Propagation d'un signal. Présentation des ondes progressives.

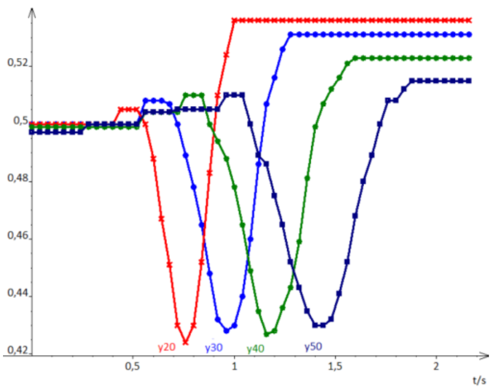
1. Analyse d'un film d'introduction.

1.1. Présentation du système et du film.

L'échelle de pérroquet est un système composé de barreaux métalliques disposées à intervalle régulier le long d'une lame métallique.
Lorsque la lame se tord, les barreaux suivent la rotation locale induite par cette torsion et permette de visualiser la déformation de la lame métallique. On pourra ainsi étudier l'angle de torsion de la lame métallique qui donnera la position angulaire du barreau qui est positionné au point observé.
Lorsqu'on observe le film, on suit l'évolution temporelle d'une déformation se déplaçant le long de l'échelle de perroquet. On va chercher à caractériser cette déformation et en déduire un modèle le plus simple possible pour la décrire.

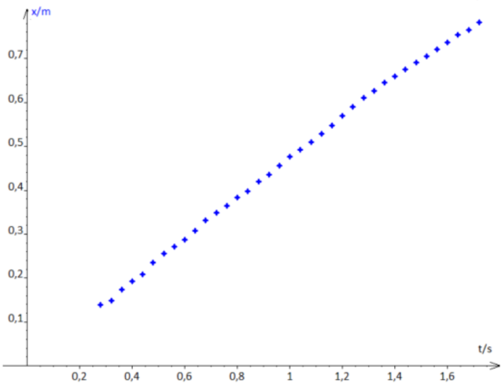
1.2. Questionnement.

- Qu'est ce qui se déplace le long de l'échelle de perroquet ? Qu'est ce qui ne se déplace pas ?
  - ➢ La déformation se déplace le long de l'échelle de perroquet sans que les éléments de celle-ci ne se déplacent eux même.
- La déformation observée est-t-elle une onde au sens strict du terme ?
  - ➢ Cette déformation n'est pas tout à fait une onde car elle ne laisse pas le système dans son état de repos initial.
- Si on prend une image à un instant donné t_O comme sur l'illustration ci-dessus, quelle grandeur observable pourra-t-on associer à ce phénomène et de quel paramètre dépend-elle ?
  - ➢ A un instant t_O donné, la grandeur observable caractéristique de l'onde est son ordonnée $y_{tO}(x)$ qui dépend de la position x le long de l'axe de l'échelle de perroquet.
- Dans quel sens se déplace la déformation ? Comment évolue la position de la déformation le long de l'axe des x en fonction du temps ? Proposez alors une forme mathématique pour la fonction représentative du phénomène liant x et t.
  - ➢ La déformation se déplace dans le sens croissant le long de l'échelle. Si t augmente, il faut aller plus loin le long de l'échelle pour retrouver la déformation. On peut donc proposer une expression de la form y(x-F(t)) où F(t) est une fonction strictement croissante du temps.



Si on se place à x_O fixe et on relève la grandeur en fonction du temps par analyse du film. On obtient les chronogrammes ci-contre pour x_O=20cm, x_O=30cm, x_O=40cm, x_O=50cm.

- A x_O fixé, De quel paramètre dépend la fonction représentée ? Comment évolue le « retard » entre les différentes courbes en fonction de la valeur de x_O ? Proposez alors une forme mathématique pour la fonction représentative du phénomène liant t et x.
  - ➢ A x_O fixé, l'ordonnée ne dépend que du temps. Lorsque x_O augmente, il faut attendre plus longtemps pour voir arriver la déformation, on peut donc proposer y(t-G(x)) où G est une fonction croissante de l'abscisse.



