

Problème 1 : Etude d'une bobine réelle.

A. Mise en œuvre dans un circuit RL.

On cherche à évaluer les caractéristiques d'une bobine réelle modélisée par l'association en série d'un conducteur ohmique de résistance r et une bobine idéale d'inductance L .

On branche un générateur basse fréquence (GBF) modélisé comme source de tension idéale de f.e.m variable $e(t)$ et de résistance de sortie $R_S=50\Omega$ aux bornes de la bobine réelle en série avec une résistance $R=100\Omega$.

1. Etablir un schéma du montage.

On suppose que le GBF produit un signal créneau de valeur maximale $E=5,0V$ et de valeur minimale nulle. A l'instant choisi comme origine ($t=0$), le GBF bascule de l'état bas à l'état haut. On suppose que le circuit avait précédemment atteint un régime stationnaire sur l'état bas.

2. Préciser l'intensité $i(t=0^-)$ du courant dans le circuit. En déduire sa valeur $i(t=0^+)$

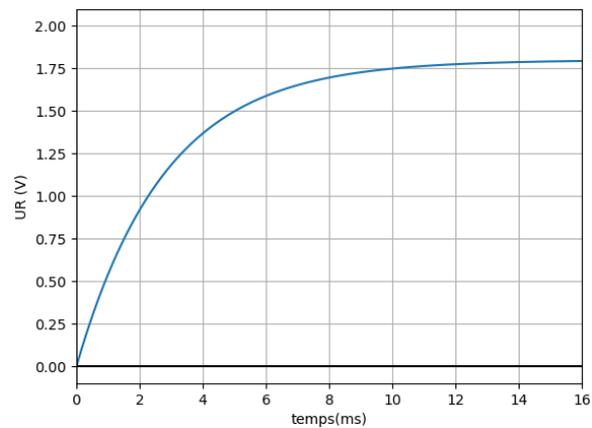
3. Déterminer l'intensité du courant i_0 dans le circuit lorsqu'on atteint le régime stationnaire $i(t \rightarrow +\infty)$.

4. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant sur le domaine $]0, +\infty[$. On introduira un temps caractéristique τ .

5. Déterminer alors l'expression de l'intensité du courant sur le domaine $]0, +\infty[$ puis de $u_R(t)$ la tension mesurée aux bornes de la résistance R .

On relève la courbe expérimentale ci-contre aux bornes de la résistance R .

6. Déterminer les expressions et les valeurs numériques de r et L qu'on peut en déduire.



B. Mise en œuvre dans un circuit RLC.

Pour confirmer les valeurs de r et L , on alimente par le même GBF, et dans les mêmes hypothèses un circuit comprenant, la bobine, un conducteur ohmique de résistance R (toujours de 100Ω) et un condensateur de capacité $C = 0,1 \mu F$ le tout monté en série. On note la tension aux bornes du condensateur $u(t)$.

7. Faire un schéma du circuit.

8. Etudier le comportement du circuit avant la bascule en donnant les expressions de $i(t=0^-)$ et de $u(t=0^-)$. En déduire $i(t=0^+)$ et de $u(t=0^+)$.

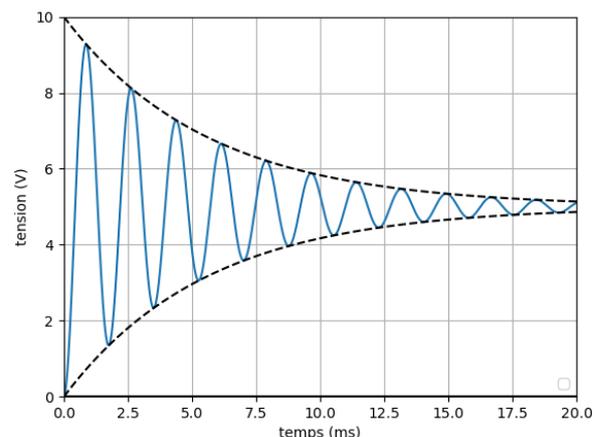
9. Etudier le comportement du circuit en régime stationnaire final en donnant les expressions de $i(t \rightarrow \infty)$ et de $u(t \rightarrow \infty)$.

10. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ sur l'intervalle $]0, +\infty[$. On introduira la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q et on en donnera les expressions en fonction de R_S , r , R , L et C .

Pour une valeur de résistance $R=100\Omega$, on relève la courbe ci-contre en relevant la tension aux bornes du condensateur. On a ajouté sur la courbe les enveloppes de la réponse obtenue.

11. Quel est le régime observé ? Etablir l'expression de la tension $u(t)$ sur l'intervalle $]0, +\infty[$.

12. Déterminer les valeurs de ω_0 et Q puis vérifier grâce à cette seconde étude les valeurs approchées de r et L trouvées à la question 6.



C. Résonance du circuit RLC.

On considère maintenant que le GBF délivre une f.e.m $e(t) = e_0 \cos(\omega t)$ dans le montage précédent composé de la bobine de la résistance variable R et du condensateur de capacité C. On note $i(t) = i_0 \cos(\omega t + \varphi)$ l'intensité du courant dans le circuit.

13. Pourquoi l'intensité du courant est-elle prise sous cette forme ? Définir et exprimer les signaux complexes $\underline{e}(t)$ et $\underline{i}(t)$ associés.
14. Définir l'impédance complexe \underline{Z} d'un dipôle et l'exprimer pour le circuit envisagé. En déduire l'amplitude complexe de l'intensité et la mettre sous la forme canonique donnée ci-dessous en précisant les expressions de i_0 , de f_0 et Q en fonction de e_0 , L, C, R_s , r et R.

$$i_0 = \frac{i_0}{1 + jQ \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)}$$

15. Exprimer l'amplitude réelle $i_0(f)$ puis l'amplitude réelle $u_{RO}(f)$ en fonction de de R, i_0 , Q, f_0 et f.

On obtient la courbe d'évolution suivante en traçant l'amplitude $u_{RO}=f(\log(f))$.

16. Exploiter cette courbe pour retrouver les valeurs de L et r.

