Feuille de physique numéro 11 **PCSI2** **2024-2025**
Lois de Newton

Exercice 1 : Chute Verticale.

On lâche un objet sphérique, de rayon R et de masse volumique µ de l'ordre de $1 g.cm^{-3}$, sans vitesse initiale depuis une hauteur h dans l'air de masse volumique $\mu_e = 1 kg.m^{-3}$.

Etude sans frottement :

1. Poser le problème de l'étude dynamique du mouvement de translation de cet objet. Montrer que la poussée d'Archimède est négligeable.
2. Etablir l'équation du mouvement puis la résoudre. Exprimer la durée de la chute.

Etude avec frottement fluide de type visqueux :

On tient compte à présent de frottement de type visqueux de la forme $\vec{f} = -K.\vec{v}_{M/R}$ avec $K = 6\pi\eta R$ où η est la viscosité du liquide. Pour l'air, on donne $\eta = 1{,}7.10^{-5}$ N.s.m^{-2}.

3. Quelles sont les dimensions de K ? En déduire son unité.
4. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse de la sphère.
5. Exprimer alors la vitesse limite v_{lim} de la chute et le temps caractéristique τ d'établissement de cette vitesse (sans résoudre l'équation !!).

On considère d'abord une bille en acier de masse volumique $\mu = 7{,}8 g.cm^{-3}$ de rayon R = 3cm lâchée depuis une hauteur h = 25m.

6. Evaluer numériquement la durée de la chute dans le modèle sans frottement et la durée caractéristique τ d'établissement de la vitesse limite dans le modèle avec frottement. Commenter alors la validité du modèle sans frottement.

On considère maintenant des gouttes d'eau dans un nuage de masse volumique $\mu = 1{,}0 g.cm^{-3}$ de rayon $R_1 = 10$ µm et $R_2 = 100$ µm.

7. Evaluer numériquement les vitesses limites atteintes par les gouttes et le temps τ d'établissement de cette vitesse.

On souhaite calculer le temps de chute d'une goutte de pluie sur une hauteur de 1km en supposant que sa vitesse est égale à sa vitesse limite sur la durée totale de la chute.

8. Evaluer les durées de chutes et commenter la validité du modèle employé.

Etude avec frottement fluide quadratique :

Pour des objets de grande vitesse, on prend un modèle de frottement de type quadratique de norme $\left\|\vec{f}\right\| = \alpha.v_M^2$ où $\alpha = \frac{1}{2}\mu_e S C_x$ où S représente la section de front de l'objet et C_x le coefficient de trainée dépendant de la forme de l'objet. Pour une sphère, on prend en première approximation $C_x = 1$.

9. Quel est la dimension de α ? En déduire son unité.
10. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse de la sphère.
11. Exprimer alors la vitesse limite v_{lim} de la chute et le temps caractéristique τ d'établissement de cette vitesse.
12. Evaluer le temps caractéristique d'établissement de la vitesse limite dans ce modèle pour la bille en acier. Commenter la validité du modèle sans frottement.

On considère maintenant un parachutiste de masse m = 80kg sautant d'une altitude de 1km. On le modélise par une sphère de rayon 1m.

13. Evaluer la vitesse limite et la durée de sa chute en supposant qu'elle s'effectue à la vitesse limite. Evaluer le temps d'établissement de cette vitesse. Commenter la validité du modèle.

Exercice 2 : Anneau sur un support circulaire.

Un petit anneau, assimilé à un point matériel de masse m, est astreint à se déplacer sur un support circulaire de centre O et de rayon R placé dans un plan vertical fixe. On suppose le contact sans frottement. On lance l'anneau avec une vitesse angulaire initiale Ω_O depuis la position la plus basse sur le support circulaire.

1. Poser le problème mécanique étudié.
2. Appliquer la seconde loi de Newton afin d'établir l'équation du mouvement de l'anneau et une autre équation.
3. Etablir l'équation du mouvement dans l'hypothèse de petites oscillations autour de la position d'équilibre. Etablir alors les équations horaires de la position angulaire et de la vitesse angulaire.

On revient au cas général :

4. Exprimer la norme N de la réaction du support uniquement en fonction de la position angulaire de l'anneau.

Exercice 3 : Ressort sur un plan incliné.

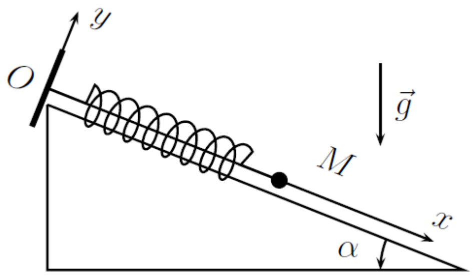
On considère un ressort de longueur à vide l_0 et de raideur k, dont les extrémités sont reliées à un point fixe O et un point matériel M de masse m.

Dans une première étude, on néglige tout frottement.

1. Déterminer l_e, la longueur du ressort à l'équilibre en fonction de l_0, m, g, k et α.

À partir de la position d'équilibre M est déplacé d'une distance d comptée algébriquement sur Ox et lâché sans vitesse initiale à t = 0.