Si on effectue le relevé de la position du maximum de la déformation au cours du temps, on obtient le résultat ci-contre.

- Proposer alors une forme mathématique unificatrice pour la fonction représentative du phénomène liant x et t.
  - ➢ En suivant le point particulier situé au maximum de la courbe, on conclut que la fonction F semble être une fonction affine. on peut alors proposer la forme suivantes pour la fonction représentative de la déformation y(x-at). Le paramètre a est homogène à une vitesse, on lui donne le nom de célérité pour une onde progressive.

- A part le déplacement global le long de l'axe de l'échelle, quel autre phénomène est observable dans le film et sur les courbes relevées pour l'aspect de la déformation ?
  - Lors de l'évolution temporelle de la déformation, on observe également un étalement de celle-ci le long de l'axe (Ox), et lors de l'évolution spatiale, on observe un étalement temporel. C'est le caractère dispersif du milieu de propagation de l'onde qui explique cet étalement.

2. Qu'est-ce qu'une onde ? Onde progressive ?

2.1. Définition d'une onde.

<u>Définition</u> : **Une onde** est une perturbation d'un milieu, générée par **une source**, et qui se déplace dans l'espace, sans qu'il y ait déplacement global de la matière qui constitue le milieu de propagation.

- La source a un rôle primordial ; elle donne un certain nombre de caractéristiques à l'onde, comme sa forme, son éventuelle périodicité, son amplitude, la nature de l'onde (lumineuse, mécanique, électrique, …).
- **Le** milieu va déterminer comment évolue le phénomène, à quelle vitesse, dans quelle direction, s'il est déformé par la dispersion ou atténué par l'absorption d'énergie au cours de la propagation.

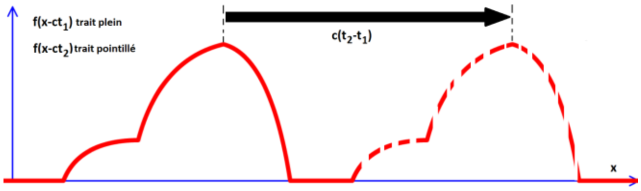
2.2. Onde progressive. Célérité.

Lorsqu'on observera une onde se propageant :

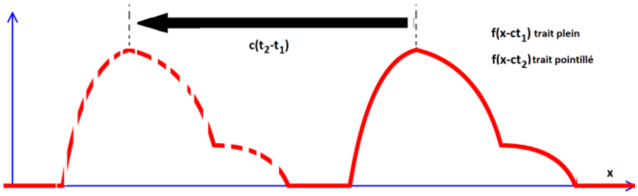
- Le long d'un axe de direction fixe (par exemple Ox) à vitesse constante. On parle alors de propagation **<u>unidimensionnelle linéaire.</u>**
- Sans subir de déformation ou pour laquelle on fera l'hypothèse que la déformation est négligeable, ou pour laquelle on prendra pour modèle une onde ne se déformant pas. On parle alors de propagation **<u>non dispersive.</u>**

On la qualifiera d'onde progressive et on pourra alors écrire que le paramètre physique (par exemple p) variant en fonction du temps t et de la variable spatiale (par exemple x) s'exprime comme une fonction d'une unique variable couplant le temps et l'espace :

- $p(x,t) = f(x-ct) = g(t-x/c)$ lorsque la propagation s'effectue dans le sens croissant de x.



- $p(x,t) = f(x+ct) = g(t+x/c)$ lorsque la propagation s'effectue dans le sens décroissant de x.



- On nomme alors c la célérité de l'onde, elle est homogène à une vitesse ($m.s^{-1}$).

