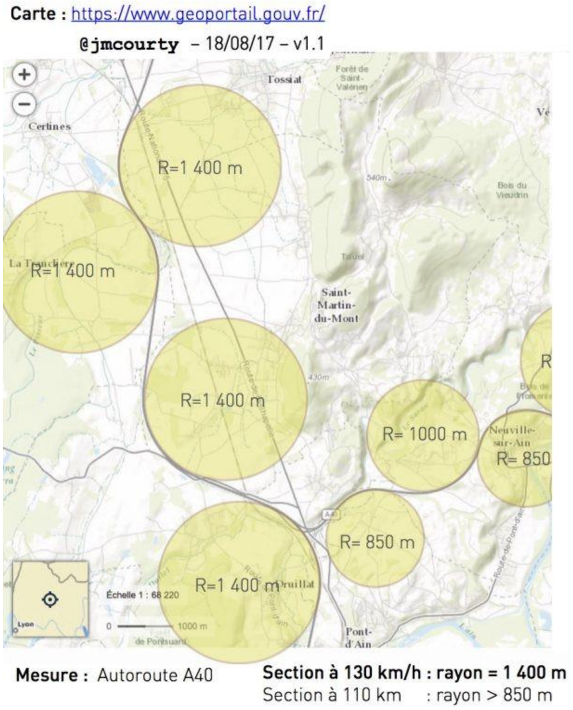
Problème 1 : description des mouvements d'une voiture.

a. Courbure des autoroutes.



La carte ci-contre représente une section de l'autoroute A40 qui circule de Macon jusqu'au tunnel du Mont Blanc en traversant les Alpes.

On suppose dans un premier temps que la section d'autoroute étudiée est une portion de cercle de rayon R et qu'elle est parcourue à la vitesse constante v_O par un véhicule.

1. Faire un schéma et introduire la base de projection adaptée à l'étude de ce mouvement.
2. Exprimer le vecteur position, le vecteur vitesse, et le vecteur accélération du véhicule dans cette base en fonction de R, v_O et des vecteurs unitaires de la base introduite.
3. Quelle base de projection permet de généraliser les résultats précédents à l'ensemble des sections d'autoroute présentant l'allure d'une portion de cercle ? Exprimer dans cette base les vecteurs vitesse et accélération en fonction de R, v_O et des vecteurs unitaires de cette base locale. Quel nom donne-t-on alors à R et quel nom donne-t-on alors au cercle sur lequel le profil de l'autoroute bien s'appuyer ?

On considère usuellement qu'une voiture ne dérape pas si l'accélération qu'elle subit dans une courbe ne dépasse pas, en norme, la valeur μg, avec g la norme de l'accélération de la pesanteur et μ un coefficient numérique sans unité qu'on prendre égal à $\mu=0{,}12$.

4. Exprimer puis évaluer numériquement le rayon minimal R_{min} d'une autoroute sur laquelle la vitesse limite est fixée à 130km/h, puis à 110km/h.
5. Commenter les mesures présentées sur la carte.

b. Freinage d'urgence.

En ville, sur une section droite de rue où la vitesse est limitée à v_i=50km/h, un conducteur doit déclencher un freinage d'urgence parce qu'un piéton s'engage devant lui à une distance d=50m. Le temps de réaction du conducteur est de δt=1s, et il freine ensuite de manière efficace induisant une décélération constante de norme a=7m.s^{-2}.

6. Le freinage effectué permettra-t-il l'arrêt du véhicule avant la collision ? Sinon, déterminer la vitesse à laquelle la collision a lieu.

c. Entrée de parking.

Pour se garer au centre commercial, un conducteur emprunte la rampe d'entrée du parking attenant. Les coordonnées du point suivant la trajectoire du centre de masse du véhicule sont données par :

$$\begin{pmatrix} r(t)=R \\ \theta(t)=\omega_O t \\ z(t)=v_O t \end{pmatrix}$$ où R, ω_O et v_O sont des constantes.

7. Dans quelle base de projection travaille-t-on ici de manière implicite ? Faire un schéma pour la représenter.
8. Exprimer le vecteur position, le vecteur vitesse et le vecteur accélération dans cette base.
9. Quel est le type de trajectoire suivi ? Que désigne le terme « pas » pour ce type de trajectoire ? Déterminer son expression en fonction des données de l'énoncé.
10. Exprimer le pourcentage de la pente équivalente à la montée de cette rampe.

