

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

L'usage de calculatrices est autorisé.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Ondes électromagnétiques : Morceaux choisis

Cet exercice est extrait d'un sujet de concours.

La rédaction et la numérotation des questions sont volontairement inchangées.

Des indications et des questions en italique ont été modifiées/ajoutées.

*Dans tout le problème, **exprimer** signifie donner l'expression littérale et **calculer** signifie donner la valeur numérique.*

Données générales :

ϵ_0 permittivité diélectrique du vide, $\epsilon_0 \approx 8,84 \times 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$

μ_0 perméabilité magnétique du vide, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H.m}^{-1} \approx 1,26 \times 10^{-6} \text{ H.m}^{-1}$

□ 1 - Calculer $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$. Commenter.

I – Guidage par fibre optique

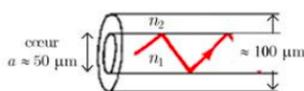


Fig. 1 - Guide d'ondes diélectrique

On considère (Fig. 1) un guide d'ondes diélectrique constitué de deux cylindres concentriques de section circulaire, et constitués l'un et l'autre de matériau isolant (la silice). L'indice de réfraction de la partie centrale, appelée cœur, est noté n_1 (cet indice n'est pas nécessairement uniforme) ; l'indice de la partie périphérique, appelée gaine, est noté n_2 , avec $n_2 < n_1$; l'indice de gaine est uniforme. Le milieu extérieur est l'air, assimilé au vide et donc d'indice égal à 1. On note f la fréquence des ondes et $\lambda = \frac{c}{f}$ leur longueur d'onde dans le vide.

I – 1 Fibre optique à saut d'indice

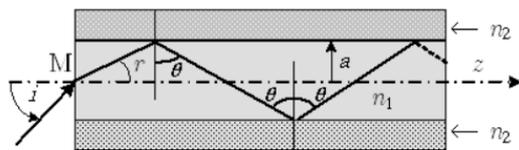


Fig. 2 - Fibre à saut d'indice. L'indice de cœur est noté n_1 et l'indice de gaine n_2 .

Dans une fibre à saut d'indice, le cœur (de diamètre a) et la gaine sont des milieux homogènes : n_1 et n_2 sont uniformes. On note z la direction générale de propagation (Fig. 2).

□ 2 – Montrer que le rayon lumineux est guidé dans le cœur (c'est-à-dire qu'il n'en sort pas) si θ est supérieur à une certaine valeur, θ_L , que l'on exprimera en fonction de n_1 et de n_2 .

Quel est le phénomène physique en jeu ? Le citer et le présenter à la limite à partir d'un schéma.

Calculer θ_L pour une fibre d'indice de cœur $n_1 = 1,456$ entourée d'une gaine d'indice $n_2 = 1,410$

en rad, en degrés et en degrés-minutes d'arc.

□ 3 – On note i l'angle d'entrée du rayon à l'extérieur de la fibre (Fig. 2).

Exprimer, en fonction de n_1 et n_2 , la valeur maximale de i (notée i_{\max})

pour que le guidage soit assuré dans la fibre.

Calculer $\sin(i_{\max})$ (appelée *ouverture numérique*).

Introduction aux questions 4 à 8

La condition $\theta > \theta_L$ est nécessaire mais non suffisante pour rendre compte du détail de la propagation dans la fibre. Anticipons sur les résultats de l'approche ondulatoire en introduisant, de manière empirique à ce stade, une phase associée aux rayons : les ondes planes associées aux

rayons totalement réfléchis interfèrent. Seuls certains angles d'inclinaison satisfont une condition de phase qui construit une interférence identique tout le long de l'axe de propagation ;

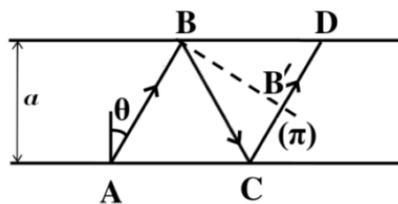


Fig. 3 – Rayons et plan d'onde.

ils correspondent aux modes guidés. Considérons (Fig. 3) la direction de propagation parallèle à AB et à CD et le plan d'onde (π) relatif à cette direction. Pour qu'il y ait propagation, il faut que les champs correspondant à cette direction soient en phase. On ne tient pas compte de l'éventuel déphasage introduit par la réflexion sur l'interface cœur/gaine.

