

## Conversion électromécanique de puissance.

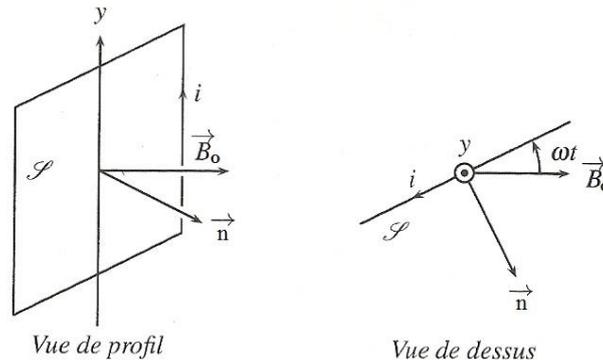
### 1. Retour sur le système du cadre rectangulaire.

#### 1.1. Système étudié et analyse qualitative.

##### a. Système étudié.

On étudie comme dans le premier chapitre sur les forces de Laplace le système du cadre rectangulaire d'aire  $S$  sur lequel on a enroulé  $N$  spires en liaison pivot par rapport à un axe de rotation  $Oy$  fixe dans le référentiel d'étude. On suppose à nouveau qu'un champ magnétique extérieur permanent et uniforme  $\vec{B}_0$  règne dans le référentiel d'étude.

Cette fois-ci, on n'impose aucun courant dans le cadre mais on suppose qu'il est mis en rotation à la vitesse angulaire  $\omega$  constante par un système extérieur.



##### b. Analyse qualitative par la loi de Lenz.

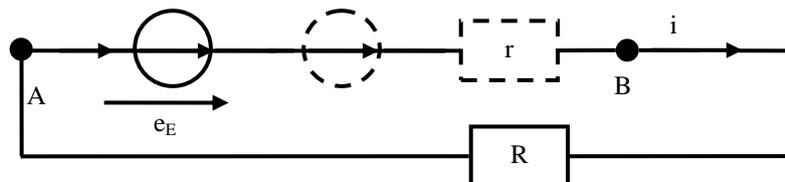
Lorsque le cadre est mis en rotation autour de l'axe  $Oy$ , le flux du champ magnétique à travers la surface s'appuyant sur le cadre varie. La loi de Lenz affirme alors que le phénomène d'induction va s'opposer à la cause qui lui donne naissance.

Plus précisément, un courant induit apparaît dans le cadre, le champ magnétique extérieur va alors appliquer sur le cadre un couple s'opposant aux variations du flux magnétique à travers le cadre. On s'attend donc à ce que ce couple s'oppose à la rotation du cadre, et présente un caractère résistif.

#### 1.2. Mise en équations du système.

##### a. Modélisation et équation électrocinétiques.

On commence par construire un schéma électrique équivalent pour le cadre.



Pour cette étude, on va supposer l'auto-induction négligeable et on va supposer que  $r$  est négligeable devant la résistance de charge  $R$  aux bornes de laquelle le cadre est connecté.

Le flux du champ magnétique à travers le cadre s'exprime avec les conventions fixées sur le schéma par :

$$\Phi = NSB_0 \cos(\vec{n}; \vec{B}_0) = NSB_0 \cos(\omega t - \pi/2) = NSB_0 \sin(\omega t)$$

La force électromotrice d'induction dans le cadre s'exprime alors :  $e_E = -\frac{d\Phi}{dt} = -NSB_0 \omega \cos(\omega t)$

On exprime alors la loi des mailles dans le circuit du schéma :  $e_E = Ri = -NSB_0 \omega \cos(\omega t)$

On arrive ainsi à l'expression de l'intensité  $i$  du courant dans le cadre.