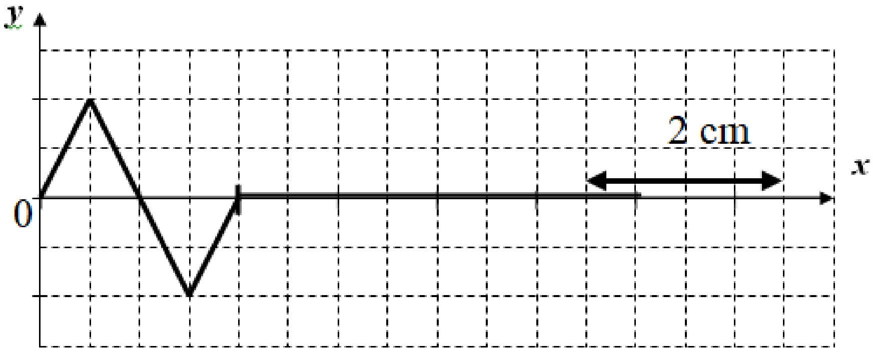
Si l'onde parcourt la distance d pendant l'intervalle de temps Δt, sa célérité est : $\boxed{c = \dfrac{d}{\Delta t}}$

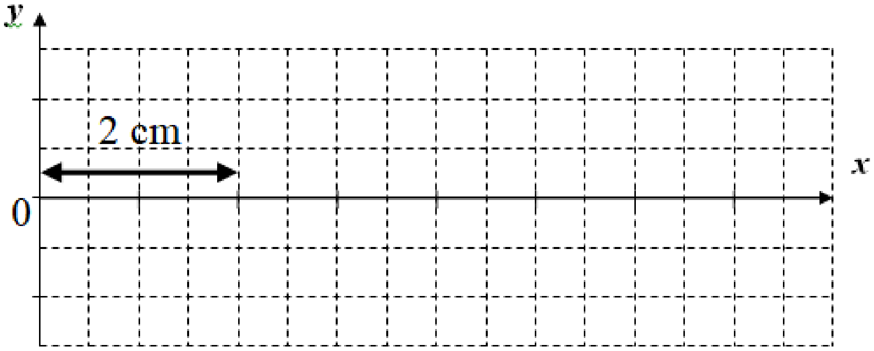
Animation : Ondmonodroite Animation : Ondmonogauche

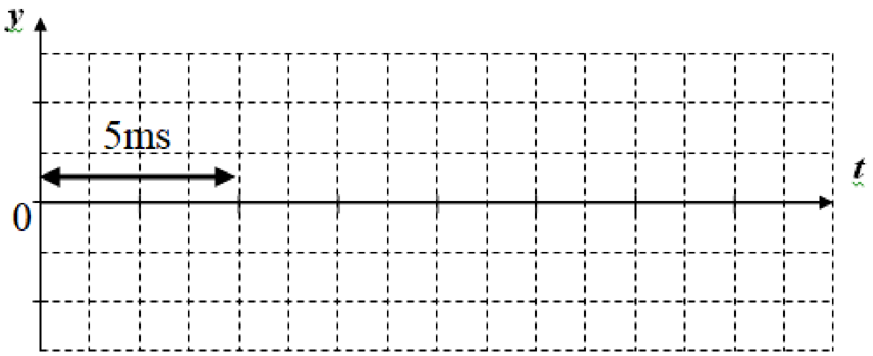
<u>AD 1 : onde progressive unidimensionnelle non dispersive :</u>

On donne ci-dessous la représentation graphique d'une OPUND (onde progressive unidimensionnelle non dispersive) dans la direction et dans le sens direct de l'axe (Ox) à l'instant initial t=0. On donne la célérité de l'onde $c=2m.s^{-1}$.

1. Effectuer la représentation graphique de l'onde le long de l'axe (Ox) à l'instant t_1=20ms.
2. Effectuer la représentation graphique de l'onde en fonction du temps en x=3cm.







