la tension étudiée U(t) vérifie l'équation différentielle $\frac{d^2U}{dt^2}(t)+\frac{\omega_O}{Q}\frac{dU}{dt}(t)+\omega_O^2U(t)=\omega_O^2E_O$ avec les conditions initiales U(t=0$^+$)=0 ; (dU/dt)(t=0$^+$)=0.
   - Sous quelle forme cherche-t-on les solutions de l'équation homogène ? En déduire le polynôme caractéristique.
   - Déterminer les racines de ce polynôme dans le cas où Q>1/2. Donner alors l'expression générale des solutions de l'équation homogène.
   - Donner la solution particulière de l'équation complète puis la solution générale de l'équation complète.
   - Obtenir alors l'expression de U(t) sur l'intervalle [0,+∞[.

AD1 : Circuit RLC parallèle



Un condensateur est chargé et présente alors une tension constante U_O sur l'intervalle de temps t<0. A l'instant initial, on le connecte à un circuit constitué d'un conducteur ohmique et d'une bobine en parallèle dans lequel ne circule aucun courant sur l'intervalle de temps t<0.

1. Déterminer les conditions initiales de ce problème en exprimant $u(t=0^+)$ et $i_c(t=0^+)$.
2. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par u(t) sur l'intervalle t>0. La mettre sous forme canonique et exprimer les paramètres introduits en fonction de C, R et L.
3. Exprimer R_C la résistance pour laquelle on observe un régime critique.

On suppose que la résistance est égale à R_C.

4. Déterminer l'expression de u(t) sur l'intervalle de temps t>0.

Oscillateurs en régime sinusoïdal forcé.

5. On considère un circuit constitué d'un conducteur ohmique de résistance R, une bobine d'inductance L et un condensateur de capacité C en série. Il est alimenté par un GBF délivrant un signal sinusoïdal $e(t)=e_O\cos(\omega t)$.
   - Etablir l'équation différentielle vérifiée par Uc(t) sur l'intervalle [0, +∞[, la mettre sous forme canonique.
   - Indiquer la forme de la solution particulière de l'équation complète.
   - Introduire les signaux complexes $\underline{e}(t)$ et $\underline{U_C}(t)$ et traduire l'équation différentielle pour obtenir l'expression de $\underline{u_O}$ l'amplitude complexe de la tension aux bornes du condensateur.

6. On donne l'amplitude complexe de la réponse en tension du circuit RLC en régime sinusoïdal forcé : $\underline{u_O} = \dfrac{\omega_O^2 e_O}{(\omega_O^2-\omega^2)+j\dfrac{\omega_O\omega}{Q}} = \dfrac{e_O}{(1-x^2)+j\dfrac{x}{Q}}$.
   - En déduire les expressions de l'amplitude u_O et du déphasage φ de la tension en notation réelle.
   - Tracer la courbe représentative de cette amplitude en fonction de log(x), x étant la pulsation réduite, en y faisant figurer les différents cas.
   - Déterminer le critère portant sur la valeur du facteur de qualité Q pour observer une résonnance. Exprimer alors la pulsation réduite de résonnance x_R.

7. On considère un circuit constitué d'un conducteur ohmique de résistance R, une bobine d'inductance L et un condensateur de capacité C en série. Il est alimenté par un GBF délivrant un signal sinusoïdal $e(t)=e_O\cos(\omega t)$.
   - Donner les expressions des impédances complexes associées au conducteur ohmique, à la bobine et au condensateur.
   - Quelle est alors l'impédance complexe associée au circuit RLC série ?
   - En déduire l'amplitude complexe $\underline{i_O}$ de l'intensité dans le circuit RLC série.

8. On donne l'amplitude complexe de la réponse en intensité du circuit RLC en régime sinusoïdal forcé : $\underline{i_O} = \dfrac{e_O/R}{1+jQ\left(x-1/x\right)}$.
   - En déduire les expressions de l'amplitude i_O du signal réel et du déphasage φ du signal réel.
   - Tracer la courbe représentative de cette amplitude en fonction de log(x), x étant la pulsation réduite, en y faisant figurer les différents cas.
   - Indiquer l'expression de la largeur caractéristique de la résonnance en intensité en fonction du facteur de qualité Q (sans démonstration).