##### b. Etude et équation mécaniques.

On peut exprimer le couple exercé par le champ magnétique sur le cadre :

$$\vec{\Gamma}_L = \vec{M} \wedge \vec{B}_0 = NSiB_0 \vec{e}_y \sin(\vec{n}, \vec{B}_0) \text{ avec } \sin(\vec{n}, \vec{B}_0) = \sin(\pi/2 - \omega t) = \cos(\omega t) \text{ et } i = -\frac{NSB_0}{R} \omega \cos(\omega t)$$

$$\text{Finalement : } \vec{\Gamma}_L = -\frac{N^2 S^2 B_0^2}{R} \vec{e}_y \omega \cos^2(\omega t)$$

On peut alors écrire la loi du moment cinétique pour le cadre en rotation autour de l'axe Oy fixe dans le

référentiel d'étude : 
$$J \frac{d\omega}{dt} = 0 = \Gamma_{L,y} + \Gamma_{moteur,y} = -\frac{N^2 S^2 B_0^2}{R} \omega \cos^2(\omega t) + \Gamma_{moteur,y}$$

**c. Conversion de puissance mécanique en puissance électrique.**

La puissance électrique fournie au circuit par la source de tension d'induction s'exprime :

$$P_G = e_E \cdot i = Ri^2 = \frac{N^2 S^2 B_0^2}{R} \omega^2 \cos^2(\omega t)$$
 dont on peut noter qu'elle est toujours positive.

La puissance mécanique exercée par l'action de Laplace sur le circuit s'exprime :

$$P_L = \Gamma_{L,y} \omega = -\frac{N^2 S^2 B_0^2}{R} \omega^2 \cos^2(\omega t)$$
 dont on peut noter qu'elle est toujours négative.

On observe de plus immédiatement que  $P_L + P_G = 0$

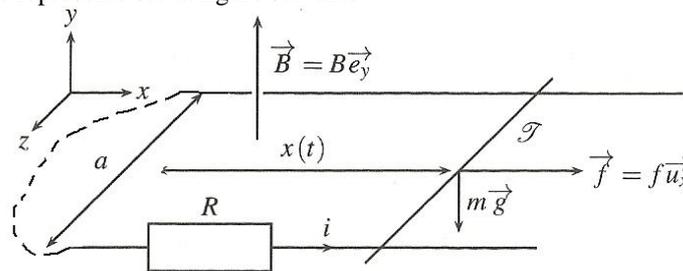
Le bilan de puissance mécanique sur le cadre donne :  $P_{moteur} + P_L = 0$  et on constate que  $P_{moteur} = P_G$ . Il y a eu conversion de la puissance mécanique fournie par le moteur en une puissance électrique dans le circuit constitué à partir de la bobine.

**2. Retour sur le système des rails de Laplace.**

**2.1. Système étudié et analyse qualitative.**

**a. Système étudié.**

On considère le système représenté sur la figure suivante :



Le circuit électrique ne comporte cette fois aucun générateur externe, il est constitué uniquement de deux rails fixes conducteurs parallèles horizontaux et d'une tige conductrice mobile.

L'ensemble est toujours plongé dans un champ magnétique uniforme, stationnaire de direction perpendiculaire au plan horizontal contenant les rails et la tige mobile.

On connecte le système de rails à une résistance R aux bornes de laquelle on peut alors visualiser la tension aux bornes du système de rails de Laplace.

La barre est mise en mouvement par un opérateur extérieur qui exerce celle-ci une force  $\vec{f} = f \vec{u}_x$ .

**b. Analyse qualitative.**

Lorsque la tige est mise en mouvement par l'opérateur dans le champ magnétique, le phénomène d'induction génère un courant dans le circuit sur lequel va s'exercer une action mécanique de Laplace. La loi de Lenz affirme alors que cette action mécanique va s'opposer à la cause qui lui a donné naissance et que l'action mécanique de Laplace aura un effet résistif vis-à-vis de ce mouvement, elle agira comme une force de freinage pour le mouvement de translation de la tige.