2.3. Onde progressive sinusoïdale.

a. <u>Notation pour une onde progressive sinusoïdale.</u>

On parlera d'onde progressive sinusoïdale lorsque la fonction mathématique représentative du signal physique est une fonction sinusoïdale (pure). Le paramètre physique support de l'onde s'exprimera alors sous la forme :

- $\boxed{p(x,t) = p_O \cos(\omega(t - x/c) + \varphi_O)}$ où ω est la pulsation temporelle du signal reliée à la période temporelle T (en seconde) et la fréquence f=1/T (en Hertz) par ω=2πf=2π/T (en radian par seconde).

On peut de même associer à l'évolution spatiale d'un signal sinusoïdal plusieurs paramètres parmi lesquels on privilégie la longueur d'onde λ définie comme la période spatiale des oscillations exprimée en mètre.

- On introduit la période temporelle T $p(x,t) = p_O \cos\left(\dfrac{2\pi}{T}(t - x/c) + \varphi_O\right)$
- On introduit alors λ qui joue le rôle de T pour la variable spatiale $\boxed{p(x,t) = p_O \cos\left(\dfrac{2\pi}{T}t - \dfrac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_O\right)}$
- On obtient alors un lien entre la période spatiale et la période temporelle par identification : $\boxed{\lambda = c.T}$ La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde pendant une période spatiale T.

De même on peut introduire le nombre d'onde k :

- On reprend $p(x,t) = p_O \cos(\omega(t - x/c) + \varphi_O)$ et on introduit k $p(x,t) = p_O \cos(\omega t - kx + \varphi_O)$. Par identification on obtient alors la relation $k = \dfrac{\omega}{c}$

<u>AD 2 : onde progressive unidimensionnelle non dispersive sinusoïdale :</u>

On considère l'onde exprimée par : $s(x,t) = 5\sin\left(2,4.10^3\pi t - 7,0.\pi x + 0,7\pi\right)$ où x et t sont exprimés respectivement en mètres et en secondes.

1. Déterminer la période T, la fréquence f, la pulsation ω, la longueur d'onde λ, le nombre d'onde k et la vitesse de propagation ?

Une onde sinusoïdale se propage dans la direction de l'axe (Ox) dans le sens de x croissant avec la célérité c. En x = 0, on nous donne $s(0,t) = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$.

2. Déterminer l'expression de s(x, t) et représenter s(x, 0) en fonction de x.

Une onde sinusoïdale se propage dans la direction de l'axe (Ox) dans le sens de x décroissant avec la célérité c. À t = 0, on nous donne $s(x,0) = A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$.

3. Déterminer l'expression de s(x, t). Représenter sur un même graphique les variations en fonction du temps t de s(0, t), $s\left(-\frac{\lambda}{4},t\right)$ et $s\left(-\frac{\lambda}{2},t\right)$. Comment caractérise-t-on le déphasage temporel entre ces signaux ?

b. <u>Milieu dispersif et non dispersif.</u>

<u>Définition</u> : un milieu est dit dispersif si la célérité des ondes sinusoïdales dans ce milieu dépend de la (pulsation, fréquence, longueur d'onde).

Par exemple, on a vue en optique que le verre constitutif d'un prisme doit être dispersif pour que les différentes longueurs d'onde du spectre visible d'une lumière blanche envoyée sur ce prisme soient déviées dans des directions différentes en sortie de ce prisme.

2.4. Déphasage introduit par la propagation d'une onde progressive sinusoïdale entre deux points.

On considère une OPUND sinusoïdale de pulsation ω se propageant à la célérité c dans la direction et le sens de l'axe (Ox) et qui s'écrit donc : $p(x,t) = p_O\cos\left(\frac{2\pi}{T}(t - x/c) + \varphi_O\right)$

On s'intéresse au déphasage introduit par la propagation de l'onde entre les points distant d'une longueur L dans la direction et le sens de l'axe (Ox), x_1 et $x_2=x_1+L$.

