

Etude du mouvement d'un pendule par analyse vidéo

1. Réalisation d'une capture vidéo du mouvement d'un pendule pesant.

1.1. Schéma et étude théorique du mouvement d'un pendule pesant.

On considère un pendule pesant constitué d'une tige équilibrée de moment d'inertie $J_{tige} = \frac{1}{12} m_{tige} l_{tige}^2$ et d'un cylindre considéré quasi-ponctuel en G situé à une distance a de l'axe de rotation de moment d'inertie $J_{cyl} = m_{cyl} a^2$ en liaison pivot supposée parfaite par rapport à l'axe de rotation Δ.
On note θ l'angle fait par la tige avec la verticale vers le bas.

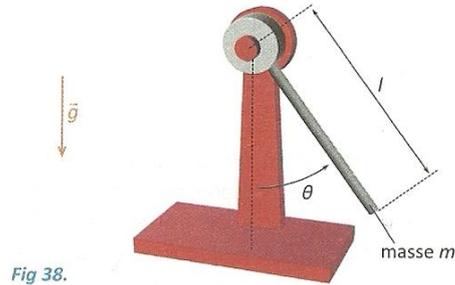


Fig 38.

Les actions mécaniques sur le pendule sont :

- L'action de contact au niveau de la liaison pivot supposée parfaite.
- L'action de la gravité terrestre sur la tige qui est nulle car elle est centrée
- L'action de gravité sur le cylindre vue comme un vecteur force $m_{cyl} \cdot \vec{g}$ appliquée au centre d'inertie G du cylindre.

On écrit le théorème scalaire du moment cinétique par rapport à l'axe de rotation Δ pour le pendule pesant :

$$(J_{tige} + J_{cyl}) \frac{d\Omega_{S/R}}{dt} = M_{\Delta, \vec{p}} + M_{\Delta, pivot}$$

La liaison pivot est parfaite et le moment du poids donne : $M_{\Delta, \vec{p}} = a \vec{e}_r \wedge m_{cyl} g (\cos \theta \vec{e}_r - \sin \theta \vec{e}_\theta) \cdot \vec{e}_\Delta$

D'où $M_{\Delta, \vec{p}} = -m_{cyl} a g \sin \theta$

On obtient alors l'équation du mouvement : $J_{tot} \ddot{\theta} + m_{cyl} g a \sin \theta = 0$

On introduit alors la pulsation $\omega_s = \sqrt{\frac{m g a}{J_{tot}}}$ pour écrire finalement : $\boxed{\ddot{\theta} + \omega_s^2 \sin \theta = 0}$

1.2. Réalisation expérimentale du pendule.

❖ Détermination des caractéristiques du pendule :

Le pendule réalisé n'est pas un pendule simple car la tige utilisée présente une masse non négligeable.

- Mesurer la masse de la tige ainsi que l'incertitude associée, et mesurer la longueur de la tige ainsi qu'une incertitude associée. Déterminer alors son moment d'inertie par rapport à un axe de rotation passant par son centre en exploitant la formule : $J_{tige} = \frac{1}{12} m_{tige} l_{tige}^2$ ainsi que son incertitude associée.
- Mesurer la masse du cylindre blanc ainsi que l'incertitude associée, mesurer a la distance entre l'axe de rotation et la position du centre d'inertie du cylindre ainsi que l'incertitude associée. Déterminer alors le moment d'inertie du cylindre $J_{cyl} = m_{cyl} a^2$
- Comparer les deux moments d'inertie et conclure. Evaluer alors le moment d'inertie total de la tige ainsi que l'incertitude associée.

❖ Réaliser le montage du pendule :

- On fixe d'abord la barre de masse m et de longueur l pour qu'elle soit équilibrée, c'est-à-dire que son centre est sur l'axe de rotation.
- Fixer alors le cylindre blanc à la distance a choisie précédemment.

1.3. Réaliser un enregistrement vidéo.

❖ Ouvrir le logiciel AMCAP (dans Physique-Chimie)) qui se trouve sur le bureau de l'ordinateur.