**2.2. Mise en équation.**

**a. Modélisation et équation électrocinétique.**

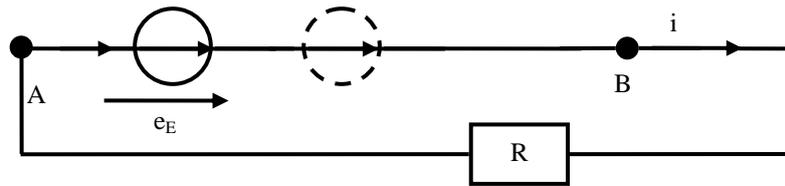
On considère deux positions de la tige pour deux instants successifs t et t+δt, et on évalue la variation du flux du champ magnétique entre ces deux instants :

- La barre s'est déplacée de la position x(t) à la position x(t+δt), balayant une aire δS = aδx.
- La normale à la boucle de courant constituée des rails et de la tige est de même sens que le champ magnétique, on en déduit que la variation du flux du champ magnétique orienté selon Oy sur la durée δt à travers cette aire δS est δΦ = aB<sub>0</sub>δx.
- On peut alors écrire pour le flux du champ magnétique concernant le circuit étudié que

$$\Phi(t + \delta t) - \Phi(t) = \delta\Phi = aB_0 \delta x, \text{ on obtient alors : } \frac{\Phi(t + \delta t) - \Phi(t)}{\delta t} = \delta\Phi = aB_0 \frac{\delta x}{\delta t}$$

Par passage à la limite quand δt tend vers 0 et définition de la dérivée temporelle on obtient :  $\frac{d\Phi}{dt} = aB_0 \dot{x}$

On effectue à nouveau la modélisation du circuit électrocinétique associé à ce système :



On néglige à nouveau l'auto-induction, la loi des mailles s'écrit alors :  $e_E = Ri$

On obtient alors l'équation régissant l'intensité du courant dans le circuit :  $Ri = -\frac{d\Phi}{dt} = -aB_o\dot{x}$

**b. Equation mécanique.**

On peut alors effectuer l'étude dynamique du système en appliquant la loi de la quantité de mouvement pour la tige en translation le long des rails :

- La résultante de l'action de Laplace sur la barre s'exprime :  $\vec{F}_L = ia(-\vec{e}_z) \wedge (B_o\vec{e}_y) = iaB_o\vec{e}_x$
- La loi de la quantité de mouvement projetée sur l'axe Ox donne alors :  $m\ddot{x} = -\frac{a^2 B_o^2}{R} \dot{x} + f$

**c. Conversion de puissance.**

Exprimons comme pour le système précédent :

- La puissance fournie par le générateur induit au circuit électronique :  $P_G = e_E \cdot i = \frac{a^2 B_o^2}{R} \dot{x}^2$
- La puissance fournie à la tige en mouvement par l'action de Laplace :  $P_L = \vec{F}_L \cdot \vec{v} = -\frac{a^2 B_o^2}{R} \dot{x}^2$

On observe bien que la puissance de l'action de Laplace est négative, elle présente les mêmes caractéristiques qu'une force de frottement fluide mais son origine intrinsèque est le phénomène d'induction.

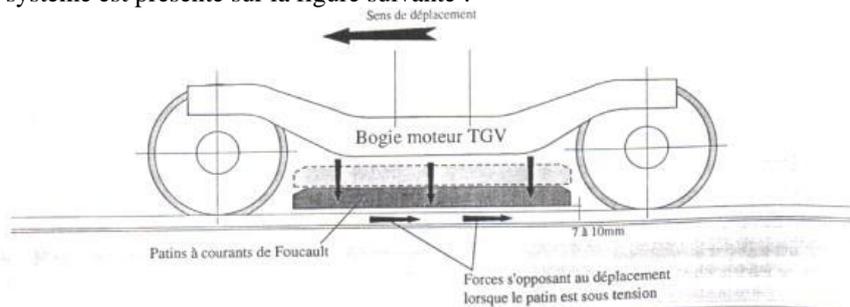
On observe de plus que :  $P_L + P_G = 0$

Toute la puissance mécanique prélevée par l'action de Laplace est convertie via le phénomène d'induction en une puissance électrique.

**2.3. Exemple d'application : freinage d'une locomotive par courant de Foucault.**

Ce type de système de freinage équipe les véhicules dont l'inertie est très importante rendant difficile voir impossible le freinage et l'arrêt du véhicule par les systèmes de frein classique par frottement solide.