On écrit alors : $p(x_1,t) = p_O\cos\left(\omega\left(t - \frac{x_1}{c}\right) + \varphi_O\right)$

$$p(x_2,t) = p_O\cos\left(\omega\left(t - \frac{x_2}{c}\right) + \varphi_O\right) = p_O\cos\left(\omega\left(t - \frac{x_1}{c}\right) + \varphi_O - \frac{\omega L}{c}\right)$$

On constate donc que les deux signaux sinusoïdaux observés en x_1 et x_2 sont synchrones mais que le signal en x_2 est en retard de phase par rapport au signal en x_1. Le retard introduit dépend de la distance le long de laquelle l'onde s'est propagée et s'exprime $(\varphi_2 - \varphi_1) = -2\pi\frac{L}{\lambda}$

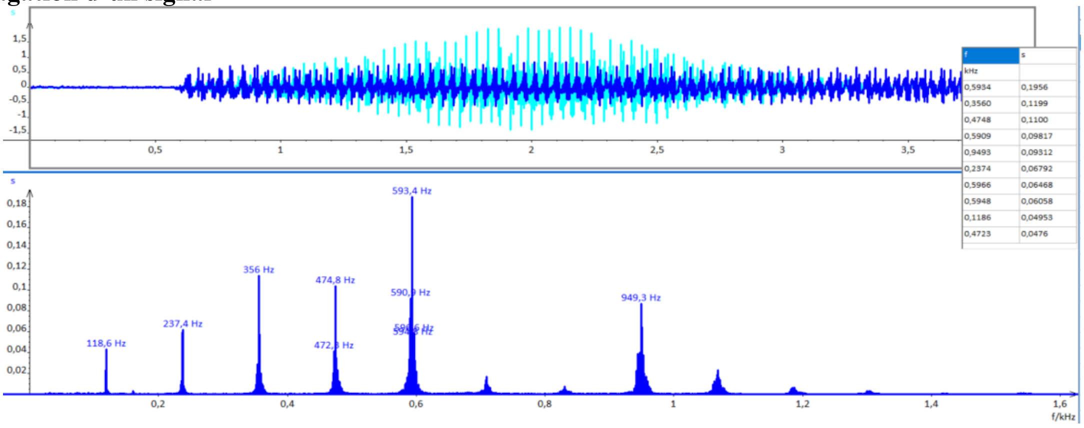
<u>Définition générale</u> : La propagation d'une onde sinusoïdale introduit un retard de phase entre les signaux perçus en deux points A_1 et A_2 atteints successivement par l'onde. Le déphasage de l'onde en A_2 par rapport à l'onde en A_1 s'exprime alors : $(\varphi_2 - \varphi_1) = -2\pi\frac{L}{\lambda}$

3. Exemples de signaux.

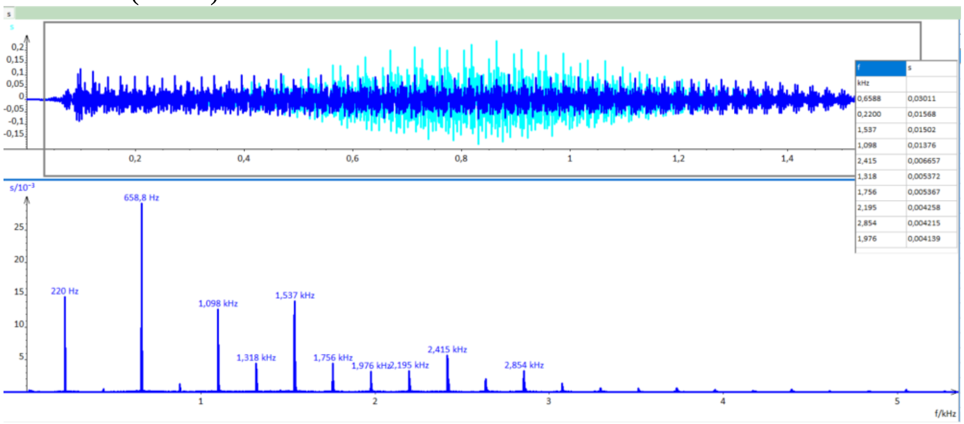
3.1. Les signaux acoustiques.

