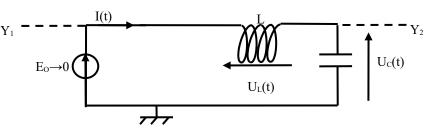
## Oscillateurs en régime transitoire.

## 1. Oscillateurs harmoniques.

## 1.1. Exemple en électrocinétique : le circuit LC.

On envisage le circuit où on suppose qu'un générateur de tension idéal délivre une tension de valeur E<sub>0</sub>=5V jusqu'à l'instant t=0 où il bascule à une tension délivrée nulle. Le circuit LC est alors en régime libre.



Loi des mailles pour ce circuit sur

l'intervalle de temps  $t \in ]0,+\infty[:0=U_L(t)+U_C(t)]$ 

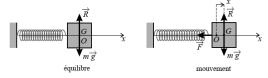
On écrit alors les équations caractéristiques  $U_L(t) = L \frac{dI}{dt}(t)$  ;  $I(t) = C \frac{dU_C}{dt}(t)$ 

On obtient alors l'équation différentielle suivante  $0 = LC \frac{d^2 U_C}{dt^2}(t) + U_C(t)$ 

Forme canonique 
$$\frac{d^2 U_C}{dt}(t) + \omega_O^2 U_C(t) = 0$$
 avec la pulsation propre  $\omega_O = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ 

## 1.2. Exemple en mécanique : le système masse-ressort.

On considère un objet de masse m relié à un point O par un ressort de longueur à vide  $l_O$  et de raideur k. La masse est astreinte à se déplacer sur un axe horizontal (par exemple, à l'aide d'une liaison glissière).



- On mène l'étude dans le <u>référentiel terrestre local</u> <u>supposé galiléen.</u>
- On place l'origine spatiale en O position d'équilibre de la masse le long de (Ox).
- On choisit une base de projection cartésienne  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$

## Bilan des forces s'appliquant sur la masse :

La force de rappel élastique :  $\vec{F}_{el} = -k(l-l_O)\vec{u} = -k \times \vec{e}_x$ 

La force de gravité :  $\vec{P} = m \vec{g}$ 

La réaction du support supposée sans frottement  $\vec{R} = R_z \vec{e}_z + R_v \vec{e}_y$ 

On applique la  $2^{\text{nde}}$  loi de Newton dans le référentiel terrestre supposé galiléen.  $\frac{d \vec{p_{M/R}}}{dt} = \vec{P} + \vec{F_{el}} + \vec{R}$ 

On projette selon la direction  $\vec{e_x}$  et on obtient  $m\ddot{l} = -k(l-l_0)$  qui se traduit par

<u>l'équation de l'oscillateur harmonique</u>. $\ddot{x} + \omega_o^2 x = 0$  où on introduit la pulsation propre  $\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$ 

#### 1.3. Solution du problème de l'oscillateur harmonique (OH) en régime libre.

## a. Solution générale de l'équation de l'OH en régime libre.

On cherche tout d'abord la solution générale de l'équation de l'OH  $\frac{d^2S}{dt^2}(t)+\omega_O^2S(t)=0$ .

<u>Propriété</u>: La solution générale de l'équation de l'OH s'écrit sous la forme

$$S_H(t) = A\cos(\omega_O t + \varphi_O) = A_1\cos(\omega_O t) + A_2\sin(\omega_O t)$$

#### b. Solution du problème étudié.

Pour poser le problème complet, il faut alors donner deux conditions indépendantes permettant de déterminer les paramètres  $(A, \varphi_0)$  et  $(A_1, A_2)$ .