Pour le TGV, le système est présenté sur la figure suivante :



- Pour réduire la vitesse du train, on abaisse au niveau du rail des patins contenant des bobines qu'on alimente par un courant électrique. Dans le référentiel du train, les bobines génèrent un champ magnétique dans lequel les rails conducteurs sont en translation rectiligne dans la direction de déplacement du train.
- La loi de Lenz affirme alors que le phénomène d'induction qui prend place dans les rails va s'opposer à la cause qui lui a donné naissance c'est-à-dire le déplacement des rails dans le référentiel du train. Par le principe d'action réaction, on en déduit que l'action mécanique de Laplace va résulter en un freinage du train.
- On ne peut pas modéliser les rails comme un fil conducteur, les courants électriques générés dans les rails se répartissent en fait dans le volume des rails. **On parle alors de courants électriques de Foucault.** La description de ce type de courant dans un volume est de l'ordre du programme de seconde année ce qui nous empêche d'exprimer précisément la résultante de l'action mécanique de Laplace sur le train.

- Par analogie avec le système des rails de Laplace, on peut toutefois affirmer que son expression est du type  $\vec{F}_L = -\alpha \vec{v}$ .

On peut alors définir un système mécanique à étudier. On considère le train de masse  $m$  lancé le long des rails à une vitesse initiale  $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_x$  et pour lequel on entame un freinage par le seul système exploitant les courants de Foucault. La loi de la quantité de mouvement donne :  $m\ddot{x} + \alpha\dot{x} = 0$

Les solutions de l'équation sont :  $\dot{x}(t) = v_0 \exp\left(-\frac{\alpha}{m}t\right)$

et la distance parcourue pendant la phase de freinage s'exprime  $d(t) = \frac{mv_0}{\alpha} \exp\left(-\frac{\alpha}{m}t\right)$

Le système de freinage par courant de Foucault ne permet pas d'aboutir sur une durée finie à un arrêt complet du train, celui-ci est donc également équipé d'un système de freinage par frottement solide à disque.

On retrouve des systèmes analogues montés sur les essieux des poids lourds et qui servent au conducteur de système de freinage pour contrôler leur vitesse dans les descentes ou réduire leur vitesse avant de réellement « freiner » comme le ferait un automobiliste.

### 3. Conversion de puissance électrique en puissance mécanique.

#### 3.1. Moteur à courant continu à entrefer plan.

##### a. Présentation.

Structure du système réel :

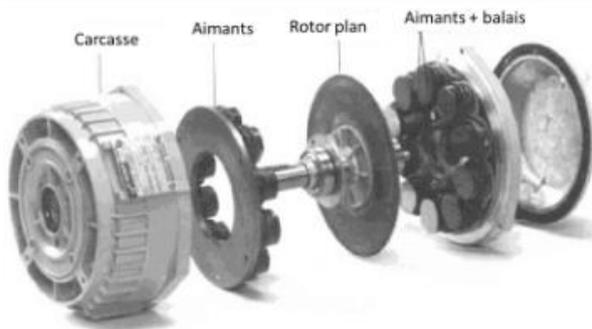
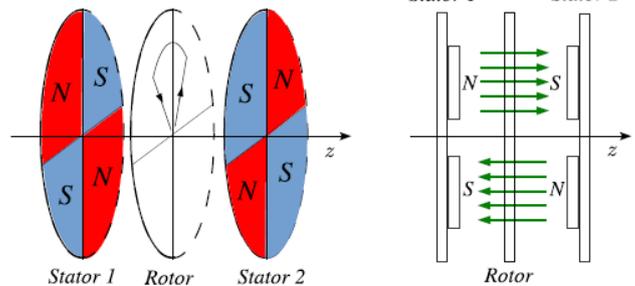


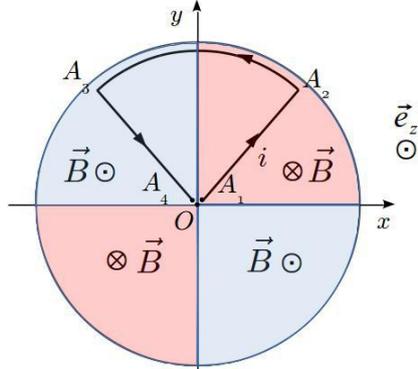
Schéma du modèle simplifié à 4 zones de champ magnétique :



Le moteur comprend :

- un rotor, qui correspond sur le schéma au disque central et qui est entraîné en rotation.
- un stator, solidaire du bâti et donc fixe dans le référentiel d'étude. Ce stator comporte deux disques, situés de part et d'autre du rotor et sur lesquels on dispose des aimants permanents, de polarités alternées de manière à obtenir des lignes de champs perpendiculaires au plan du rotor et de sens alterné pour chaque cadran.