Les figures suivantes présentent l'allure du signal sonore enregistré à l'aide du logiciel Audacity pour les instruments suivants :

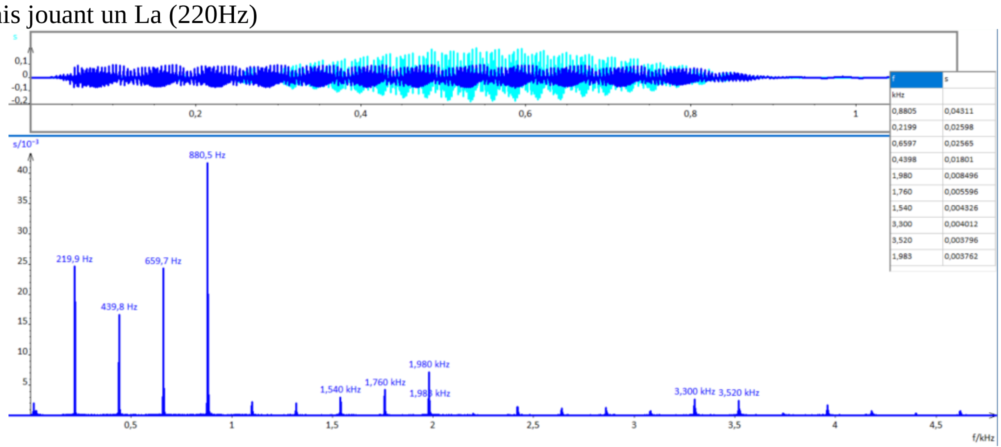
Chant d'une voie grave à l'écoute et le résultat de l'analyse spectrale effectuée avec le logiciel régressi.



Clarinette jouant un La (220Hz)



Cor anglais jouant un La (220Hz)



- Pour un signal acoustique, quelles sont les grandeurs physiques mesurables couplées support de l'onde ? Quelles sont les unités associées à ces grandeurs ? Quelle échelle de volume sonore est utilisée usuellement ? Connaissez-vous des ordres de grandeur de ces amplitudes et le lien avec les grandeurs physiques couplées dans la propagation ?
  - La première grandeur est la pression acoustique, variation de la pression autour de la valeur de la pression atmosphérique. L'unité est le Pa.
  - Vitesse locale de l'écoulement du fluide. L'unité est le $m.s^{-1}$.

Pour la propagation du son dans l'air et les ordres de grandeurs des grandeurs associées à l'audible humain :
Limite de sensibilité : 20µPa, $5.10^{-8}m.s^{-1}$ correspond à 0dB ; Seuil de douleur 20Pa, $5.10^{-2}m.s^{-1}$ correspond à 120dB.

L'échelle décibel est une échelle logarithmique : $A_{dB}=10\log\left(\frac{I_{mes}}{I_{seuil}}\right)=20\log\left(\frac{P_{mes}}{P_{seuil}}\right)=20\log\left(\frac{v_{mes}}{v_{seuil}}\right)$

où A_{dB}=0dB ; $I_{seuil}=10^{-12}$W ; $P_{seuil}=2.10^{-5}$Pa, $v_{seuil}=5.10^{-8}m.s^{-1}$ pour la limite de l'audible.
Et : A_{dB}=120dB I_{doul}=1W, P_{doul}=20Pa, $v_{doul}=5.10^{-2}m.s^{-1}$ pour le seuil de douleur.
Et : A_{dB}=60 à 80dB $I_{discus}=10^{-6}$ à 10^{-8} W, P_{discus}=0,2 à 2 Pa, $v_{discus}=5.10^{-4}$ à $5.10^{-3}m.s^{-1}$ pour une discussion plus ou moins animée.

- Quel est le domaine de variation des fréquences dans le domaine acoustique ?
  - 20Hz à 20kHz.
- Pour les sons de note (hauteur) connue, comment détermine-t-on à l'aide du spectre la note jouée ?

