Feuille de physique numéro 7 **PCSI2** **2024-2025**

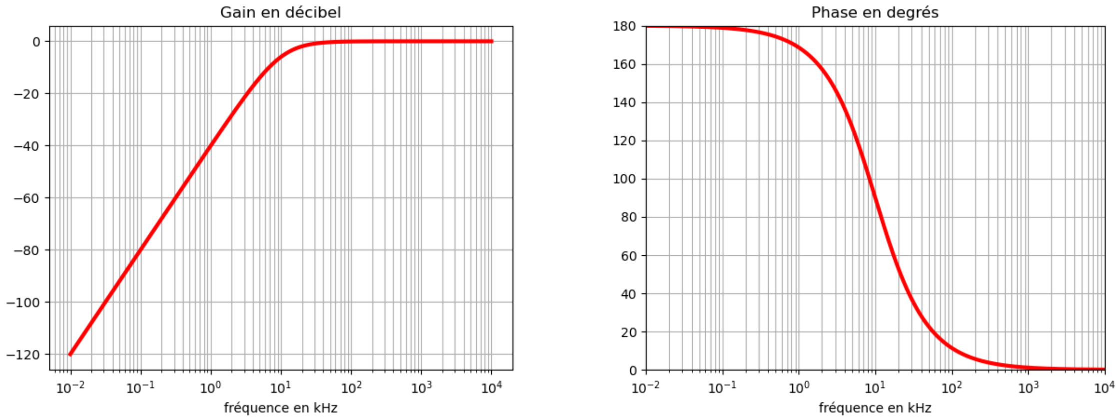
Filtres en électrocinétique.

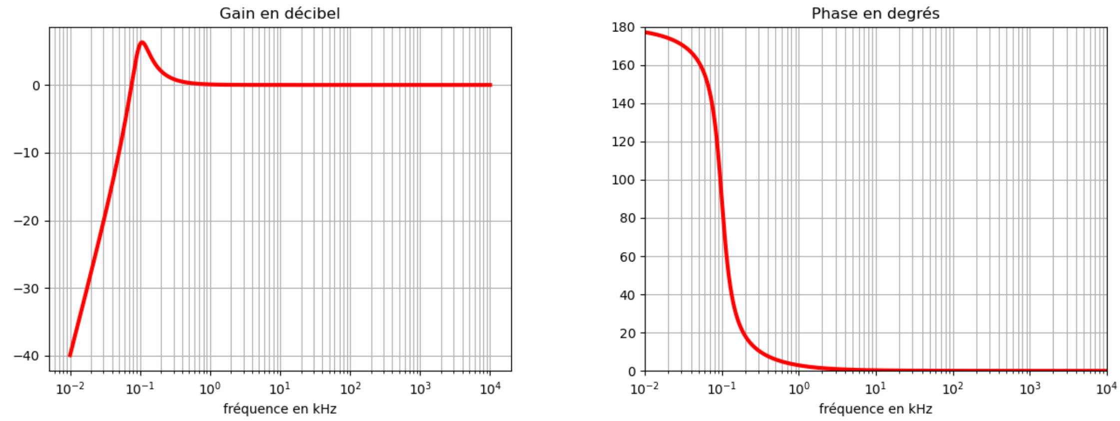
Exercice 1 : Etude de filtres par les diagrammes de Bode.