##### b. Action mécanique sur le rotor.



Pour une spire dans la disposition du schéma, on étudie d'abord le moment de l'action de Laplace par rapport à l'axe Oz.

Finalement, le moment total sur une spire s'exprime :  $\Gamma_T = iBR^2$

$$\Gamma_{12} = \int_{[A_1A_2]} [\vec{OM} \wedge (i d\vec{OM} \wedge \vec{B})] \cdot \vec{e}_z$$

$$\text{Sur } A_1A_2 : = \int_0^R [r\vec{e}_r \wedge (idr\vec{e}_r \wedge -B\vec{e}_z)] \cdot \vec{e}_z$$

$$\text{ce qui donne } \Gamma_{12} = \int_0^R iBrdr = \frac{iBR^2}{2}$$

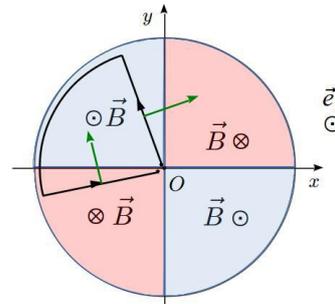
Sur  $A_3A_4$ , le sens du courant est inversé et le sens du champ aussi ce qui donne :  $\Gamma_{34} = \Gamma_{12} = \int_0^R iBrdr = \frac{iBR^2}{2}$

$$\Gamma_{23} = \int_{[A_2A_3]} [\vec{OM} \wedge (i d\vec{OM} \wedge \vec{B})] \cdot \vec{e}_z$$

$$\text{Sur } A_2A_3 : = \int_0^{\pi/2} [R\vec{e}_r \wedge (iRd\alpha\vec{e}_\theta \wedge B(\alpha)\vec{e}_z)] \cdot \vec{e}_z = 0$$

Si on étudie une autre position de la spire, on constate cependant que le moment de l'action de Laplace change de signe tous les  $\frac{1}{4}$  de tours.

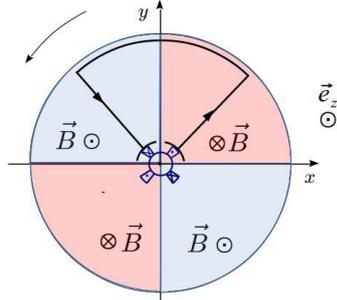
Il est donc nécessaire d'ajouter un système de « collecteurs-balais » permettant d'avoir un moment toujours de même signe.



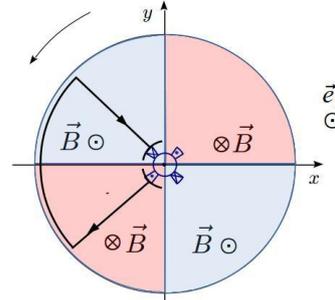
Avec le système de collecteurs-balais, on évite ce problème en faisant changer le sens de parcours du courant électrique selon la position d'une spire :

- Les balais sont solidaires du stator et donc fixes dans le référentiel d'étude.
- Les collecteurs sont solidaires du rotor, ils collectent le courant lorsqu'ils sont au contact des balais.

Configuration étudiée pour le calcul du moment :



Configuration étudiée pour introduire la nécessité des « collecteurs-balais » :



On dispose en général sur le rotor N spires disposées régulièrement sur 4 quadrants ce qui donne un moment total exercé sur le rotor par l'action de Laplace :  $\Gamma_N = iBNR^2$

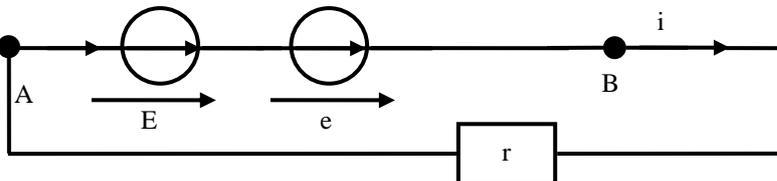
En tenant compte d'un frottement solide sur l'axe de rotation, on peut alors écrire la loi du moment cinétique pour le rotor en rotation autour de l'axe fixe Oz :  $J_{Oz} \frac{d\Omega}{dt} = \Gamma_N - \Gamma_f$