Par définition, un plan d'onde est orthogonal au rayon lumineux. Il est représenté en pointillés.

□ 4 - On admet que le déphasage φ entre l'amplitude de l'onde en B et l'onde en B' est

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} n_1 (BC + CB')$$

À partir d'un schéma, exprimer BC en fonction de a et θ et CB' en fonction de BC et θ .

montrer alors que le déphasage φ entre

l'amplitude de l'onde en B et l'onde en B' s'exprime par $\varphi = 4\pi n_1 \frac{a}{\lambda} \cos(\theta)$.

□ 5 - Il existe des modes de propagation dans la fibre optique qu'on distingue en fonction de l'ordre m qui est l'entier qui leur est associé et qui vérifie : $m < m_{\max} = \frac{2a}{\lambda} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$. Quelle est la dimension de m ?

□ 6 – Le mode fondamental correspond, par définition, à $m = 0$. Exprimer, puis calculer pour $\lambda = 1,5 \times 10^{-6}$ m la valeur maximale que peut prendre a pour que seul ce mode se propage. On dit alors que la fibre est *monomode*.

□ 7 - Pour quelles longueurs d'onde la fibre optique de la Fig. 1 est-elle monomode ? Conclure sur la nature du rayonnement électromagnétique (rayons γ , rayons X, UV, lumière, IR, micro ondes, ondes radio).

□ 8 – Soit L la longueur de la fibre. Exprimer la différence ΔT de temps de parcours de l'entrée à la sortie, entre le trajet de durée minimale ($\theta = 0$) et le trajet maximal ($\theta = \theta_L$).

Donner l'expression approchée de ΔT en fonction seulement de L , c , n_1 et n_2 .

On convient que le débit maximal de la fibre, R_{\max}^{saut} , est l'inverse de ΔT . Calculer R_{\max}^{saut}

pour $L = 1$ km, en $\text{bits} \cdot \text{s}^{-1}$ puis en $\text{octets} \cdot \text{s}^{-1}$.

Introduction à la partie I - 2

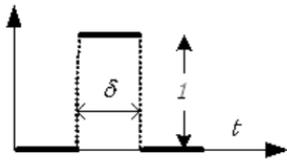
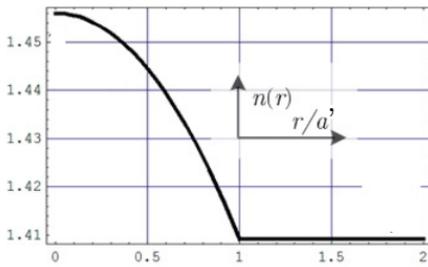


Fig. 4 - Le signal 010.

Dans les fibres optiques utilisées en télécommunications, un message (Fig. 4) est constitué d'une succession de signaux (on dit quelquefois impulsions) binaires (présence, [0] ou absence [1]) de durée égale, δ . Le débit numérique maximal, exprimé en signaux par seconde, est alors $R_{\max}^{\text{saut.ind}} = \frac{1}{\delta}$. Divers phénomènes distordent les impulsions qui se propagent, ce qui entrave la reconstitution de l'information. On améliore la situation en utilisant une fibre dite à gradient d'indice. L'indice de réfraction est continu à l'intérieur de ce genre de fibre ; il varie dans le cœur avec la distance r à l'axe Oz et il est constant dans la gaine ($r \geq a'$), avec la valeur n_2 . L'indice dans le cœur (Fig. 5), est modélisé,



pour $0 \leq r \leq a'$, par $n(r) = n_1 \sqrt{1 - \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2} F\left(\frac{r}{a'}\right)}$, où F est monotone croissante sur $[0,1]$, avec $F(0) = 0$.

Fig. 5 - Un profil d'indice, $F(u) = u^2$.

□ 9 - Quel est le lien entre a et a' ?