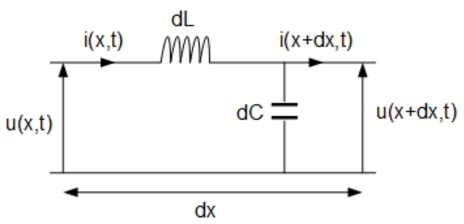
   - On constate que pour l'instrument de musique jouant une note connue, la fréquence de la note est la fréquence du fondamental.
- Comment peut-on alors exprimer les autres fréquences dans le spectre en fonction de la fréquence de la note jouée ? Quel vocabulaire désigne alors ces autres composantes du son enregistré ?
   - On constate que les autres fréquences apparaissant dans le spectre sont des multiples de la fréquence du fondamental. On parle alors d'harmoniques.

Quelques compléments, en fonction de votre culture musicale :

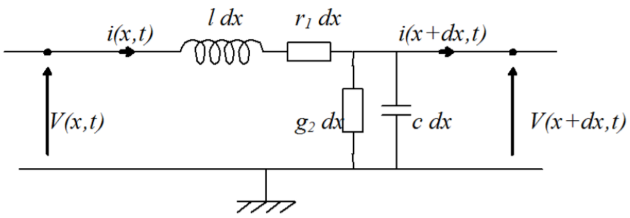
- Quel vocabulaire désigne les différences entre les sons émis par les différents instruments jouant pourtant une même note ? Comment ces différences de sensations sonores se traduisent-t-elles dans le spectre ?
   - On reconnait souvent à l'oreille la nature de l'instrument qui joue la note écoutée. On dit que le timbre de l'instrument est caractéristique.
   - Par exemple pour le cor anglais, on constate que le son présente un spectre construit à partir du fondamental et toutes les harmoniques alors que pour la clarinette, on constate que le son présente un spectre construit à partir du fondamental et des harmoniques impairs uniquement.
- Rappeler un ordre de grandeur de la vitesse du son dans l'air. L'air est-il un milieu dispersif ? Absorbant ?
   - La vitesse du son dans l'air est d'environ $340 m.s^{-1}$.
   - Elle dépend peu de la fréquence du son étudié, l'air peut être vu pour les ondes acoustiques comme un milieu non dispersif en première approximation.
   - L'atténuation du son et la vitesse de propagation dépendent en revanche fortement de caractéristiques comme le taux d'humidité. Plus l'humidité est forte plus l'atténuation est forte.

3.2. Les signaux électriques et électro-magnétiques à la base des télécommunications.

a. Exemple de signaux électriques dans un câble coaxial.



Dans un câble coaxial, les grandeurs physiques support de l'onde électrique sont la tension U(t,x) entre le cœur et la gaine du câble et l'intensité électrique I(t) qui circulent dans ce câble.
Dans une modélisation simple, où le câble est vu comme un ensemble continu de réseau LC, l'onde électrique se propage alors à la vitesse de la lumière c quelle que soit la fréquence du signal. Dans cette modélisation, le câble coaxial n'est pas dispersif.



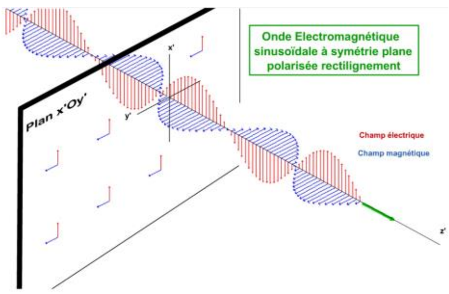
Dans une modélisation tenant compte du caractère non idéal du câble, on introduit les pertes par effet Joule lors de la propagation du courant dans l'âme et la gaine et les pertes par fuite entre le conducteur et la gaine.
Dans cette modélisation :

- la vitesse d'une onde sinusoïdale de pulsation ω s'exprime : $v_\varphi(\omega) = \dfrac{c}{\sqrt{\omega^2 - \omega_P^2}}$ le câble coaxial est alors un milieu dispersif.
- L'onde est atténuée, son amplitude décroit selon une loi en exp(-x/λ) où λ la distance caractéristique s'exprime sous la forme : $\lambda = \sqrt{\dfrac{\omega}{a}}$ où a augmente avec les pertes énergétiques lors de la propagation.