### c. Force électromotrice d'induction.

On exprime d'abord le flux du champ magnétique à travers une spire dont on repère la position par l'angle  $\theta$  que fait le segment  $A_1A_2$  par rapport à l'axe Ox :  $\varphi = BR^2 \left( \theta - \frac{\pi}{4} \right)$  qui ne change pas au cours de la rotation grâce au système de « collecteurs-balais ».

La fem d'induction s'exprime alors pour N bobines en série :  $e = -\frac{dN\varphi}{dt} = -BNR^2\Omega$

Sans tenir compte de l'auto-induction, le circuit équivalent pour N bobines enroulées sur le rotor alimenté par un générateur électrique de fem E serait :



La loi des mailles donne alors l'équation électrique :  $E + e - ri = 0$  ce qui donne  $E = BNR^2\Omega + ri$

### d. Conversion de puissance et bilan énergétique.

La puissance fournie au circuit par le générateur d'induction est :  $P_G = ei = -BNR^2\Omega i$

La puissance mécanique fournie par l'action de Laplace au rotor est :  $P_L = \Gamma_N \Omega = BNR^2\Omega i$

La somme de ces puissances est bien nulle à nouveau :  $P_G + P_L = 0$

L'induction assure bien la conversion de puissance entre le domaine électrique et le domaine mécanique, pour le moteur il s'agit cette fois d'une puissance électrique qui est convertie en une puissance mécanique.

Le bilan de puissance sur le circuit électrique donne :  $Ei + ei - ri^2 = 0$  soit  $P_{Fournie} + P_G - P_{Joule} = 0$

Le bilan de puissance sur le système mécanique donne :  $J_{Oz} \Omega \frac{d\Omega}{dt} = \Gamma_N \Omega - \Gamma_f \Omega$  soit  $\frac{dE_c}{dt} = P_L - P_f$

En tenant compte de la conversion de puissance, on obtient finalement le bilan :  $P_{Fournie} = \frac{dE_C}{dt} + P_f + P_{Joule}$

La puissance fournie par le générateur électrique sert à mettre le moteur en rotation, une partie est cependant perdue par effet Joule dans le bobinage et une partie est perdue à cause des frottements solides sur l'axe.

**e. Intérêt et applications.**

Ce type de moteur permet d'obtenir des vitesses de rotation stables et bien contrôlées, entre 1 et 4000 tour/min, une grande accélération. Le couple exercé sur le rotor est du plus indépendant de la vitesse de rotation. Ce type de moteur est donc d'une grande malléabilité et offre un bon contrôle du comportement du moteur.

Il est apprécié dans les motorisations de faibles puissances (vélo électrique, fauteuil électrique), dans les systèmes où la sécurité est une priorité (domaine médical, pompe à sang, à dialyse etc...), dans les systèmes où la précision de la vitesse de rotation est importante (rotation d'un disque de stockage informatique... ou d'une tourelle de tir militaire).

**3.2. Haut-parleur électrodynamique.**

**a. Présentation du système et principe de fonctionnement.**

Un haut parleur électrodynamique est composé d'une bobine de N spires astreinte à se déplacer en translation dans le champ magnétique généré par un aimant symétrique de révolution par rapport à l'axe de la bobine et générant alors un champ magnétique radial.

En alimentant le HP à l'aide d'une source électrique, on met la bobine en mouvement, la membrane transmet alors dans l'air une vibration sonore correspondant aux mouvements de la bobine.

On va se placer dans le cadre du régime sinusoïdal permanent, en supposant que le HP est alimenté par un générateur de fem :  $e(t) = e_o \cos(\omega t)$

Ce générateur va entraîner la création dans la bobine d'un courant électrique ce qui va entraîner une action de Laplace du champ magnétique de l'aimant et va mettre en mouvement la bobine ainsi que la membrane qui générera le son.

