Feuille de physique numéro 22 **PCSI2** **2024-2025**

Action mécanique de Laplace.

Exercice 1 : Mesure du champ magnétique terrestre.

Une aiguille aimantée de moment magnétique $\vec{M}$ et moment d'inertie J par rapport à l'axe Oz vertical, orienté vers le haut, passant par son centre d'inertie G est plongée dans le champ magnétique terrestre $\vec{B}_T = B_{Tx}\vec{e}_x + B_{Tz}\vec{e}_z$.

1. Poser le problème et déterminer la position d'équilibre stable ainsi que la période des petites oscillations de l'aiguille autour de cette position d'équilibre.

On place alors un système de bobines de Helmholtz qui génère dans la région de l'aiguille aimantée un champ magnétique uniforme $\vec{B}_H = B_H\vec{e}_y$.

2. Déterminer la nouvelle position d'équilibre de l'aiguille et la période des petites oscillations autour de la nouvelle position d'équilibre.

On mesure lorsque les bobines génèrent un champ magnétique de norme $B_H = 2{,}6.10^{-5}$ T une rotation de la position d'équilibre $\alpha = 37°$.

3. Evaluer numériquement B_{Tx}.

Lorsqu'on place l'aiguille dans le seul champ magnétique terrestre et qu'on modifie l'axe de rotation pour qu'il s'aligne sur Oy, on observe que l'aiguille s'incline d'un angle $\beta = 66°$, le pôle nord pointant alors vers le bas.

4. Evaluer numériquement la norme du champ magnétique terrestre en ce point.

On rappelle que pour une source modélisable par un moment dipolaire $\vec{M}_T$ les composantes du champ sont données par la relation $\vec{B}_T = \dfrac{\mu_O}{4\pi}\dfrac{M_T}{r^3}\left(2\cos\theta.\vec{e}_r + \sin\theta.\vec{e}_\theta\right)$

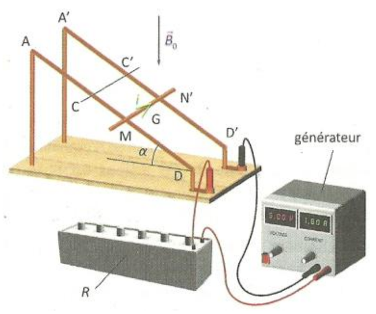
5. Déterminer la latitude du point où cette expérience a été réalisée.

Exercice 2 : Rails de Laplace inclinés.

Une tige horizontale de masse m peut glisser sans frottement sur deux rails conducteurs parallèles, AD et A'D', distants de l et faisant un angle commun α avec l'horizontale.

On suppose que le seul mouvement possible de la tige est une translation le long de la direction des rails et on note M et N les points de contacts sur les rails.

Les points D et D' sont connectés à un générateur et un conducteur ohmique de sorte qu'un courant i circule dans les rails et la tige. L'ensemble rails tige est plongé dans un champ magnétique extérieur $\vec{B}_O$ uniforme de direction verticale orienté vers le bas.



On constate qu'en ajustant l'intensité du courant, il est possible d'observer un équilibre de la tige sur les rails à une hauteur h au-dessus du sol. On note cette position CC'.

1. Expliquer qu'on puisse faire cette observation et exprimer l'intensité i_{eq} circulant alors dans la tige.
2. Cet équilibre est-il stable ou instable ?
3. Lors d'une expérience, on mesure m= 45 g, l = 10 cm, α = 11°, et i_{eq} = 2,5 A. Calculer l'intensité du champ magnétique. Peut-il être généré par un aimant usuel ?
4. Peut-on observer l'équilibre si on considère le champ vertical vers le haut ?

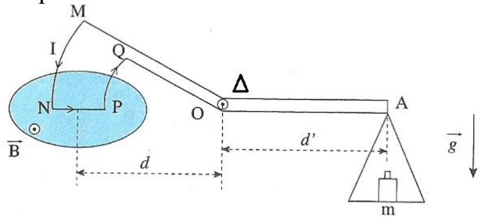
On reprend la configuration d'un champ vertical vers le bas en considérant que l'intensité du courant n'est plus constante mais suit une évolution sinusoïdale d'amplitude δi de pulsation ω au cours du temps centrée autour de la valeur i_{eq}, on suppose également qu'une action mécanique résistante de type fluide linéaire agit sur la tige au cours de son mouvement.

5. Déterminer l'équation différentielle reliant X(t) la cote le long des rails à l'intensité i.
6. Déterminer l'amplitude du mouvement de la tige en RSF.

Exercice 3 : Balance de Cotton.