**Exemple 1:** Pour le circuit (LC), on peut supposer que le circuit a d'abord atteint un régime stationnaire pour l'intervalle de temps t<0, auquel cas, la tension aux bornes du condensateur vérifie :

$$> U_C(t=0^+) = U_C(t=0^-) = E_O; \frac{dU_C}{dt}(t=0^+) = \frac{dU_C}{dt}(t=0^-) = \frac{1}{C}i(t=0^-) = 0$$

 $\text{Ces conditions initiales se traduisent} \begin{cases} S(t=0) = A\cos(\varphi_O) = A_1 = E_O \\ \frac{dS}{dt}(t=0) = -A\omega_O\sin(\varphi_O) = A_2\omega_O = 0 \end{cases} \text{ On obtient } U_C(t) = E_O\cos(\omega_O t)$ 

<u>Exemple 2</u>: Pour le système masse-ressort, on impose comme conditions initiales, une masse située à l'origine et lancée avec une vitesse  $v_0$  dans la direction et le sens de (Ox).

$$> x(t=0^+)=x(t=0^-)=0 ; \frac{dx}{dt}(t=0^+)=\frac{dx}{dt}(t=0^-)=v_O$$

 $\text{Ces conditions initiales se traduisent} \begin{cases} S(t=0) = A\cos(\varphi_O) = A_1 = 0 \\ \frac{dS}{dt}(t=0) = -A\omega_O\sin(\varphi_O) = A_2\omega_O = v_O \end{cases} \text{On obtient} \\ x(t) = \frac{v_O}{\omega_O}\sin(\omega_O t)$ 

**Exemple 3**: cas général  $S(t=0^+) = S(t=0^-) = S_O \frac{dS}{dt}(t=0^+) = \frac{dS}{dt}(t=0^-) = \dot{S}_O$ 

On obtient 
$$\begin{cases} S(t=0) = A\cos(\varphi_O) = A_1 = S_O \\ \frac{dS}{dt}(t=0) = -A\omega_O\sin(\varphi_O) = A_2\omega_O = \dot{S}_O \end{cases}$$

La solution générale est  $S(t) = S_O \cos(\omega_O t) + \frac{\dot{S_O}}{\omega_O} \sin(\omega_O t) = \sqrt{S_O^2 + \left(\frac{\dot{S_O}}{\omega_O}\right)^2} \cos\left(\omega_O t - \arctan\left(\frac{\dot{S_O}}{\omega_O S_O}\right)\right)$ .

## 1.4. Ecritures et graphique d'une fonction sinusoïdale.

#### a. Deux écritures d'une même fonction.

Une fonction sinusoïdale de pulsation ω peut s'écrire :

$$S(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$
 ou bien  $S(t) = A_1\cos(\omega t) + A_2\sin(\omega t)$ 

- A est l'amplitude, elle est de même dimension que le paramètre physique f(t) exprimé.
- $\triangleright$   $\varphi_0$  est la phase à l'origine,  $\varphi(t) = \omega t + \varphi_0 = \omega (t t_0)$  est la phase à l'instant t.

Les phases s'expriment en radians (rad). t<sub>o</sub> est le retard temporel du signal par rapport au signal sinusoïdal de référence présentant un maximum à l'instant initial t=0. t<sub>o</sub> s'exprime en seconde (s).

 $\triangleright$   $\omega$  est la pulsation exprimée en radian par seconde (rad.s<sup>-1</sup>) reliée à la fréquence f exprimée en (Hz) et à la période T exprimée en seconde par : $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ 

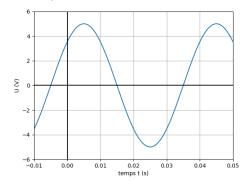
Il existe des liens entre les paramètres  $(A, \phi_0)$  et  $(A_1, A_2)$  qui expriment la même fonction sinusoïdale, on les trouve à partir de l'expression à t=0 de la fonction et de sa dérivée

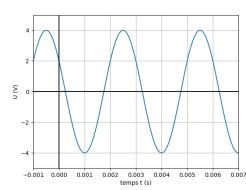
$$\begin{cases} S(t=0) = A\cos(\varphi_O) = A_1 \\ \frac{dS}{dt}(t=0) = -A\omega_O\sin(\varphi_O) = A_2\omega_O \end{cases} \text{ ce qui donne } \begin{cases} A_1 = A\cos(\varphi_O) \\ A_2 = -A\sin(\varphi_O) \end{cases} \text{ et } \begin{cases} A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \\ \tan(\varphi) = -\frac{A_2}{A_1} \end{cases}$$

#### b. Graphique d'une fonction sinusoïdale du temps et lecture.

Pour les fonctions sinusoïdales représentées ci-dessous en fonction du temps t :

- 1. Déterminer les valeurs numériques de A, T et to par lecture graphique.
- 2. En déduire les valeurs de f,  $\omega$  et  $\varphi_0$ .
- 3. Le signal est-il en avance ou en retard de phase par rapport au signal de référence présentant un maximum en t=0 ?