2. Établir, pour t > 0, l'équation horaire du mouvement de M en fonction de d, k, m et l_e.



Dans une seconde étude, on considère des frottements solide.

On suppose que le point matériel modélise une brique qui présente avec le support un coefficient de frottement f identique en régime statique et dynamique.

3. Montrer que la brique peut être en équilibre sur une plage de longueur centrée autour de l_E et dont on déterminera la demi largeur δl_E en fonction de m, g, k, f et α.

On suppose maintenant que la brique est posée sans vitesse initiale à une distance $d_0 > \delta l_E$ de la position d'équilibre l_E comptée algébriquement sur Ox.

4. Etablir l'équation du mouvement de la brique.
5. Etablir alors l'équation horaire de la position de la brique et déterminer la distance algébrique d_1 pour laquelle elle s'arrête.
6. Faire alors une représentation graphique de la trajectoire et prédire sans calcul le mouvement futur de la brique et sa position d'arrêt.

Exercice 4 : Lanceur de ball trap.

Un lanceur de ball-trap est un dispositif qui, à l'aide d'un simple ressort, permet d'envoyer des pigeons d'argile à des distances allant jusqu'à 100m. Nous allons étudier pourquoi la rotation du bras permet d'éjecter le disque.

On modélise le système lanceur par une tige horizontale T passant par O et qui tourne autour de l'axe vertical (Oz) à la vitesse angulaire ω constante.

Le pigeon est modélisé par un point matériel M de masse m qui peut coulisser sans frottement sur la tige. Il est repéré par ses coordonnées polaires (r,θ) dans le plan (Oxy).

À l'instant t = 0, le pigeon est situé à la distance r_0 de l'origine O et il est supposé immobile par rapport à la tige. Les conditions initiales sont donc : $r(t=0) = r_O$ et $\dot{r}(t=0) = 0$

On suppose de plus qu'à ce même instant, la tige est confondue avec l'axe (Ox) : θ(t = 0) = 0.

1. Ecrire le principe fondamental de la dynamique et en déduire l'équation différentielle vérifiée par r(t).
2. Déterminer la loi horaire r(t) en fonction de r_0 et ω. Tracer l'allure de r(t) pour t > 0.
3. Etablir l'équation de la trajectoire r(θ).

On suppose que la tige fait une longueur L=1m et qu'on pose le pigeon initialement à une distance d=10cm. Pour envoyer le pigeon aux distances indiquées, il faut que la vitesse acquise par le pigeon soit d'environ $20 m.s^{-1}$ en sortie du lanceur.

4. Déterminer la vitesse de rotation de la barre pour que la seule vitesse radiale corresponde à la vitesse indiquée. Faire l'application numérique.
5. Evaluer alors la vitesse ortho radiale du pigeon à son éjection et l'angle parcouru par le bras du lanceur. Commenter les résultats obtenus.

Exercice 5 : Dans le tambour d'un sèche-linge.

Dans le tambour d'un sèche-linge, on observe que le mouvement d'une chaussette s'effectue en une alternance de deux phases :

- au cours d'une première phase, la chaussette est entrainée par le tambour dans un mouvement de rotation uniforme ;
- au cours d'une deuxième phase, elle retombe en chute libre.

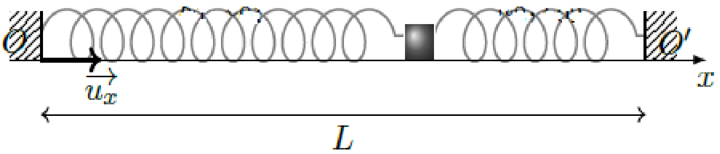
L'observation montre qu'à chaque tour, elle décolle du tambour au même endroit. On cherche à déterminer ce lieu. On modélise le tambour par un cylindre de rayon R = 25 cm tournant à 50 $tour.min^{-1}$. On s'intéresse au mouvement de la chaussette que l'on assimile à un point matériel M de masse m. Durant la première phase, on considère que le linge est entrainé dans un mouvement de rotation circulaire et uniforme à la même vitesse que le tambour et en restant collé à ses parois.

1. Déterminer la position angulaire θ du point où la chaussette perd le contact avec le tambour. Quel est le mouvement ultérieur de la chaussette ?

Exercice 6 : Comment se peser dans la station spatiale internationale ?

En apesanteur, les dispositifs usuels de mesure de masse ne sont pas fonctionnels suite à l'absence de gravité. Il est possible d'utiliser un système original modélisé dans cet exercice.

Un point matériel M de masse m, relié à l'aide de deux ressorts aux points O et O' glisse sans frotter sur le sol. Les ressorts sont de raideurs respectives k_1 et k_2 et de longueurs à vide respectives l_1 et l_2. La longueur OO' est notée L.