- Si aucune image n'apparaît à l'écran, aller dans le menu option et cocher la case preview, on visualise alors à l'écran le champ de la caméra.

❖ Placer la caméra face au pendule et vérifier :

- L'horizontalité de l'écran sombre placé derrière le pendule : l'étalon de distance (la règle blanche et noire sur le côté de l'écran) doit être la plus verticale possible.

- La distance pendule caméra : elle doit être optimisée pour que le champ inclus le pendule en entier, le centre de rotation et l'étalon de distance, mais sans avoir un espace excessif autour de ces éléments.
- L'horizontalité de l'axe la caméra pour obtenir une image droite.
- La mise au point de la caméra sur le système d'étude qui peut être réalisée à l'aide de la bague de réglage située sur la caméra.
- **Pour finir on placera un point de couleur d'environ 1cm de diamètre sur la face visible du cylindre.**
- ❖ Régler les paramètres d'acquisition :
 - Dans le menu Option, choisir l'onglet Video capture pin. Choisir la taille de l'image **1920x1080**.
 - Dans le menu Capture, choisir Set Time Limit et entrer la durée du film à réaliser pour enregistrer 3 périodes d'oscillations, on pensera également à cocher la case, use set time limit.
- ❖ Réalisation de l'enregistrement.
 - Dans le menu File, choisir Set capture directory et choisir le dossier Vidéos pour enregistrer vos vidéos.
 - Eloigner (légèrement pour les premiers essais) le pendule de sa position d'équilibre, et déclencher l'enregistrement par le bouton Start capture qui se trouve dans le menu capture puis taper ok rapidement dans la fenêtre qui s'affiche.
 - Aller ensuite dans le dossier Vidéo avec l'explorateur de fichiers Windows pour renommer votre film par penduleVOTRENOM.

Appeler le professeur pour valider l'enregistrement et passer à l'étape suivante.

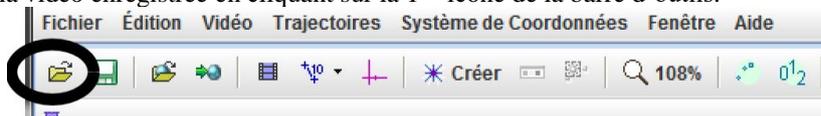
2. Numérisation de l'enregistrement

La numérisation de l'enregistrement vidéo se fait à l'aide du logiciel **TRACKER**.

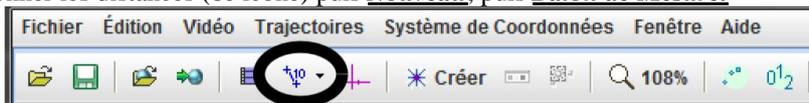
- ❖ Lancer le logiciel TRACKER.

2.1. Récupération de données.

- ❖ Charger la vidéo enregistrée en cliquant sur la 1^{ère} icône de la barre d'outils.

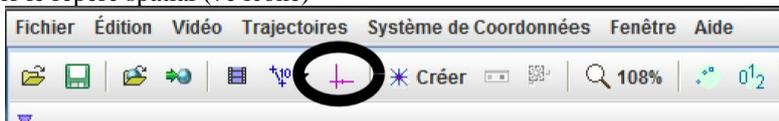


- étalonner les distances (6^e icône) puis Nouveau, puis Bâton de Mesure.



Le bâton de mesure bleu est apparu sur la vidéo. Le placer à l'aide de la souris sur l'étalon blanc et noir en déplaçant les deux croix aux extrémités. En cliquant sur la valeur numérique du bâton de mesure, indiquer sa vraie longueur (en m). Attention le séparateur décimal doit être la virgule (et non le point).