## 1.5. Bilan énergétique sur le fonctionnement du circuit LC.

On reprend l'équation de structure du circuit LC série, c'est-à-dire la loi des mailles  $0=U_L(t)+U_C(t)$ On peut alors tout multiplier par l'intensité dans le circuit :  $0=i(t)U_L(t)+i(t)U_C(t)$ 

Ainsi on obtient le bilan de puissance dans le circuit :  $0 = P_L(t) + P_C(t) = \frac{d}{dt}(E_L + E_C)$ 

La puissance totale reçue à chaque instant par le circuit est nulle. L'énergie stockée dans le circuit est constante.

$$E_{C}(t) = \frac{C}{2} E_{O}^{2} \cos^{2}(\omega_{O}t) ; E_{L}(t) = \frac{L}{2} \omega_{O}^{2} E_{O}^{2} \sin^{2}(\omega_{O}t) \frac{C}{2} E_{O}^{2} \sin^{2}(\omega_{O}t)$$

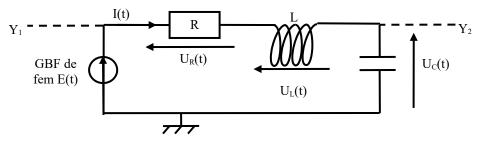
- ightharpoonup L'énergie stockée dans le circuit est constante égale à  $E_C(t)+E_L(t)=\frac{C}{2}E_O^2$
- > Cette énergie est échangée continuellement entre le condensateur et la bobine.
- $\triangleright$  Elle est équi-répartie en moyenne entre le condensateur et la bobine $\langle E_C(t)\rangle = \langle E_L(t)\rangle = \frac{C}{4}E_O^2$

#### 2. Oscillateurs amortis.

## 2.1. Exemple en électrocinétique : le circuit RLC.

# a. Montage expérimental.

On réalise le montage correspondant à la figure suivante où le GBF est supposé être un générateur de tension idéal délivrant une tension créneau de valeur minimale 0V et de valeur maximale  $E_0 = 5V$ .



On emploie une boite à décade pour conducteur ohmique de résistance variable R', la bobine présente une résistance  $r = 10 \Omega$  qui s'associe en série avec celle de la boite à décade, la résistance totale sera donc R = R'+r. La bobine présente une inductance L = 80 mH, le condensateur présente une capacité C = 10 nF.

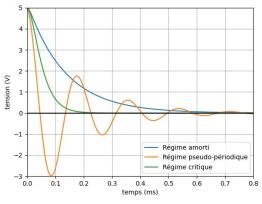
Pour étudier le régime libre, on observe d'abord à l'oscilloscope puis par acquisition à l'ordinateur la réponse en tension aux bornes du condensateur après un front descendant de la tension délivrée par le GBF.

#### b. Allure de la réponse expérimentale en régime libre.

On étudie la réponse en régime libre lorsque la fem du GBF bascule de  $E_{\rm O}$  à 0 à condition que le temps caractéristique d'établissement du régime stationnaire soit plus petit qu'un demi période du signal créneau.

On observe trois comportements:

- Eursque l'amortissement est faible, la réponse du circuit présente des oscillations pseudo-périodiques de pseudopériode T avec un temps d'atténuation de l'amplitude τ. On parle de réponse pseudo-périodique.
- Lorsque l'amortissement est fort, la réponse du circuit est une décroissance lente de la tension. On parle de régime amorti
- Lorsque l'amortissement prend une valeur particulière, la décroissance est rapide mais sans mise en place de pseudo-oscillation. On parle alors de régime critique.