On recommande pour un parking que la pente équivalente soit au maximum de 12,5%, le rayon de la rampe est R=11,5m.

11. Exprimer et évaluer la vitesse de rotation maximale pour que le véhicule ne dérape pas sur la pente ? Faire de même pour la vitesse ascensionnelle correspondante ? et pour la norme de la vitesse.

Problème 2 : Chute libre dans la glycérine.

On étudie le mouvement de translation d'une bille d'acier de rayon R et de masse volumique ρ dans de la glycérine de masse volumique ρ_O. On admettra que les actions de frottement exercées par le liquide sur la bille en mouvement sont modélisables par une force $\vec{f} = -K.\vec{v}_{M/R}$ avec $K = 6\pi\eta R$ où η est la viscosité du liquide.

<u>**DONNEES :**</u> Masse volumique de l'acier : $\rho = 7800$ kg.m^{-3}
Masse volumique de la glycérine : $\rho_0 = 1260$ kg.m^{-3}
Accélération de la pesanteur : $g = 9{,}8$ m.s^{-2}

La bille est placée initialement au point O qu'on prendra comme origine du repère sans vitesse initiale.

1. Poser proprement l'ensemble des éléments de l'étude du mouvement de la bille.
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v de la bille.
3. Résoudre cette équation pour établir l'expression de la vitesse en fonction du temps. On donnera l'expression du temps τ caractéristique du régime transitoire et l'expression de la vitesse limite v_{lim}.
4. Etablir l'expression de la position verticale de la bille en fonction du temps, en faisant apparaître les paramètres v_{lim} et τ.

On effectue une expérience pour mesurer la vitesse limite de la bille pour différentes valeurs du rayon.

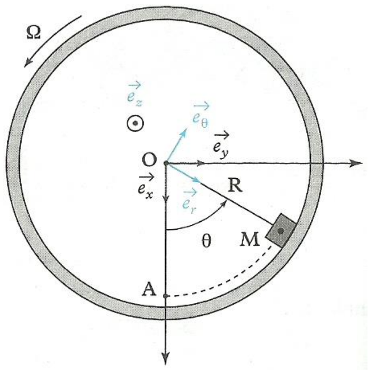
R(mm)	1,50	1,60	1,75	2,00	2,25
v_{lim} (cm.s^{-1})	5,2	5,9	7,1	9,1	11,5

5. Pour chaque rayon, compléter le tableau précédent en évaluant numériquement τ et la distance parcourue sur la durée τ.
6. Décrire alors le protocole expérimental permettant d'effectuer la mesure de la vitesse limite.
7. Exploiter au mieux les données du tableau pour déterminer la valeur numérique de la viscosité η de la glycérine (en précisant son unité).

Problème 3 : Dans un tambour.

On considère un palet de masse m situé initialement au point A dans un tambour présentant une vitesse de rotation constante Ω et de rayon R = 35cm. On suppose qu'initialement le palet ne glisse pas, il présente alors la même vitesse que le tambour.
On modélise l'action de contact entre le tambour et le palet par les lois de Coulomb :

- Si il n'y a pas glissement, la composante tangentielle doit présenter une norme inférieure au produit de la norme de la composante normale par le coefficient de frottement f entre les deux solides.
- Si il y a glissement, la composante tangentielle s'oppose au glissement et présente une norme qui est le produit de la norme de la composante normale par le coefficient de frottement f entre les deux solides.



1. Poser proprement l'ensemble des éléments de l'étude du mouvement du palet.
2. En supposant que le contact entre le palet et le tambour n'est pas rompu et qu'il n'y a pas de glissement, exprimer le vecteur position, le vecteur vitesse et le vecteur accélération du palet dans la base polaire.
3. Déterminer les expressions des composantes normale et tangentielle de la réaction du tambour en fonction de m, g, R, Ω et θ.
4. Déterminer une condition sur Ω pour que le palet ne « décroche » jamais du tambour c'est-à-dire qu'il reste toujours en contact avec ce dernier. Déterminer l'expression de Ω_{min}. Faire l'application numérique en rad.s^{-1} puis en tours par minute.

On se place dans le cas où Ω = 70 tours/min.

5. Déterminer la condition vérifiée par l'angle θ pour qu'il n'y ait pas de glissement. En déduire l'expression f_1 du coefficient de frottement pour lequel il y a début de glissement à l'angle θ_1. Faire l'application numérique pour un angle $\theta_1 = 135°$.