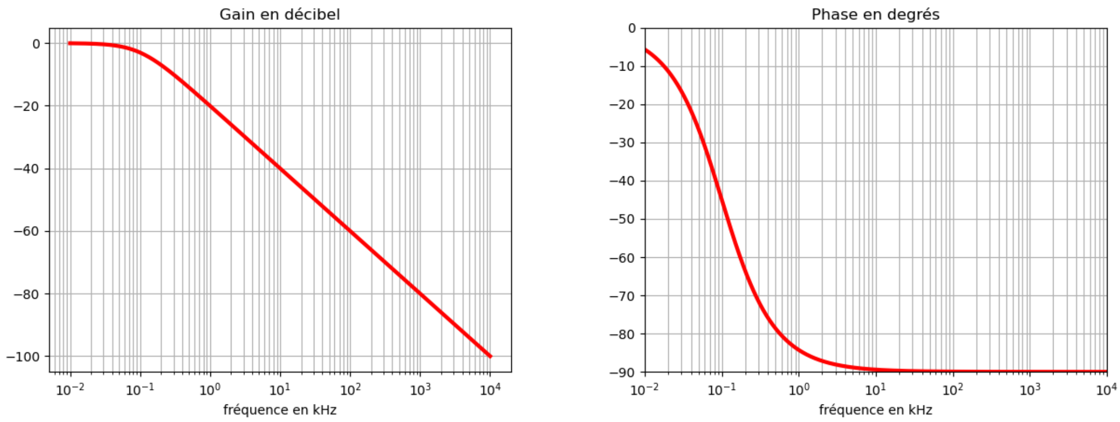
On présente ici les diagrammes de Bode correspondant à trois filtres distincts. Pour chacun de ces filtres :

1. indiquer à quel type de filtre il correspond.
2. Préciser l’ordre du filtre, sa fréquence propre ainsi que sa bande passante.
3. Déterminer l’expression du signal en sortie s(t) si on envoie en entrée le signal :

$$e(t)=e_O+e_O\cos(\omega.t)+e_O\cos\left(10\omega.t+\frac{\pi}{4}\right)+e_O\cos\left(100\omega.t-\frac{\pi}{3}\right) \quad \text{où} \quad f=\frac{\omega}{2\pi}=1kHz$$







Exercice 2 : Filtrer des signaux acoustiques.

Un dispositif de traitement de signaux acoustiques nécessite la séparation des composantes sonores et ultrasonores. On souhaite éliminer les composantes ultrasonores : il faut donc réaliser un filtre passe-bas. Le cahier des charges du dispositif indique les caractéristiques suivantes :

- L’atténuation des fréquences comprises entre 0 et 20 kHz doit être inférieure à 3 dB ;
- L’atténuation des fréquences supérieures à 40 kHz doit être supérieure à 10 dB.

1. Représenter sur un diagramme les contraintes auxquelles le filtre doit répondre.

Le filtre le plus simple serait un passe-bas du premier ordre de fréquence de coupure $f_C = f_0 = 20$ kHz et de gain statique unitaire.

2. Exprimer la fonction de transfert de ce filtre en tenant compte du descriptif précédent.
3. Rappeler ou retrouver la pente des asymptotes du diagramme de Bode en gain de ce filtre et calculer son gain à la fréquence f_0.

4. Montrer qu'il ne peut pas satisfaire au cahier des charges imposé. Justifier qu'il est nécessaire d'utiliser un filtre d'ordre plus élevé.

On se tourne alors vers un filtre passe-bas du second ordre de fonction de transfert $\underline{H}(jx) = \dfrac{1}{1 + j\dfrac{x}{Q} - x^2}$ de fréquence propre $f_{O.}$

5. Rappeler ou retrouver la pente des asymptotes du diagramme de Bode en gain de ce filtre.
6. Calculer le gain en décibel de ce filtre pour $f = f_0$. En déduire les valeurs de Q permettant de satisfaire la première condition.
7. Va-t-il finalement satisfaire au cahier des charges imposé ?

Exercice 3 : Egalisation RIAA.