#### c. Mise en équation pour l'étude du régime libre.

Loi des mailles pour ce circuit sur l'intervalle de temps  $t \in ]0,+\infty[:0=U_R(t)+U_L(t)+U_C(t)]$ 

On écrit alors les lois de comportement pour le conducteur ohmique, la bobine et le condensateur :

$$U_{R}(t)=RI(t) \quad ; \qquad U_{L}(t)=L\frac{dI}{dt}(t) \quad ; \qquad I(t)=C\frac{dU_{C}}{dt}(t)$$

On obtient alors l'équation différentielle suivante :  $0 = RC \frac{dU_C}{dt}(t) + LC \frac{d^2U_C}{dt^2}(t) + U_C(t)$ 

On écrit cette équation sous la forme canonique : 
$$\frac{d^2 U_C}{dt^2}(t) + \frac{\omega_O}{Q} \frac{d U_C}{dt}(t) + \omega_O^2 U_C(t) = 0$$

Dans laquelle on identifie la pulsation propre  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  et le facteur de qualité  $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ 

## 2.2. Un exemple en mécanique : le sismographe.

On considère un point matériel de masse m relié à l'aide d'une ressort à un point fixe du bâti d'un sismographe. On suppose qu'il existe une force de frottement visqueux s'appliquant sur le point matériel. On suppose que le mouvement du bâti est connu noté  $z_{\scriptscriptstyle O}(t)$ 

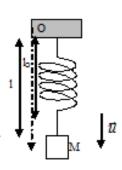
Le bilan des forces est :

La force de rappel élastique : 
$$\vec{F}_{el} = -l(l-l_0)\vec{u}$$

La force de gravité :  $\vec{P} = m\vec{g}$ 

La force de frottement linéaire :  $\vec{F}_f = -\lambda v_{M/R}^{\dagger}$ 

On choisit une base de projection cartésienne telle que  $\vec{e}_z$  soit vertical vers le haut et pour origine spatiale la position du point O lorsque le bati est immobile alors  $z_0 = 0$ 



On applique la 2<sup>nd</sup> loi de Newton sur la masse dans le référentiel terrestre supposé galiléen :  $\frac{d\vec{p_{M/R}}}{dt} = \vec{P} + \vec{F_{el}} + \vec{F_{f}}$ 

On projette sur la direction verticale  $m\ddot{z}(t) = -mg + k(z_o(t) - z(t) - l_o) - \lambda \dot{z}(t)$ 

On commence par étudier la position d'équilibre pour laquelle la somme des forces sur la masse est nulle en absence de mouvement du bâti  $z_O(t)=0$  ce qui donne  $z_{eq}=-l_O-\frac{mg}{k}$ . On introduit alors la nouvelle variable Z=z-z<sub>eq</sub>.

L'équation du mouvement vérifiée par Z(t) est alors  $m\ddot{Z}(t) + \lambda \dot{Z}(t) + k Z(t) = k z_O(t)$ 

On écrit cette équation sous la forme canonique : 
$$\frac{d^2Z}{dt^2}(t) + \frac{\omega_O}{Q} \frac{dZ}{dt}(t) + \omega_O^2Z(t) = \omega_O^2Z_O(t)$$

Dans laquelle on identifie la pulsation propre  $\omega_O = \sqrt{\frac{k}{m}}$  et le facteur de qualité  $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ 

## 2.3. Détermination de la solution en régime libre.

### a. Recherche de la solution générale de l'équation homogène.

On présente ici la méthode pour mener la recherche de la solution générale de l'équation suivante qui est linéaire à coefficients constants, d'ordre 2 et homogène :  $\frac{d^2S}{dt^2}(t) + \frac{\omega_O}{Q} \frac{dS}{dt}(t) + \omega_O^2S(t) = 0$ 

On cherche une solution sous la forme  $S_H(t) = A \exp(rt)$  L'équation différentielle se traduit alors en une équation polynomiale d'ordre deux pour le paramètre introduit  $r : r^2 + \frac{\omega_O}{O}r + \omega_O^2 = 0$ 

On cherche alors les racines du polynôme qu'on appelle polynome caractéristique de l'équation.