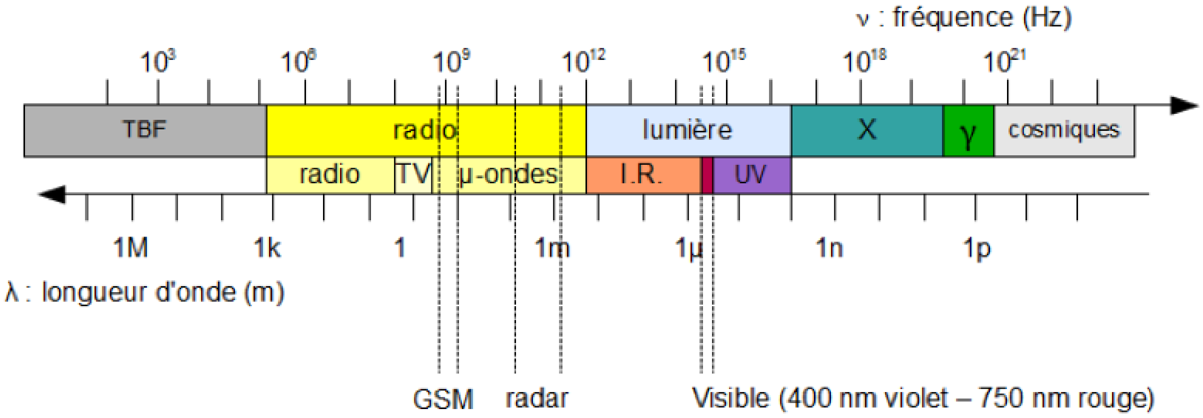
b. Exemple de signaux électromagnétiques (rappel).

Pour les ondes électromagnétiques, les propriétés physiques qui évoluent périodiquement dans le temps et l'espace lors de la propagation sont les champs électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$.

Elles se propagent dans le vide à la vitesse de la lumière dans le vide notée $\boxed{c \approx 3.10^8 m.s^{-1}}$



Les ondes électromagnétiques sont regroupées en différentes sous-familles qui ont été nommées au fur et à mesure de leur découverte. On peut les visualiser sous la forme d'un graphique donnant le nom du domaine ondulatoire en fonction de la longueur d'onde (dans le vide) λ_O de l'onde concernée.



Exemples de milieu non dispersif dans lesquels les ondes électromagnétiques présentent une vitesse constante quelle que soit la longueur d'onde : le vide pour lequel la vitesse est égale à $c=3.10^{8}\text{m.s}^{-1}$, l'air dans les couches basses de l'atmosphère, l'indice optique est quasi constant et présente un écart de l'ordre de 10^{-4} par rapport à une valeur unitaire.

Exemple de milieu dispersif dans lesquels les ondes électromagnétiques sinusoïdales présentent une vitesse dépendant de la longueur d'onde : les plasma dilués (par exemple l'ionosphère pour laquelle certaines fréquences ne peuvent tout simplement pas se propager), les guides d'ondes (comme les fibres optiques multimodales par exemple, là encore en dessous d'une certaine fréquence aucun mode de propagation n'est possible).

Capacités exigibles

- Prévoir, dans le cas d'une OPUND, l'évolution temporelle en un point donné.
- Prévoir, dans le cas d'une OPUND, l'état ondulatoire à un instant donné.
- Écrire les formes mathématiques décrivant une **onde progressive** (en précisant le sens de propagation : sens des x croissants ou décroissants)
- Écrire les formes mathématiques décrivant une **onde progressive sinusoïdale**.
- Pour une onde progressive sinusoïdale, établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la célérité.
- Relier le déphasage entre les signaux perçus en deux points distincts au retard dû à la propagation.
- Identifier les grandeurs physiques correspondant a des signaux acoustiques, électriques, électromagnétiques.