Une balance de Cotton est un dispositif qui servait autrefois à mesurer l'intensité d'un champ magnétique. Elle est constituée d'une tige coudée mobile en rotation autour d'un axe Δ passant par O et orthogonal à la figure. Les partie MN et PQ sont des arcs de cercles de centre O, on note l la longueur du segment NP. La partie MNPQ est parcourue par un courant d'intensité I.

Le champ magnétique sujet de la mesure est supposé uniforme et localisé dans la région grisée. L'équilibre de la balance est réalisé à l'aide de masses marquées que l'on place dans le plateau à la verticale du point A. A l'équilibre OA et NP sont horizontaux.

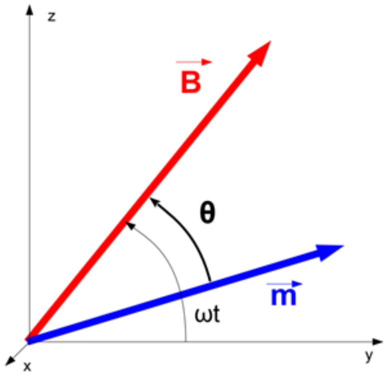


1. Montrer que les moments par rapport à Δ des actions de Laplace sur les portions MN et PQ sont nuls.
2. Déterminer, lorsque l'équilibre est réalisé, le moment de l'action de Laplace sur la section NP en fonction de I, B, l et d, ainsi que le moment de l'action de gravité sur les masses disposées dans le plateau en fonction de m, g et d'.
3. En déduire l'expression de l'intensité du champ magnétique en fonction de I, l, d, d', g et m.
4. Faire l'application numérique pour d=10.d', I = 1,5A, m =11,3g, g = 9,8m.s^{-2} et l = 7cm.

Action mécanique de Laplace.

Exercice 4 : Moteur synchrone.

On considère un modèle simple pour décrire un moteur synchrone. Le rotor (pièce en rotation), décrit par un moment magnétique $\vec{m}$, tourne avec la même vitesse angulaire que le champ magnétique $\vec{B}$ qui l'entraîne.



Le moment d'inertie du rotor par rapport à l'axe de rotation vaut J. On note $\theta = \left(\vec{m}, \vec{B}\right)$ l'angle interne du moteur et $\vec{\Gamma}_L$ le couple exercé par le champ magnétique.

<u>Données</u> : B = 0,2 T, m = 8,0 A.m^2 et f = 50 tours/s

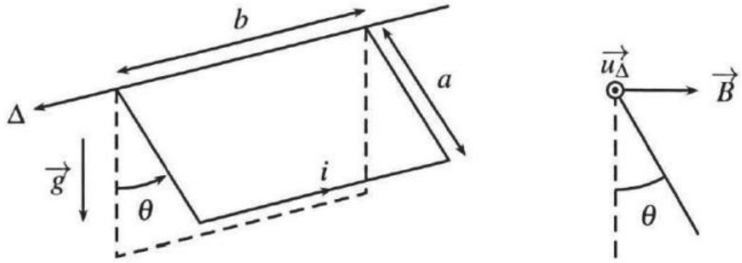
1. Donner l'expression de $\vec{\Gamma}_L$ en fonction de θ.

On se place en régime stationnaire. Le moteur doit entraîner une charge mécanique qui exerce un couple résistant $\Gamma_{Charge} = 0,65 N.m$.

2. Calculer θ, l'angle interne du moteur, puis la puissance du couple de Laplace.
3. Quel est le couple maximal $\Gamma_{L,\max}$ que peut fournir ce moteur ? Que se passe-t-il si $\Gamma_{charge} > \Gamma_{L,\max}$?

Exercice 5 : Equilibre et petites oscillations d'un cadre.

Un cadre rectangulaire conducteur tourne sans frottement autour d'un axe Δ horizontal.
Ce cadre est composé de 4 segments : 2 de longueur a et 2 de longueur b (b > a). L'un des segments de longueur b est confondu avec l'axe fixe Δ autour duquel l'ensemble tourne grâce à une liaison pivot parfaite.
La masse totale du cadre est m, son moment d'inertie par rapport à Δ est J. Un dispositif impose une intensité du courant i constante dans le cadre.



Le cadre est placé dans un champ de pesanteur et un champ magnétique. Le champ magnétique est horizontal placé dans un plan perpendiculaire à Δ.

1. Quelle est la position d'équilibre stable (angle entre la verticale et le plan du cadre).

On écarte légèrement le cadre de sa position d'équilibre stable.

2. Quelle est la pulsation des petites oscillations ?

On suppose maintenant que le champ magnétique est vertical et de sens opposé à l'accélération de la pesanteur.

3. Quelle est la nouvelle position d'équilibre ?
4. Quelle est la pulsation des petites oscillations ?