Les racines s'expriment différemment selon la valeur du discriminant  $\Delta = \omega_0^2 \left( \frac{1}{Q^2} - 4 \right)$ 

•  $\Delta > 0 \Leftrightarrow Q < \frac{1}{2}$  les racines sont réelles négatives  $r_1 = -\frac{\omega_O}{2} \left( \frac{1}{Q} + \sqrt{\frac{1}{Q^2} - 4} \right)$  et  $r_2 = -\frac{\omega_O}{2} \left( \frac{1}{Q} - \sqrt{\frac{1}{Q^2} - 4} \right)$ 

La solution générale s'écrit alors  $S_H(t) = A_1 \exp(r_1 t) + A_2 \exp(r_2 t)$ 

•  $\Delta = 0 \Leftrightarrow Q = \frac{1}{2}$  la racine double et négative est  $r = -\omega_0$ 

La solution générale s'écrit alors  $S_H(t) = (A_1 + A_2 t) \exp(-\omega_O t)$ 

•  $\Delta < 0 \Leftrightarrow Q > \frac{1}{2}$  les racines sont complexes  $r_1 = -\frac{\omega_O}{2} \left( \frac{1}{Q} + j\sqrt{4 - \frac{1}{Q^2}} \right)$  et  $r_2 = -\frac{\omega_O}{2} \left( \frac{1}{Q} - j\sqrt{4 - \frac{1}{Q^2}} \right)$ 

 $\text{La solution générale s'écrit alors } S_H(t) = \exp(\frac{-t}{\tau}) \left(A_1 \cos(\omega t) + A_2 \sin(\omega t)\right) \text{ où } \frac{1}{\tau} = \frac{\omega_O}{2O} \text{ et } \omega = \omega_O \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2O}\right)^2}$ 

#### b. Détermination de la solution au problème étudié, exploitation des conditions initiales.

On s'appuie ici sur l'exemple du circuit RLC vu dans la partie 2.1.

On suppose qu'un régime stationnaire s'est établi avant la bascule de la f.e.m de  $E_0$  à 0. L'étude du circuit équivalent en régime stationnaire permet d'établir  $U_C(t=0^-)=E_O$  et  $I(t=0^-)=C\frac{dU_C}{dt}(t=0^-)=0$ 

Sur l'intervalle  $t \in ]0,+\infty[$  on obtient alors les conditions initiales suivantes :

- $\triangleright$  La tension aux bornes du condensateur est continue, on en déduit que  $U_C(t=0^+)=U_C(t=0^-)=E_O$
- ightharpoonup L'intensité traversant la bobine est continue, on en déduit que :  $\frac{dU_C}{dt}(t=0^+) = \frac{dU_C}{dt}(t=0^-) = 0$

Selon les cas, on établit alors :

•  $\Delta > 0 \Leftrightarrow Q < \frac{1}{2}$  on obtient les deux équations  $A_1 + A_2 = E_0$ ;  $r_1 A_1 + r_2 A_2 = 0$ 

On obtient alors:  $U_C(t) = E_O\left(\frac{r_2}{r_2 - r_1} \exp(r_1 t) + \frac{r_1}{r_1 - r_2} \exp(r_2 t)\right)$ 

•  $\Delta = 0 \Leftrightarrow Q = \frac{1}{2}$  on obtient les deux équations  $A_1 = E_0$ ;  $-\omega_0 A_1 + A_2 = 0$ 

On obtient alors :  $U_C(t) = E_O(1 + \omega_O t) \exp(-\omega_O t)$ 

•  $\Delta < 0 \Leftrightarrow Q > \frac{1}{2}$  on obtient les deux équations  $A_1 = E_0$ ;  $\frac{-1}{T}A_1 + \omega A_2 = 0$ 

On obtient alors:  $U_C(t) = E_O \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \left(\cos(\omega t) + \frac{1}{\omega \tau}\sin(\omega t)\right)$ 

### Nature de la réponse en fonction du facteur de qualité.

L'allure des courbes expérimentales peut être commentée à partir des expressions théoriques des solutions établies.