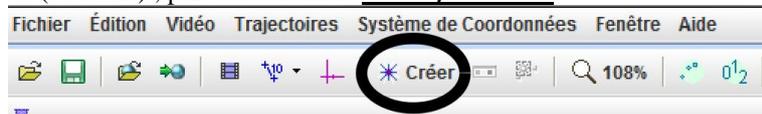
- Ajouter le repère spatial (7^e icône)



Placer à l'aide de la souris l'origine O du repère sur le centre de rotation du pendule. Faire tourner le repère de manière à placer l'axe des x vertical descendant. Cet axe est distingué des autres par un petit tiret.

- ❖ Dans l'onglet Système de coordonnées, choisir Unités des angles, Radian.

- ❖ Créer un objet à étudier (8^e icône), puis sélectionner Masse ponctuelle.



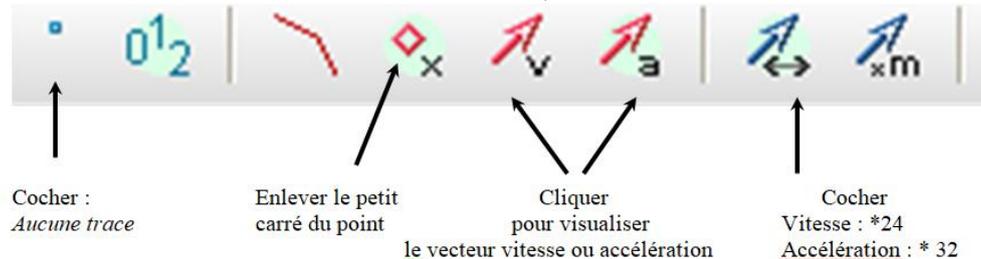
Appuyer sur Ctrl et Maj (maintenir les 2 appuyées) et, avec la souris, cliquer sur le centre de la masse.

Dans la fenêtre qui vient d'apparaître, cliquer sur Chercher. Le logiciel lance alors l'analyse de la vidéo et de la capture de données. Si La masse a été correctement sélectionnée et que la capture s'est bien déroulée, fermer la fenêtre.

- ❖ Sur le cadran en bas à droite, cliquer sur Tableau de Données et sélectionner les variables θ et ω . Fermer cette fenêtre de variables.

2.2. Cinématique du mouvement.

Pour visualiser le vecteur vitesse ou le vecteur accélération, on utilisera les icônes suivantes :



- ❖ Relancer alors la visualisation de la vidéo et répondre alors aux questions suivantes :
 - Quelle est l'orientation du vecteur vitesse observée sur l'enregistrement ? Commenter
 - Quelle est l'orientation du vecteur accélération ? En quel point est-il orthoradial ? en Quel point est-il radial ? Commenter.

3. Exploitation des données extraites.

L'exploitation des données se fera sur le logiciel LATISPRO.

- ❖ Dans le logiciel TRACKER, aller dans l'onglet Fichier, puis Exporter et sélectionner Fichier de données. Dans Cellules, sélectionner Toutes les cellules, Dans Délimiteur, sélectionner Onglet, cliquer alors sur Enregistrer sous et créer un fichier donneesVOTRENOM.txt dans le dossier Vidéos.
- ❖ Dans l'explorateur de fichier windows, chercher le fichier que vous venez de créer.
 - Eliminer la première ligne contenant le titre du tableau de données.
 - Renommer les variables par t, theta et omega (attention à les séparer par une simple tabulation)
 - Ajouter une ligne avec les unités s, rad, rad/s (attention à les séparer par une simple tabulation).
- ❖ Ouvrir le logiciel LATISPRO et récupérer les données en sélectionnant l'onglet Fichier, puis importation, et sélectionner votre fichier de données. à nommer les trois variables correspondantes, temps, theta, omega en double cliquant dessus dans l'onglet Courbes de la colonne de gauche.