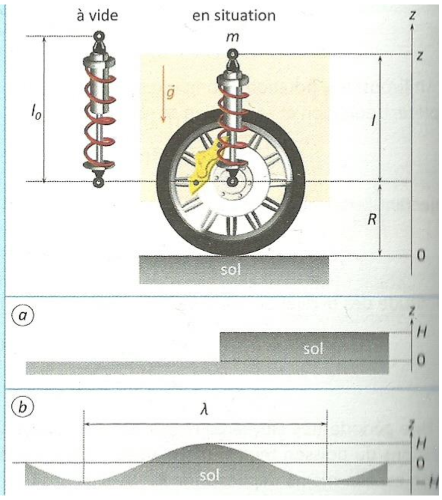
1. Poser l'étude du système en précisant proprement le bilan des forces.

2. Etablir l'expression de la position d'équilibre x_{eq}.
3. Etablir l'équation différentielle vérifiée par x(t), la mettre sous forme canonique en exprimant la pulsation propre ω_O.
4. Sans résoudre l'équation du mouvement, tracer l'évolution de x(t) si le point est initialement à sa position d'équilibre avec une vitesse initiale $\dot{x}(t=0)=v_O$.

Dans le système de pesée, les deux ressorts présentent la même raideur $k_1=k_2=k=300 N.m^{-1}$. Quand la chaise est vide, elle présente une masse m_O et la période des oscillations est de 1,28s. Quand l'astronaute de masse m_a prend place sur la chaise, la période des oscillations passe à 2,33s.

5. Déterminer la masse de l'astronaute.

Exercice 7 : Ballade bucolique en voiture.



Un bras de suspension est constitué d'un ressort de raideur k_O et de longueur à vide l_O qui exerce une force de rappel élastique entre les deux points d'attache de la suspension, placé en parallèle d'une cartouche à amortissement fluide de coefficient linéaire α_F qui exerce une force de résistance fluide s'opposant à la vitesse relative des deux points d'attache. L'ensemble supporte une masse m (correspondant au quart de la masse totale d'un véhicule à quatre roues) et repose sur une roue de rayon R, dans le champ de pesanteur uniforme de vecteur accélération $\vec{g}$.

Données : m = $3{,}510^2$ kg ; k = $1{,}30.10^4$ $N.m^{-1}$; l_O = 40 cm ; g= 9,8 $m.s^{-2}$.

1. Faire un bilan des force sur le point supérieur de la suspension auquel on attribue la masse m.
2. Le véhicule roule à vitesse constante sur une route rectiligne horizontale, exprimer son altitude d'équilibre z_{eq}.

Le véhicule rencontre une marche de hauteur H. En première approximation on suppose le pneu et la roue indéformables. On considère qu'il poursuit sa route à la même vitesse horizontale v.

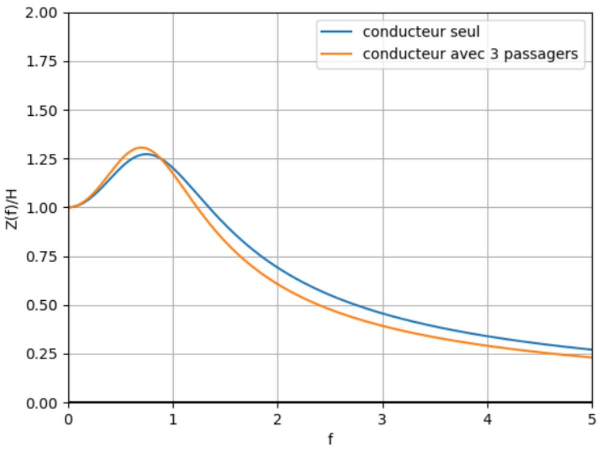
3. Déterminer l'équation du mouvement de la masse m après avoir franchi la marche, ainsi que les conditions initiales correspondant au problème posé. Déterminer les expressions de la pulsation propre ω_O et du facteur de qualité Q.

On souhaite alors régler la dureté des amortisseurs pour que le véhicule chargé d'un conducteur de masse moyenne estimée à m_C=80kg amortisse le plus vite possible mais sans oscillation le franchissement de la marche.

4. Quel régime de fonctionnement correspond à cette description ? Quelle est la valeur du facteur de qualité correspondante ? Estimer alors la valeur numérique qu'il faut donner à α_F.
5. Quel régime de fonctionnement va-t-on observer si le véhicule est chargé avec des passagers ?

Le véhicule aborde maintenant une route bosselée. On modélise le profil de la route par une fonction sinusoïdale de période spatiale λ = 10 m. et d'amplitude H = 5cm. On considère qu'il poursuit sa route à la même vitesse horizontale v.

6. Exprimer l'altitude locale du sol $z_{Sol}(x)$ puis $z_{Sol}(t)$ faire apparaître une pulsation ω dépendant de v et λ.
7. Montrer que l'amplitude Z_O des oscillations sinusoïdales permanentes du véhicule peut s'écrire : $Z_O = H\sqrt{\dfrac{Q^2+x^2}{Q^2\left(1-x^2\right)^2+x^2}}$ avec : $x=\dfrac{\omega}{\omega_O}$. Déterminer alors l'amplitude de l'accélération.



On donne les courbes de résonnance en amplitude pour le véhicule avec conducteur et le véhicule chargé avec le conducteur et 3 passagers où la fréquence est donnée en Hz.

8. Donner un ordre de grandeur de la vitesse pour laquelle l'amplitude des oscillations est la plus grande.