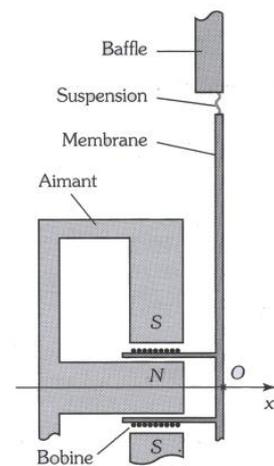
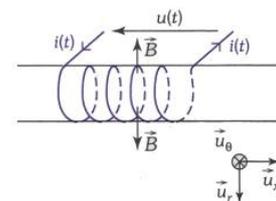


Figure 25



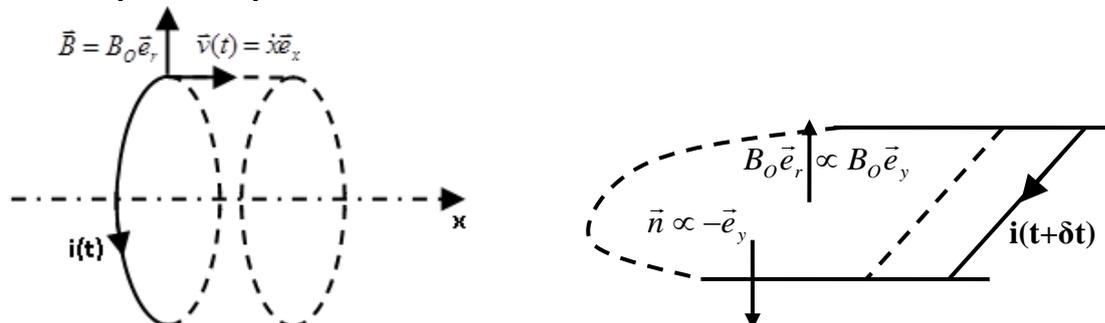
**b. Etude électrocinétique.**

La bobine est en translation le long de l'axe Ox, dans un champ magnétique perpendiculaire à cet axe.

Pour simplifier le schéma, on considère une boucle de courant de la bobine et on imagine qu'on déroule cette boucle de courant dans un plan pour se ramener au système des rails de Laplace.

On considère deux positions pour les instants successifs t et t+delta t, et on évalue la variation du flux du champ magnétique entre ces deux instants :

- La boucle s'est déplacée de la position x(t) à la position x(t+delta t), balayant la surface latérale d'un cylindre de rayon a et de hauteur delta x d'aire delta S = 2pi a delta x.



Le champ magnétique et le vecteur normal de la boucle de courant sont en sens opposé, La variation du flux du champ magnétique orienté selon  $\vec{e}_r$  à travers cette aire  $\delta S$  pendant la durée  $\delta t$  est donc  $\delta \Phi = -2\pi a B_o \delta x$

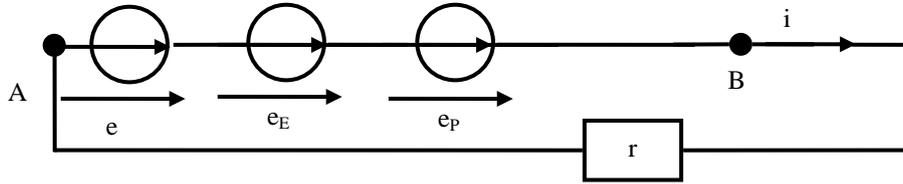
- On peut alors écrire pour le flux du champ magnétique concernant le circuit étudié que

$$\Phi(t + \delta t) - \Phi(t) = \delta \Phi = -2\pi a B_o \delta x, \text{ on obtient alors : } \frac{\Phi(t + \delta t) - \Phi(t)}{\delta t} = -2\pi a B_o \frac{\delta x}{\delta t}$$

Par passage à la limite quand  $\delta t$  tend vers 0 et définition de la dérivée temporelle on obtient :  $\frac{d\Phi}{dt} = -2\pi a B_0 \dot{x}$

La bobine est supposée rigide et contenir N spires, on obtient finalement :  $\frac{d\Phi_{Bob}}{dt} = -2\pi N a B_0 \dot{x}$