- Pour le facteur de qualité Q= 0,2<0,5 on observe le régime amorti.
- Pour le facteur de qualité Q= 0,5 on observe le régime critique.
- Pour le facteur de qualité Q= 3>0,5 on observe le régime pseudo-périodique.

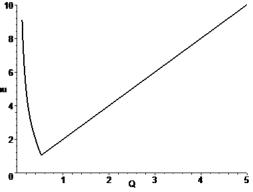
## Durée du régime transitoire dans les différents régimes.

Lorsque Q<0,5, les fonctions génératrices de la solution présentent  $\tau_{1} = \frac{1}{r_{1}} = \frac{2Q}{\omega_{O}(1 + \sqrt{1 - 4Q^{2}})} \text{ et } \tau_{2} = \frac{1}{r_{2}} = \frac{2Q}{\omega_{O}(1 - \sqrt{1 - 4Q^{2}})} \tau_{2} \text{ est} \quad \textbf{8}$ 

le plus grand et donne la durée caractéristique du régime transitoire amorti.

Lorsque Q=0,5, le temps caractéristique du régime critique est donné par  $\tau = \frac{1}{\omega_0}$ 

Lorsque Q>0,5, le temps caractéristique du régime pseudopériodique est donné par : $\tau = \frac{2Q}{\omega_0}$ 



La courbe représentative de la durée caractéristique du régime transitoire présente alors l'allure suivante

On retiendra que le régime critique correspond à la durée de régime transitoire la plus courte.

#### 2.6. Détermination de la réponse à un échelon de tension.

#### Problème étudié.

Maintenant le circuit bascule d'un régime stationnaire où le générateur est éteint présentant une fem nulle à un régime transitoire où la fem du générateur prend la valeur  $E_0$  sur l'intervalle de temps  $t \in ]0,+\infty[$ .

Avant que le générateur soit allumé  $U_c(t=0^-)=0$  et  $I(t=0^-)=C\frac{dU_c}{dt}(t=0^-)=0$ 

La mise en équation du problème amène à résoudre l'équation  $\frac{d^2U_C}{dt}(t) + \frac{\omega_O}{Q} \frac{dU_C}{dt}(t) + \omega_O^2U_C(t) = \omega_O^2E_O$ 

vérifiant les conditions initiales :  $U_C(t=0^+)=U_C(t=0^-)=0$  ;  $\frac{dU_C}{dt}(t=0^+)=\frac{dU_C}{dt}(t=0^-)=0$ 

## b. Recherche des solutions.

L'équation différentielle linéaire à coefficients constants d'ordre 2 présente maintenant un second membre. On obtient l'allure de la solution générale de cette équation en appliquant la même méthode que pour les équations linéaires à coefficients constants d'ordre 1 :

- On trouve une solution particulière de l'équation complète ce qui est facile ici puisque le second membre est constant. On obtient  $S_P(t) = E_O$
- On expose la solution générale de l'équation homogène S<sub>H</sub>(t) déjà établie précédemment et on obtient.

 $\Delta > 0 \Leftrightarrow Q < \frac{1}{2}$  La solution générale s'écrit  $S_G(t) = S_P(t) + S_H(t) = E_O + A_1 \exp(r_1 t) + A_2 \exp(r_2 t)$ 

Les C.I. imposent  $E_O + A_1 + A_2 = 0$  et  $r_1 A_1 + r_2 A_2 = 0$ On obtient  $U_C(t) = E_O \left( 1 + \frac{r_2}{r_1 - r_2} \exp(r_1 t) + \frac{r_1}{r_2 - r_1} \exp(r_2 t) \right)$ 

 $\Delta = 0 \Leftrightarrow Q = \frac{1}{2} \quad \text{La solution générale s'écrit } S_G(t) = S_P(t) + S_H(t) = E_O + \left(A_1 + A_2 t\right) \exp\left(-\omega_O t\right)$  Les C.I. imposent  $A_1 + E_O = 0$ ;  $-\omega_O A_1 + A_2 = 0$ On obtient  $U_C(t) = E_O\left(1 - \left(1 + \omega_O t\right) \exp\left(-\omega_O t\right)\right)$ 

 $\Delta < 0 \Leftrightarrow Q > \frac{1}{2}$  La solution générale s'écrit $S_G(t) = S_P(t) + S_H(t) = E_O + \exp(-\frac{t}{\tau})(A_1\cos(\omega t) + A_2\sin(\omega t))$ 

Les C.I. imposent  $A_1 + E_0 = 0$ ;  $\frac{-1}{\tau} A_1 + \omega A_2 = 0$  On obtient  $U_C(t) = E_0 \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \left(\cos(\omega t) + \frac{1}{\omega \tau} \sin(\omega t)\right) \right)$ 

## 2.7. Etude énergétique.

Reprenons la loi des mailles pour la réponse à un échelon de tension  $:E_O = U_R(t) + U_L(t) + U_C(t)$ 

Pour le bilan de puissance, on la multiplie par l'intensité dans la maille  $P_{Qene} = P_{Qoule} = P_$ 

On peut la traduire par  $\frac{d}{dt}(E_C + E_L) = P_{g\acute{e}n\acute{e}} - P_{Joule}$ 

Le bilan énergétique lors du régime transitoire donne alors

Pour le condensateur  $E_C(t \rightarrow +\infty) - E_C(t=0) = \frac{1}{2}CE_O^2$  Pour la bobine  $E_L(t \rightarrow +\infty) - E_L(t=0) = 0$ 

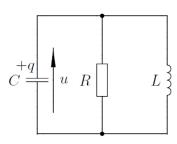
Pour le générateur fournit le travail électrique  $W_{g\acute{e}n\acute{e}} = \int_{t=0}^{t \to +\infty} P_{g\acute{e}n\acute{e}} dt = \int_{t=0}^{t \to +\infty} C E_O \frac{dU_C}{dt} dt = \int_{U_C=0}^{U_C=E_O} C E_O dU_C = C E_O^2$ 

L'énergie dissipée par effet joule sous forme themrique dans le conducteur ohmique est alors  $W_{joule} = W_{g\acute{e}n\acute{e}} - (E_C(t \rightarrow \infty) - E_C(t=0)) = \frac{1}{2}CE_O^2$ 

## Capacités exigibles

- Analyser, sur des relevés expérimentaux, l'évolution de la forme des régimes transitoires en fonction des paramètres caractéristiques.
- o Interpréter l'évolution du système à partir de considérations énergétiques.
- Écrire sous forme canonique l'équation différentielle afin d'identifier la pulsation propre et le facteur de qualité.
- o Décrire la nature de la réponse en fonction de la valeur du facteur de qualité.
- Déterminer analytiquement la réponse dans le cas d'un régime libre ou d'un système soumis à un échelon en recherchant les racines du polynôme caractéristique et en déterminant des conditions initiales.
- Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire selon la valeur du facteur de qualité.

#### AD1: Circuit RLC parallèle



Un condensateur est chargé et présente alors une tension constante  $U_{\rm o}$  sur l'intervalle de temps t<0. A l'instant initial, on le connecte à un circuit constitué d'un conducteur ohmique et d'une bobine en parallèle dans lequel ne circule aucun courant sur l'intervalle de temps t<0.

- 1. Déterminer les conditions initiales de ce problème en exprimant  $u(t=0^+)$  et  $i_c(t=0^+)$ .
- 2. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par u(t) sur l'intervalle t>0. La mettre sous forme canonique et exprimer les paramètres introduits en fonction de C, R et L.
- 3. Exprimer R<sub>C</sub> la résistance pour laquelle on observe un régime critique.

On suppose que la résistance est égale à R<sub>C</sub>.

4. Déterminer l'expression de u(t) sur l'intervalle de temps t>0.