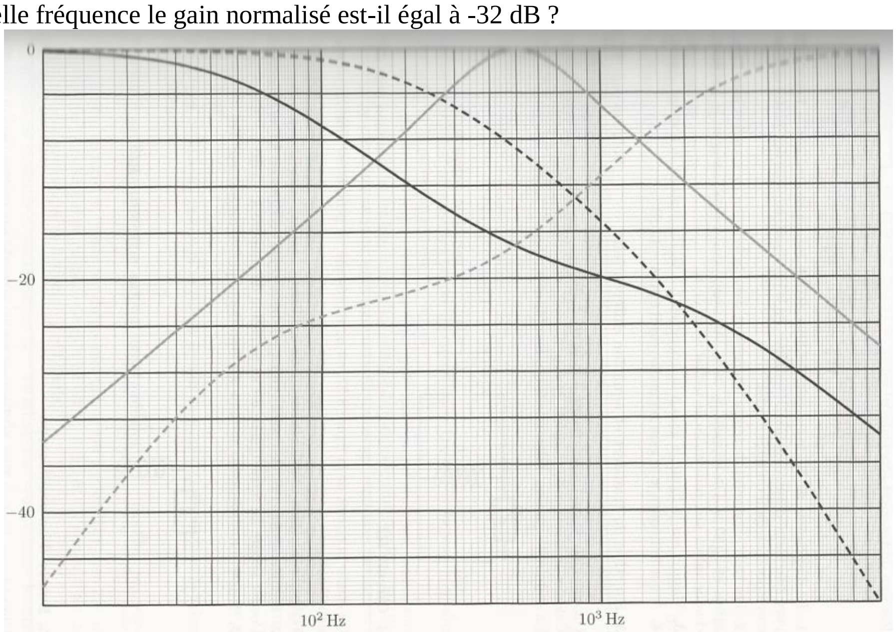
L'égalisation RIAA (Recording Industry Association of America) est un standard pour l'enregistrement et la restitution des disques vinyles. Lors de la lecture du disque, le signal électrique est envoyé dans un filtre dont la fonction de transfert s'écrit : $\underline{H} = \dfrac{1 + j\tau_1\omega}{(1 + j\tau_2\omega)(1 + j\tau_3\omega)}$

Le diagramme de Bode en amplitude du filtre est représenté ci-dessous, parmi d'autres gains.

1. Identifier la courbe correspondant à la fonction de transfert ci-dessus.

Les trois constantes de temps intervenant valent 75 µs, 318 µs et 3180 µs. On suppose $\tau_2 > \tau_3$.

2. Attribuer chaque valeur aux 3 constantes de temps, en le justifiant.
3. Mesurer sur la figure le gain à la fréquence 50 Hz. Commentaire ?
4. A quelle fréquence le gain normalisé est-il égal à -32 dB ?



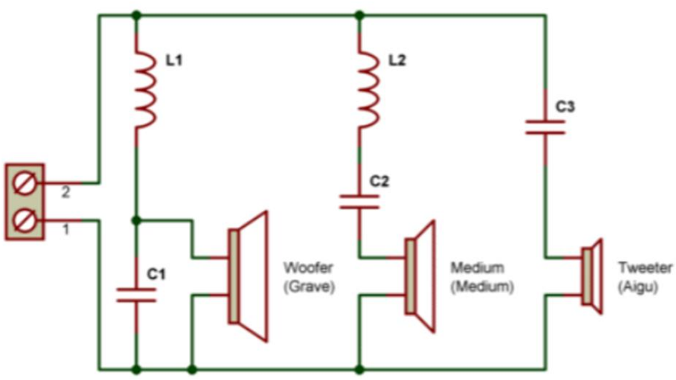
Exercice 4 : système acoustique multivoies.

La reproduction de l'ensemble des sons graves et aigus d'une source sonore peut être assurée par un seul haut-parleur dit à large bande mais elle est difficilement optimisée. En effet la restitution des sons graves est plus aisée sur un haut-parleur de grand diamètre, alors que la restitution d'un son aigu est plus aisée sur un haut-parleur de petit diamètre. On est donc amené naturellement à découper le spectre sonore audible en plusieurs bandes, chacune restituée par un haut-parleur dont le diamètre est adapté à la bande sonore considérée.

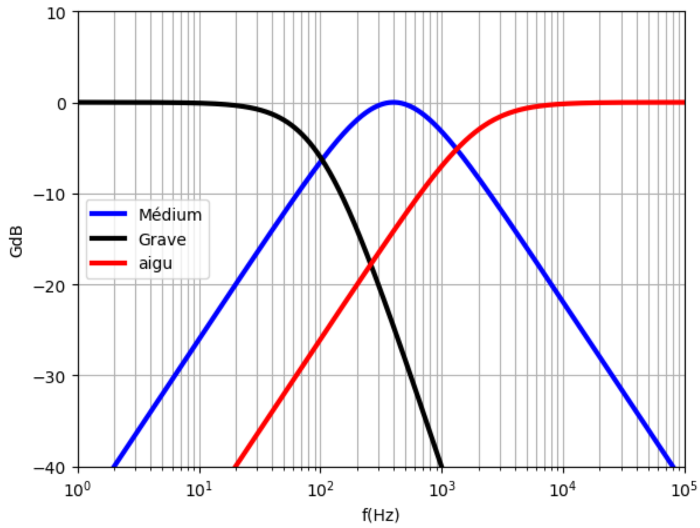
Un schéma de câblage pour une enceinte Hi-Fi à trois haut-parleurs est présenté sur un site internet avec les spécifications suivantes :

HP grave : R=50Ω, HP médium R=50Ω, HP aigu R=50Ω, L_1=0,16H, L_2=10mH, C_1=16µF, C_2=16µF, C_3=1,6µF.

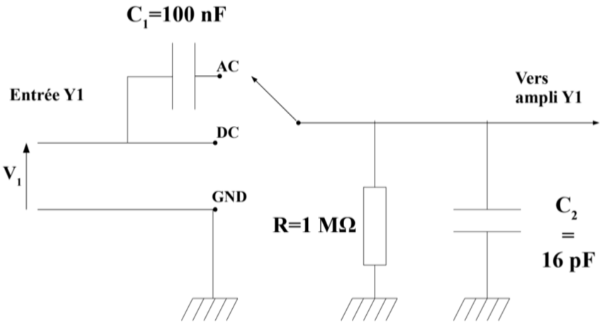
1. Identifier le rôle joué par chacun des haut-parleurs et vérifier la cohérence avec le schéma proposé.



2. Identifier à partir des figures suivantes les bandes passantes à -3dB des trois filtres. La discrimination des fréquences vous parait-elle satisfaisante ?
3. Déterminer les fonctions de transfert, et identifier la fréquence propre et éventuellement le facteur de qualité du filtre proposé. Vérifier la cohérence avec le diagramme de Bode proposé.



Exercice 5 : Couplage DC et AC d'un oscilloscope numérique.



Sur un oscilloscope, on peut choisir plusieurs modes de couplage.
Le couplage par défaut est le couplage DC pour lequel l'entrée de l'oscilloscope peut être modélisée par la mise en parallèle d'un conducteur ohmique de résistance R=1MΩ et d'un condensateur de capacité C_2 =16pF.
On lit sur l'oscilloscope une plage de fonctionnement allant jusqu'à 50MHz, on va chercher à vérifier que cette valeur est correcte dans les conditions d'utilisation les plus simples de l'oscilloscope.

1. Evaluer numériquement les modules des impédances du conducteur ohmique et du condensateur à la fréquence indiquée. En déduire une simplification du circuit sur le domaine très haute fréquence.
2. Proposer un schéma électrique pour la connexion directe d'un GBF de résistance interne r=50Ω sur l'oscilloscope réglé sur le couplage DC.
3. Etudier le circuit obtenu, déterminer la nature du filtre et la fréquence propre. Comparer à la fréquence fournie par le constructeur.

L'autre couplage possible est le mode AC qui permet de sélectionner la partie alternative du signal mesuré. Un condensateur de capacité C_1=100nF est alors inséré dans la chaine de traitement du signal.

4. Evaluer numériquement les modules des impédances de la résistance interne du GBF et du condensateur inséré pour une fréquence typique de 10Hz puis 1kHz. En déduire une simplification du circuit sur le domaine basse fréquence et donner un schéma équivalent.

Ce circuit a pour vocation d'éliminer la valeur moyenne du signal. La fonction de transfert en couplage AC s'écrit : $\underline{H}(j\omega)=\dfrac{1}{1+\dfrac{C_2}{C_1}}\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{1}{jR(C_2+C_1)\omega}\right)}$

5. Comparer les valeurs des capacités des condensateurs et proposer une forme simplifiée de la fonction de transfert.

Pour la suite, on utilisera l'expression simplifiée de la fonction de transfert.

6. Déterminer la nature du filtre et exprimer la fréquence de coupure à -3dB.

Comme on l'a déjà dit, le couplage AC a pour fonction de supprimer la composante continue du signal d'entrée et de ne transmettre donc que la composante alternative.

On considère le signal d'entrée suivant : $e(t)=e_0+e_1\cos(\omega.t)$

7. Pour f = 1 kHz, le couplage AC remplit-il correctement sa fonction ? Pour f = 1 Hz, le couplage AC remplit-il correctement sa fonction ?

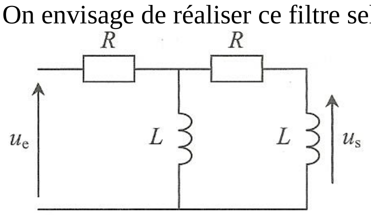
Exercice 6 : Filtre ADSL.

Les signaux transmis par une ligne téléphonique utilisent une large gamme de fréquences divisée en deux parties : Les signaux téléphoniques (transmettant la voix) utilisent les fréquences entre 0 et 4kHz ; les signaux informatiques (Internet) utilisent les fréquences de 70kHz à 1,1MHz.
On souhaite réaliser un filtre pour lequel le gain est compris entre 0 et -10dB pour le domaine des fréquences Internet et qui assure une atténuation minimale de 40dB sur le domaine des fréquences téléphoniques.

Filtres en électrocinétique.

1. Représenter sur un diagramme de Bode les contraintes que doit respecter le filtre pour transmettre le signal Internet correctement.

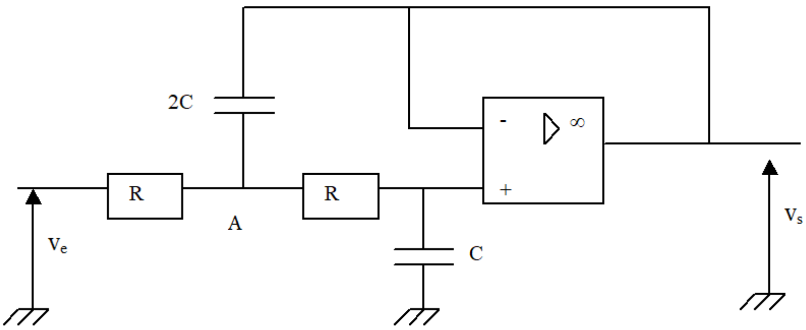
On envisage de réaliser ce filtre selon le schéma de la figure suivante.



2. Montrer que la fonction de transfert de ce filtre se met sous la forme $\underline{H} = \dfrac{-x^2}{1+3jx-x^2}$, exprimer x en fonction de f, R et L.
3. Monter que si on choisit pour fréquence propre du filtre f_O = 70kHz, on satisfait à la première condition imposée. Déterminer si on remplit alors la seconde condition imposée.
4. Déterminer la valeur d'inductance L de la bobine si on choisit pour valeur de résistance R = 10kΩ.

Exercice 7 : sélection de fréquences dans la bande FM.

On considère le circuit électronique suivant :



La tension d'entrée est fournie par un générateur basse fréquence et s'écrit $v_e = E_m\cos\omega t$.
La tension de sortie sera notée $v_s = V_m\cos(\omega t+\varphi)$.

1. Quelle caractéristique du circuit autorise l'hypothèse d'un fonctionnement en régime linéaire ?
2. Déterminer par des considérations physiques, de manière qualitative et sans calcul, la nature du filtre.

