

Semaine de colle numéro 9 : 25 au 29 novembre 2024.

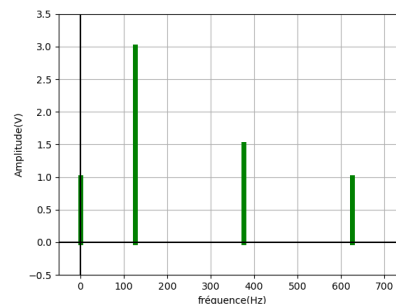
Chapitre de cours : Filtrage linéaire d'un signal périodique. Modèles de filtres linéaires passifs et actifs.

Chapitre de TD : Oscillateurs en régime sinusoïdal forcé. Filtrage d'un signal périodique.

Liste des questions de cours :

Filtrage linéaire d'un signal périodique.

1. Définir la valeur moyenne d'un signal  $s(t)$  ; Définir la valeur efficace d'un signal  $s(t)$ .
2. Rappeler la forme mathématique d'un signal sinusoïdal pur et faire une représentation graphique. Etablir les expressions de la valeur moyenne et de la valeur efficace dans ce cas.
3. Rappeler la forme mathématique d'un signal créneau et faire une représentation graphique. Etablir les expressions de la valeur moyenne et de la valeur efficace dans ce cas.
4. Rappeler la forme mathématique d'un signal triangle et faire une représentation graphique. Etablir l'expression de la valeur moyenne dans ce cas.



5. Exprimer un signal périodique  $f(t)$  de période  $T$  en appliquant la théorie de Fourier. Préciser l'ensemble du vocabulaire relatif aux composantes introduites dans cette expression. A partir du spectre donné ci-contre, extraire les renseignements sur le signal périodique étudié. Quels paramètres de la décomposition en série de Fourier n'est pas accessible sur ce spectre.

6. On donne la forme générale de la fonction de transfert d'un Passe Bas d'ordre 1

$$\underline{H}(jx) = \frac{H_0}{1 + jx} \quad \text{où } x = \frac{\omega}{\omega_0} \text{ est la pulsation réduite.}$$

- Exprimer le gain, le gain en décibel et la phase de cette fonction de transfert.
- Effectuer les études asymptotiques en basse fréquence, haute fréquence et à la fréquence propre.
- Définir la pulsation de coupure à -3dB et montrer qu'elle s'identifie avec la pulsation propre. Indiquer alors la bande passante.
- Représenter le diagramme de Bode asymptotique et le diagramme réel. Indiquer les pentes caractéristiques sur ce diagramme.
- Expliquer pourquoi la pente du diagramme de Bode sur le domaine haute fréquence est la signature d'un comportement intégrateur du filtre.

7. On donne la forme générale de la fonction de transfert d'un passe haut d'ordre 1

$$\underline{H}(jx) = \frac{H_0 jx}{1 + jx} \quad \text{où } x = \frac{\omega}{\omega_0} \text{ est la pulsation réduite.}$$

- Exprimer le gain, le gain en décibel et la phase de cette fonction de transfert.
- Effectuer les études asymptotiques en basse fréquence, haute fréquence et à la fréquence propre.
- Définir la pulsation de coupure à -3dB et montrer qu'elle s'identifie avec la pulsation propre. Indiquer alors la bande passante.
- Représenter le diagramme de Bode asymptotique et le diagramme réel. Indiquer les pentes caractéristiques sur ce diagramme.
- Expliquer pourquoi la pente du diagramme de Bode sur le domaine basse fréquence est la signature d'un comportement dérivateur du filtre.