3.1. Etude du mouvement de petites oscillations autour de l'équilibre.

- ❖ Visualiser sur une fenêtre graphique les courbes temporelles donnant theta en fonction du temps et omega en fonction du temps.
 - Utiliser l'outil mesures automatiques pour déterminer la période, l'amplitude, et la valeur moyenne de theta et omega.
 - ✓ Comparer la période expérimentale avec la valeur théorique attendue.
 - ✓ Quelle est la valeur moyenne théorique de theta ? Quelle est la nature de l'erreur qui est commise dans les mesures de cet angle ?
 - ✓ Pour la suite, si besoin est, on rectifiera cette erreur en introduisant un nouvel angle de moyenne nulle theta2 à l'aide de la feuille de calcul. On utilisera alors theta2 plutôt que theta dans les calculs qui seront effectués par la suite.
 - Rappeler la nature du mouvement dans le cas d'oscillation aux petits angles et effectuer une modélisation de theta(2) et de omega à l'aide des outils du logiciel LATISPRO. Commenter le résultat obtenu.
- ❖ Visualiser le portrait de phase sur une nouvelle fenêtre graphique.
 - Effectuer le tracé de ce portrait de phase avec theta(2) et omega, puis avec les modélisations associées. Commenter alors les tracés obtenus.

❖ Tracé des énergies réduites.

➤ Dans la feuille de calcul :

✓ définir l'énergie cinétique réduite $e_c = \frac{E_C}{E_{C,\max}} = \left(\frac{\omega}{\omega_{\max}} \right)^2$

✓ définir l'énergie potentielle réduite $e_p = \frac{E_P}{E_{P,\max}} = \left(\frac{1 - \cos(\theta(t))}{1 - \cos(\theta_{\max})} \right)$

✓ Définir l'énergie mécanique réduite $e_m = e_c + e_p$

- Procéder de même avec les grandeurs modélisées pour définir $e_{C,\text{mod}}$, $e_{P,\text{mod}}$ et $e_{m,\text{mod}}$
- Tracer alors sur un même graphique e_c , e_p et e_m en fonction du temps ainsi que $e_{C,\text{mod}}$, $e_{P,\text{mod}}$ et $e_{m,\text{mod}}$.
- Commenter les courbes obtenues, en particulier les écarts entre l'étude théorique, la modélisation et la courbe expérimentale.

3.2. Etude du mouvement à forte amplitude.

- ❖ Lancer le pendule pour différentes amplitudes (45°, 90°, 120°, 150°) et mesurer à l'aide du chronomètre la période du pendule.
 - Commenter l'évolution de la période des oscillations. Expliquer pourquoi on parle de non-isochronisme des oscillations du pendule.
- ❖ Réaliser un film à grande amplitude (90° par exemple) et refaire les analyses les partie 3.1.

3.3. Etude du mouvement d'oscillations amorties.

- ❖ On réalise un pendule amorti en plaçant en haut de la tige un carton qui créera un frottement de type fluide.
- ❖ Reprendre toutes les étapes précédentes. On effectuera un enregistrement sur 10 secondes et on nommera le fichier PenduleamortiVOTRENOM.
- ❖ Exploiter les courbes obtenues pour déterminer :

➤ La pseudo-période expérimentale T et en la comparant à la période propre T_0 .

➤ La valeur du facteur de qualité en exploitant la relation : $Q = \frac{k\pi}{\ln\left(\frac{\theta(t)}{\theta(t+kT)}\right)}$, k un entier positif.

Matériel pour 6 tables :

- Pendule (tige+ masse), potence, écran noir
- Balances permettant de peser la tige et la masse. Mètre ruban.

Matériel pour 12 tables :

- WebCam posée sur l'écran de l'ordinateur
- Ordinateur avec Logiciel AMCAP
- Logiciel Latis-Pro et TRACKER

Capacités :

- Réaliser et exploiter quantitativement un enregistrement vidéo d'un mouvement : évolution temporelle des vecteurs vitesse et accélération.
- Réaliser l'acquisition expérimentale du portrait de phase d'un pendule pesant. Mettre en évidence une diminution de l'énergie mécanique.
- Enregistrer un phénomène à l'aide d'une caméra numérique et repérer la trajectoire à l'aide d'un logiciel dédié, en déduire la vitesse et l'accélération.