La fonction de transfert du filtre est donnée par $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = \dfrac{1}{1+\dfrac{j}{Q}\dfrac{\omega}{\omega_O}-\left(\dfrac{\omega}{\omega_O}\right)^2}$ où $\omega_O = \dfrac{1}{\sqrt{2}RC}$ et $Q = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

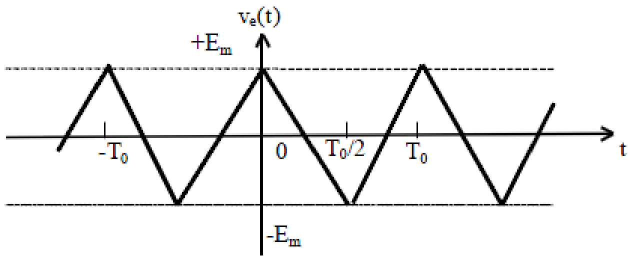
3. Quel est la nature de ce filtre d'après la fonction de transfert ? Quel est l'ordre de ce filtre ? Que penser de la valeur du facteur de qualité de ce filtre ?

Applications numériques : on donne C = 0,10µF et R=1,0kΩ.

4. Calculer la fréquence propre f_0. Définir, puis déterminer la bande passante du filtre.
5. Effectuer les études asymptotiques basse fréquence, haute fréquence et à la fréquence propre de la fonction de transfert et déterminer l'expression du gain en décibel et de la phase dans ces trois cas.
6. Tracer le diagramme de Bode asymptotique de ce filtre.

On considère dans un premier temps que la tension d'entrée est une tension triangulaire de pulsation ω_O dont la décomposition en série de Fourier s'écrit selon la forme donnée ci-dessous. Ici E_m prend la valeur 1,0V.

$$v_e(t) = \frac{8E_m}{\pi^2}\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{1}{(2k+1)^2}\cos\left((2k+1)\omega_O t\right)$$



On constate expérimentalement que la tension de sortie v_s est une fonction quasi-sinusoïdale du temps.

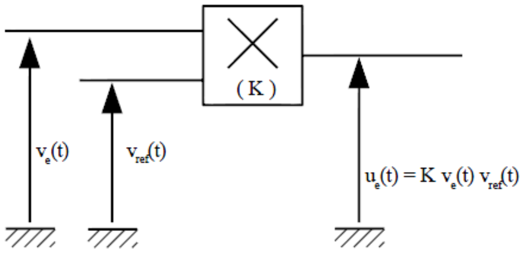
7. Analyser qualitativement l'effet du filtre sur le signal. Exprimer puis déterminer numériquement l'amplitude du signal quasi-sinusoïdal en sortie.
8. Déterminer l'amplitude en sortie de la première harmonique non nulle et déterminer le taux de distorsion du signal par rapport à un signal sinusoïdal pur en ne tenant compte que de cette première harmonique.

Toutes les stations de radio de la bande FM émettent dans une bande de fréquence comprise entre 87,5MHz et 108MHz. Pour présenter simplement le problème, on va considérer deux radio (a) et (b) qui émettent sur les fréquences f_a et f_b des signaux purement sinusoïdaux $v_a(t) = a_O\cos(2\pi f_a t)$ et $v_b(t) = b_O\cos(2\pi f_b t+\theta)$.

Filtres en électrocinétique.

Le tuner de l'appareil récepteur dans nos voitures permet de sélectionner une fréquence, et donc une radio particulière en utilisant le système composé des éléments suivants :

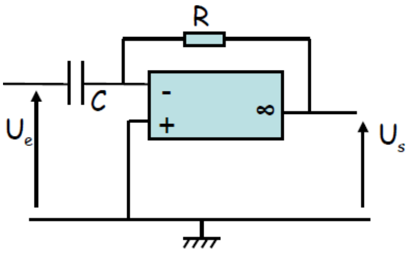
- Un circuit multiplieur de gain K dont le schéma de principe est donné ci contre. Pour sélectionner la radio émettant sur la fréquence f_a, le signal de référence construit est $v_{ref}(t) = v_O \cos(2\pi f_a t)$
- Le filtre précédent avec des valeurs de R et C adaptés pour cette application en radio.

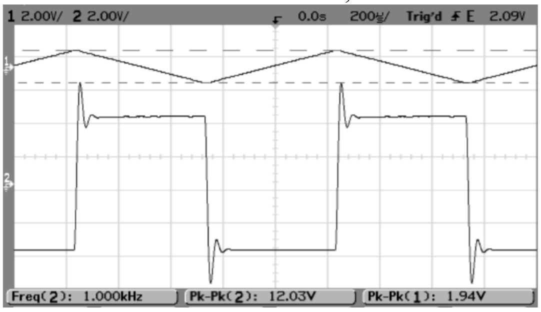


9. Montrer que le signal $u_e(t)$ en sortie du multiplieur est la somme de quatre composantes sinusoïdales dont on exprimera les amplitudes et les fréquences.
10. Tracer alors le spectre de $u_e(t)$ en prenant pour valeurs de fréquences f_a=90 MHz et f_b=90,1MHz.
11. Quelle composante du signal $u_e(t)$ cherche-t-on à isoler pour écouter la radio (a) ? Le filtre étudié permet-il de faire cette opération ?
12. En utilisant l'expression asymptotique à HF du filtre, déterminer la fréquence de coupure maximale à utiliser pour que le signal de la radio (b) soit amorti d'un facteur 10^3. Vérifier que f_O remplie ce critère.

Exercice 8 : réalisation d'une opération de dérivation.

On considère le circuit ci-dessous à gauche. l'ALI sera considéré dans le modèle idéal. R=10,0kΩ et C=100nF.





1. Justifier qu'on mène l'étude du circuit en régime linéaire.
2. Etablir alors la fonction de transfert de ce filtre, et la traduire en une équation différentielle justifiant le nom de dérivateur donné à ce circuit.

On donne ci-dessus à droite la capture d'écran de l'oscilloscope lorsqu'on place en entrée du circuit un signal triangle sans composante constante, observé sur la voie 1 de l'oscilloscope. La sortie du circuit est observée sur la voie 2.

3. Lire sur la figure l'amplitude du signal triangle, la fréquence fondamentale du signal. Indiquer alors l'allure du signal attendu en sortie en précisant la fréquence fondamentale et l'amplitude de ce signal.
4. Quel écart observe-t-on entre le signal attendu et le signal réel ? Caractériser cet écart le plus précisément possible, en donnant par exemple l'amplitude caractéristique et la pseudo-période caractéristique du signal.

Cette réponse avec un régime transitoire pseudopériodique est due au caractère non idéal de l'ALI, la fonction de transfert du circuit prend en fait l'allure suivante : $\underline{H}(jf) = \dfrac{-2\pi RC f_O}{1 + j\left(2\pi RCf - \dfrac{f_O}{f}\right)}$ où $f_O = 3.10^6$Hz est la fréquence de coupure de l'ALI.

5. Mettre la fonction de transfert sous forme canonique et identifier le facteur de qualité Q, la fréquence propre f_C et le gain statique H_O du circuit. Expliquer alors la présence du régime transitoire résonnant.

Pour éliminer ce comportement parasite, on modifie le circuit pour introduire une résistance R' en série devant le condensateur. La fonction de transfert devient alors $\underline{H}(jf) = \dfrac{-\dfrac{2\pi RC}{2\pi f_O R'C + 1} f_O}{1 + \dfrac{j}{2\pi f_O R'C + 1}\left(2\pi RCf - \dfrac{f_O}{f}\right)}$

6. Déterminer la nouvelle expression du facteur de qualité. Quelle valeur doit-il prendre pour que le régime transitoire soit optimisé ? Quel régime transitoire est alors mis en œuvre ? Déterminer la valeur de la résistance R' à utiliser.