Par lecture graphique sur la Fig. 5, déterminer les valeurs de $n(0)$ et $n(a')$. Commenter.

I - 2 Fibre optique à gradient d'indice

On admet que la loi de Descartes est applicable de proche en proche: $n(r) \sin[\theta(r)]$ est constant.

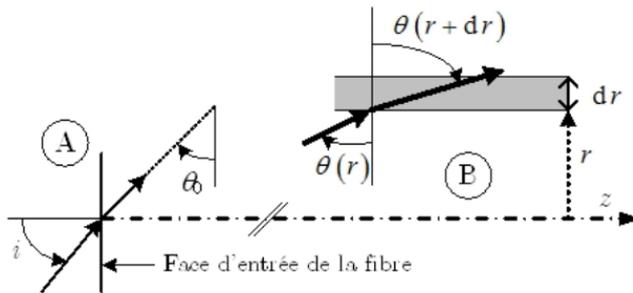


Fig. 6 - En A, représentation de l'angle externe d'entrée dans la fibre, i , et de l'angle interne θ_0 ; en B, représentation de la loi de Descartes dans un plan méridien et pour deux dioptries plans situés en r et en $r + dr$.

Un rayon lumineux entre dans la fibre au centre de la face d'entrée, avec un angle externe d'incidence i ; il se dirige à l'intérieur de la fibre vers les r croissant avec un angle interne θ_0 au point $(z = 0^+, r = 0)$, de sorte que $\sin(i) = n_1 \cos(\theta_0)$.

Le rayon se propage dans un plan

et l'équation différentielle donnant sa trajectoire dans la fibre s'écrit $1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)^2 = \frac{n^2(r)}{n_1^2 \sin^2 \theta_0}$ [1].

□ 10 - Vérifier l'homogénéité de l'équation différentielle [1].

□ 11 - Déterminer l'expression de $\left(\frac{dr}{dz}\right)^2$ en fonction de $\sin(i)$, n_1 , n_2 et $F\left(\frac{r}{a'}\right)$ sous la forme d'une unique fraction.

Que valent F et $\frac{dr}{dz}$ au dioptre coeur-gaine ?

Retrouver l'expression de l'ouverture numérique (cf. question 3).

□ 12 - Dans une fibre à gradient d'indice de longueur L , la différence de temps de parcours entre le trajet minimal et le trajet maximal est $\Delta T' = \frac{1}{2} n_1 \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1}\right)^2 \frac{L}{c}$. Dédurre de cette rela-

tion le débit numérique maximal (cf. question 8). Exprimer et calculer $\frac{R_{\max}^{\text{grad.ind.}}}{R_{\max}^{\text{saut}}}$. Commenter.

Résolution de problèmes : Starlink

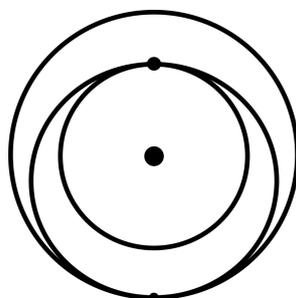
Ancien programme de Physique PCSI :

" La résolution de problèmes mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous."

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier le problème.	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue.
Établir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, ...). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées.
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle ...
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, ...). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue.
Communiquer.	Présenter la solution, ou la rédiger, en expliquant le raisonnement et les résultats.

Starlink est un fournisseur d'accès à Internet par satellite de la société SpaceX qui s'appuie sur une constellation de milliers de minisatellites de télécommunications placés sur une orbite terrestre basse. En cours de déploiement depuis 2019, le programme est particulièrement controversé depuis la densité atteinte à l'été 2025 (en raison entre autres de la pollution lumineuse et de la pollution atmosphérique).

Un satellite en mouvement circulaire autour de la Terre se déplace à une vitesse constante qui dépend de la constante fondamentale de la gravitation \mathcal{G} , de la masse de la Terre M_T et du rayon R_T de sa trajectoire.



STARLINK

Quelle est la vitesse d'un satellite de basse altitude v_0 ?

Donnée : On peut supposer que la constante de proportionnalité d'analyse dimensionnelle est 1.