8. On donne la forme générale de la fonction de transfert d'un passe bas d'ordre 2 :

$$\underline{H}(jx) = \frac{H_0}{1 + j \frac{x}{Q} - x^2} \quad \text{où } x = \frac{\omega}{\omega_0} \text{ est la pulsation réduite.}$$

- Exprimer le gain, le gain en décibel et la phase de cette fonction de transfert.
- Effectuer les études asymptotiques en basse fréquence, haute fréquence et à la fréquence propre.
- Définir la pulsation de coupure à -3dB et montrer qu'elle s'identifie avec la pulsation propre lorsque le facteur de qualité prend une valeur particulière à préciser. Indiquer alors la bande passante.
- Représenter le diagramme de Bode asymptotique. Indiquer les pentes caractéristiques sur ce diagramme. Réaliser le diagramme réel pour trois valeurs du facteur de qualité permettant

d'illustrer les trois cas possibles. Expliquer pourquoi on conçoit le passe bas d'ordre 2 pour que son facteur de qualité prenne la valeur particulière précédemment citée.

9. On donne la forme générale de la fonction de transfert d'un passe haut d'ordre 2 :

$$\underline{H}(jx) = \frac{H_o(-x^2)}{1 + j\frac{x}{Q} - x^2} \quad \text{où } x = \frac{\omega}{\omega_o} \text{ est la pulsation réduite.}$$

- Exprimer le gain, le gain en décibel et la phase de cette fonction de transfert.
- Effectuer les études asymptotiques en basse fréquence, haute fréquence et à la fréquence propre.
- Définir la pulsation de coupure à -3dB et montrer qu'elle s'identifie avec la pulsation propre lorsque le facteur de qualité prend une valeur particulière à préciser. Indiquer alors la bande passante.
- Représenter le diagramme de Bode asymptotique. Indiquer les pentes caractéristiques sur ce diagramme. Réaliser le diagramme réel pour trois valeurs du facteur de qualité permettant d'illustrer les trois cas possibles. Expliquer pourquoi on conçoit le passe haut d'ordre 2 pour que son facteur de qualité prenne la valeur particulière précédemment citée.

10. On donne la forme générale de la fonction de transfert d'un passe bande d'ordre 2 :

$$\underline{H}(jx) = \frac{H_o\left(j\frac{x}{Q}\right)}{1 + j\frac{x}{Q} - x^2} = \frac{H_o}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)} \quad \text{où } x = \frac{\omega}{\omega_o} \text{ est la pulsation réduite.}$$

- Exprimer le gain, le gain en décibel et la phase de cette fonction de transfert.
- Effectuer les études asymptotiques en basse fréquence, haute fréquence et à la fréquence propre.
- Définir la pulsation de coupure à -3dB. Exprimer alors la largeur de la bande passante en fonction de  $\omega_o$  et  $Q$  (démonstration non exigible).
- Représenter le diagramme de Bode asymptotique et le diagramme réel pour trois valeurs du facteur de qualité permettant d'illustrer les trois cas possibles.

### Modèles de filtres linéaires passifs et actifs.

11. Etude du circuit RC : (il est possible même si ce n'est pas fait dans le cours de demander la même série de question sur un circuit CR).

- Analyser qualitativement le circuit pour déterminer sa nature.
- Montrer que la fonction de transfert se met sous la forme  $\underline{H}(j\omega) = \frac{H_o}{1 + j\frac{\omega}{\omega_o}}$  et donner les expressions de  $H_o$  et  $\omega_o$ .
- Déterminer son impédance d'entrée et son impédance de sortie.

12. Etude du circuit RCL : (il est possible même si ce n'est pas fait dans le cours de demander la même série de question sur les circuits RLC ou LCR)

- Analyser qualitativement le circuit pour déterminer sa nature.
- Montrer que la fonction de transfert se met sous la forme  $\underline{H}(j\omega) = \frac{-\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2 H_o}{1 + j\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_o} - \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2}$  et donner les expressions de  $H_o$ ,  $\omega_o$  et  $Q$ .
- Déterminer son impédance d'entrée et son impédance de sortie.

## Deux exemples de mise en œuvre des concepts ont été traités dans le cours...

### Réalisation d'une tension continue à partir du secteur.

On utilise d'abord un circuit redresseur qui produit à partir du signal du secteur le signal redressé double alternance :  $r(t) = A|\cos(2\pi f_o t)|$

- Faire une représentation graphique de ce signal. En déduire la fréquence fondamentale de la décomposition en série de Fourier. Déterminer la valeur moyenne de ce signal.

On suppose que le signal  $r(t)$  peut être approximé par l'expression :  $r(t) \approx \frac{2A}{\pi} - \frac{4A}{3\pi} \cos(4\pi f_o t)$

- Expliquer qualitativement l'opération de filtrage qui doit être réalisée pour obtenir une tension fixe  $V_{Alim}$  en sortie ?
- Indiquer la valeur  $G(0)$  du gain à fréquence nulle pour conserver toute la puissance électrique disponible dans la composante continue. Indiquer alors l'expression de  $V_{Alim}$ .
- Indiquer alors la valeur  $G(2f_o)$  du gain à la fréquence fondamentale pour respecter la consigne d'un taux de distorsion inférieur à 1%.

On envisage de faire cette opération avec un filtre d'ordre 1 de fonction de transfert :  $\underline{H}(jf) = \frac{H_o}{1 + j \frac{f}{f_c}}$

- Quelle valeur faut-il donner à  $H_o$  ? Quelle valeur maximale faut-il donner à  $f_c$  ? On se contentera d'un raisonnement sur les formes asymptotiques de la fonction de transfert.

On envisage de réaliser cette opération avec un filtre passe bas d'ordre 2 de fonction de transfert :

$$\underline{H}(jx) = \frac{H_o}{1 + j \frac{x}{Q} - x^2}$$

- Quelle valeur faut-il donner à  $H_o$  ? Quelle valeur faut-il donner à  $Q$  ? Quelle valeur maximale faut-il donner à  $f_c$  ? On se contentera d'un raisonnement sur les formes asymptotiques de la fonction de transfert.

### Réalisation d'une sélection de bande de fréquences.

On considère le signal radio AM de la station RTL dont la fréquence de porteuse est donnée par  $f_p = 234 \text{ kHz}$ .

Le standard de transmission pour la bande AM est d'enregistrer les émissions en limitant le spectre sonore enregistré à la bande  $[f_{\min} = 20 \text{ Hz}, f_{\max} = 4 \text{ kHz}]$ . Le principe de transmission par modulation d'amplitude (AM) produit alors un signal modulé  $s_m$  dont les fréquences sont comprises entre  $f_p - f_{\max}$  et  $f_p + f_{\max}$ .

Pour que les émissions des différentes stations ne soient pas toutes réceptionnées en même temps sur le poste radio, on leur assigne des fréquences de porteuse différentes. On observe dans le tableau d'assignation des fréquences que la porteuse de RMC est  $f_{p,\text{inf}} = 216 \text{ kHz}$  et que la porteuse pour la radionavigation aéronautique est obligatoirement située au-dessus de  $255 \text{ kHz}$ .

- Faire une représentation sur un même graphique du spectre de l'émission de radio de la station RTL, de l'émission de la station RMC et de la bande de communication aéronautique.

On cherche à concevoir un filtre d'ordre 2 permettant d'écouter la station RTL en filtrant les émissions des autres stations.

- Quel type de filtre doit-on employer pour faire cette opération ? Donner la fonction de transfert si on suppose ce filtre d'ordre 2.
- Quelle sera la fréquence propre et le facteur de qualité du filtre si on souhaite que l'ensemble du spectre du signal émis par la station RTL soit dans la bande passante du filtre.
- Quel sera le facteur d'atténuation de la fréquence de porteuse de la station RMC ? Quelle sera le facteur d'atténuation de la fréquence de porteuse minimale pour la radionavigation aéronautique. Commenter les valeurs obtenues.

**On a aussi parlé rapidement de gabarits, visualisation des contraintes sur un diagramme de Bode.**

On donne les gabarits pour les quatre types de filtres usuels : passe bas, passe haut, passe bande et coupe bande.

- En justifiant vos réponses, assigner à chaque gabarit le type de filtre correspondant.