On effectue à nouveau la modélisation du circuit électrocinétique associé à ce système :



On va tenir compte de l'auto-induction pour ce système, afin d'illustrer sur un exemple dans le cours son influence dans les équations. On écrit alors la loi des mailles :  $e + e_E + e_p = ri$

On obtient alors :  $e + -\frac{d\Phi}{dt} - L\frac{di}{dt} = ri$  ce qui donne :  $L\frac{di}{dt} + ri = 2\pi N a B_0 \dot{x} + e = \alpha \dot{x} + e$  avec  $\alpha = 2\pi N a B_0$

### c. Etude mécanique.

Commençons par lister les actions mécaniques sur le système (membrane+bobine) :

- La membrane est liée au bâti via une jupe souple dont on va modéliser l'action mécanique par une force de rappel élastique :  $\vec{F}_{el} = -kx\vec{e}_x$ , en repérant la position de la bobine par rapport à sa position d'équilibre.
- En produisant le son, la membrane transmet dans l'air une puissance sonore dont on va tenir compte en considérant une force de frottement fluide :  $\vec{F}_{son} = -\beta\dot{x}\vec{e}_x$
- Enfin on doit déterminer la résultante de l'action de Laplace.

Sur un élément de longueur de la boucle de courant, la force de Laplace exercée s'exprime  $d\vec{F}_L = i.dl(\vec{u} \wedge \vec{B}_0) = iad\theta.\vec{e}_\theta \wedge (B_0\vec{e}_r) = iaB_0d\theta.(-\vec{e}_x)$

La résultante est obtenue par l'intégration simple sur le cercle et sommation sur les N spires sous la forme :  $\vec{F}_L = -2\pi a N B_0 i \vec{e}_x = -\alpha i \vec{e}_x$

On écrit alors la loi de la quantité de mouvement projetée le long de l'axe Ox :  $m\ddot{x} + \beta\dot{x} + kx = -\alpha i$

### d. Conversion de puissance.

A nouveau, exprimons la puissance fournie au circuit électronique par le générateur induit :  $P_G = e_E i = \alpha \dot{x} i$

Ainsi que la puissance de l'action mécanique de Laplace sur la bobine :  $P_L = \vec{F}_L \vec{v} = -\alpha i \dot{x}$

On constate à nouveau que :  $P_G + P_L = 0$  Sauf que cette fois-ci, la source de puissance est électrocinétique et met en mouvement la bobine, il s'agit d'une conversion de puissance de l'électrique vers la mécanique.

Le bilan complet sur le circuit électrique donne alors :  $Li\frac{di}{dt} + ri^2 = \alpha \dot{x} i + ei$

On obtient alors :  $P_{FOURNI} = \frac{d(E_L)}{dt} + P_J + P_L$

On peut alors pousser un peu plus loin en effectuant le bilan sur l'équation mécanique :

$m\ddot{x} + \beta\dot{x}^2 + k\dot{x}x = -\alpha i \dot{x}$  qui se traduit par  $\frac{d}{dt}(E_C + E_{elast}) + P_{Son} = P_L$

Et finalement, via la conversion de puissance effectuée par le phénomène d'induction le bilan de puissance s'écrit :

$P_{FOURNI} = \frac{d}{dt}(E_L + E_C + E_{elast}) + P_J + P_{Son}$

La puissance fournie par le générateur permet de faire varier les énergies stockées dans les différents éléments du HP électrodynamique, est consommée en partie par effet Joule dans la résistance du bobinage et permet enfin, et c'est là le but, de fournir la puissance sonore.

**Capacités exigibles**

- Analyser le fonctionnement d'une machine électromécanique réelle ou simplifiée à partir de sa description
- Interpréter qualitativement les phénomènes observés, notamment en termes de f.é.m. induite, d'actions de Laplace et à partir de la loi de Lenz
- Établir les équations électrique et mécanique en précisant les conventions de signe
- Établir et interpréter un bilan de puissance ou d'énergie
- Expliquer l'origine des courants de Foucault et en connaître des exemples d'utilisation
- Connaître des applications de la conversion électromécanique dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante.