

Exercice 1 : Test d'accélération et de freinage.

Une voiture est chronométrée pour un test d'accélération en ligne droite avec départ arrêté (vitesse initiale nulle). Avec une accélération constante, elle parcourt une distance $D=180\text{m}$ en un temps $t_D=15,2\text{s}$.

1. Poser le problème et exprimer accélération, vitesse et position au cours du temps.
2. Déterminer alors la valeur de l'accélération et la vitesse atteinte à la distance D .

On considère désormais que la voiture est animée d'une vitesse initiale $v_0 = 90 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ sur une trajectoire rectiligne et qu'elle freine avec une accélération constante de norme $a_0=4,2\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

3. Poser le problème et exprimer accélération, vitesse et position au cours du temps.
4. Déterminer alors la durée et la distance de freinage. Faire les A.N.
5. Combien de «g» ressentirait un conducteur si l'on effectuait le même freinage sur une distance de 10 m?

Exercice 2 : Etude de trajectoires planes.

Un point M parcourt une trajectoire dont les coordonnées cartésiennes (x,y) dans le repère orthonormé

$$(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y) \text{ sont données par : } \begin{cases} x(t) = R \cos(\omega t) \\ y(t) = R \sin(\omega t) \end{cases}$$

1. Effectuer la représentation graphique de la trajectoire du point M à l'aide de votre calculatrice et la reproduire. Identifier la courbe représentative de la trajectoire.
2. Introduire alors une base de projection polaire et indiquer les expressions des coordonnées du point M dans cette base. Exprimer alors le vecteur position, le vecteur vitesse et le vecteur accélération dans cette base.

On considère maintenant qu'un point M parcourt la trajectoire en coordonnées cartésiennes dans le repère

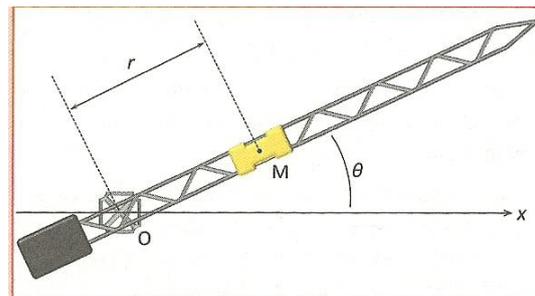
orthonormé $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$ telle que :
$$\begin{cases} x(t) = a \cos(\omega t) \\ y(t) = b \sin(\omega t) \end{cases}$$

3. Effectuer une représentation graphique de la trajectoire du point M à l'aide de votre calculatrice et la reproduire. Identifier la courbe représentative de la trajectoire.
4. Exprimer le vecteur vitesse et le vecteur accélération en un point de la trajectoire.
5. Faire une représentation graphique de la vitesse et de l'accélération en un point quelconque de la trajectoire. Représenter alors la base de Frenet en ce point.
6. Indiquer alors si la vitesse du mobile le long de la trajectoire augmente ou diminue sur les différentes sections de la trajectoire.
7. Exprimer la vitesse et l'accélération au point A intersection de la trajectoire avec le demi-axe des abscisses positives. En déduire le rayon de courbure de la trajectoire en A . Représenter alors le cercle osculateur en A .

Exercice 3 : Trajectoire spirale.

Le bras d'une grue tourne dans un plan horizontal Oxy à la vitesse angulaire constante ω_0 . Sur ce bras, un chariot modélisé par un point M se déplace à la vitesse constante v_0 .

A l'instant initial, le bras est aligné sur l'axe Ox , et le chariot est situé à une distance r_0 de l'axe de rotation.



1. Introduire la base polaire adaptée et exprimer le vecteur position du point M en coordonnées polaires.
2. Etablir l'équation de la trajectoire $r(\theta)$.
3. Etablir les expressions de la vitesse et de l'accélération en coordonnées polaires.
4. Faire une représentation graphique de la trajectoire et représenter en un point quelconque la base polaire, le vecteur vitesse et le vecteur accélération. Placer alors un repère de Frenet et indiquer si la vitesse du point varie au cours du temps.
5. Décrire le mouvement du chariot vu d'un observateur installé dans la cabine de la grue. Exprimer accélération, vitesse et position dans le système de coordonnées adapté.

Exercice 4 : Tir à l'arc.

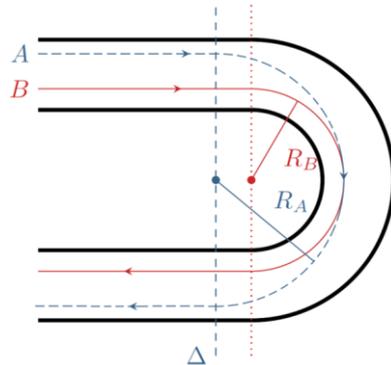
Un archer tire une flèche à la vitesse de norme v_0 selon un angle α par rapport à l'horizontale donnant la direction de la cible qu'il vise. En négligeant tout frottement, le mouvement de la flèche se fait à accélération constante dirigée selon la verticale vers le bas et de norme $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Pour simplifier l'étude, on supposera que le centre de la cible est situé à la même hauteur que le point de départ de la flèche.

- Après avoir posé proprement le problème étudié, exprimer l'accélération, la vitesse et la position de la flèche pour tout instant t .
- Montrer que pour une norme de vitesse initiale v_0 imposée, le point atteint par la flèche lorsqu'elle repasse par son altitude initiale est à une distance maximale lorsque $\alpha = \pi/4$.

La cible est située à une distance $d = 70\text{m}$.

- Déterminer l'expression de la vitesse initiale minimale de la flèche pour qu'elle atteigne le centre de la cible. Faire l'application numérique.

Exercice 5 : virage à la corde.



Lorsqu'ils prennent un virage lors d'un grand prix, les pilotes ont le choix entre deux trajectoires (A et B). On veut déterminer la durée du trajet de la voiture entre les deux instants où la trajectoire coupe l'axe Δ en supposant qu'elle est parcourue à vitesse constante. On note $R_A = 90\text{ m}$ et $R_B = 75\text{ m}$.

L'accélération de la voiture doit rester inférieure à $0,8g$ avec g la constante de pesanteur pour éviter de dérapier et de sortir de la piste.

- Quelle est la trajectoire permettant de prendre ce virage « le plus rapidement possible » ?

Exercice 6 : Distance à la surface de la terre.

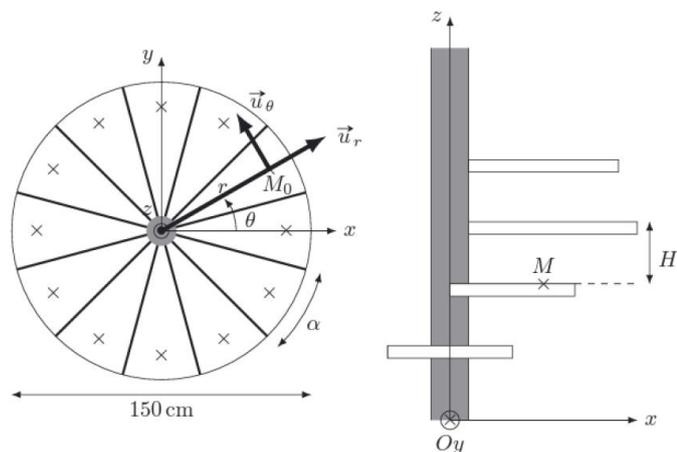
On considère deux points A et B à la surface de la terre de rayon $R = 6400\text{km}$, situés à la même colatitude $\theta = 40^\circ$, A situé à la longitude nulle et B situé à la longitude $\varphi = 75^\circ$.

- Exprimer la distance parcourue entre ces deux points en suivant un parallèle. Faire l'A.N.
- Exprimer les coordonnées des points A et B dans une base cartésienne bien choisie et en déduire la longueur du segment liant A et B.
- Exprimer alors l'angle α d'ouverture de la portion de cercle de centre O, le centre de la terre reliant les points A et B. En déduire la longueur de cette portion de cercle. Faire l'A.N.

Exercice 7 : Escalier en colimaçon.

Un escalier en colimaçon (hélicoïdal) est constitué de quatorze marches régulièrement disposées autour d'un pilier central. La figure de gauche (vue de dessus) fait apparaître l'angle de marche $\alpha = 30^\circ$. La figure de droite représente les quatre premières marches et définit la hauteur de marche $H = 20\text{ cm}$.

Un usager, assimilé à un point matériel M, monte à l'étage d'une démarche régulière à raison d'une marche par intervalle de temps Δt de une seconde en restant à la distance $r = 60\text{ cm}$ de Oz. Sur la figure de gauche M_0 est le projeté de M sur un plan perpendiculaire à Oz. Les croix représentent les positions successives de M_0 , pointées lorsque l'usager est sur une marche.



- Déterminer la vitesse d'ascension \dot{z} de l'usager. (Faire l'A.N.) puis en déduire l'expression de $z(t)$.
- Déterminer la vitesse de rotation $\Omega = \dot{\theta}$. Faire l'application numérique.
- Exprimer alors le vecteur position, le vecteur vitesse et le vecteur accélération dans la base de projection cylindrique adaptée.
- Evaluer numériquement la norme de la vitesse ainsi que l'angle de la pente équivalente à l'ascension de cet escalier en degré puis en « pourcentage ».