Oscillateur en régime sinusoïdal forcé.

Exercice 1 : Quart piézo-électrique.

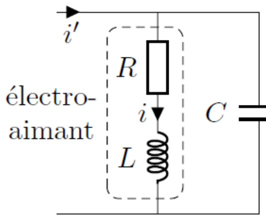
Un quartz piézo-électrique, destiné à servir d'étalon de fréquence dans une horloge, est modélisé par un dipôle AB composé de deux branches en parallèle : dans l'une se trouve une bobine d'inductance L en série avec un condensateur de capacité C, dans l'autre un condensateur de capacité C_O. On pose $a=C/C_O$ et on travaillera par la suite avec les variables L, C_O, ω et a.

1. Exprimer l'impédance $\underline{Z}_{AB}$ de ce dipôle.

On note ω_1 la pulsation pour laquelle le module Z de l'impédance est nul et ω_2 la pulsation pour laquelle Z tend vers l'infini.

2. Exprimer le module Z et l'argument φ en fonction de C_O, ω, ω_1, ω_2.
3. Donner l'allure du graphe Z(ω), en précisant ses comportements en zéro et à l'infini.
4. Quel est le comportement électrique simple de AB pour $\omega=\omega_1$ et pour $\omega=\omega_2$.
5. Indiquer par un graphe, et sans aucun calcul, comment est modifiée la courbe Z(ω) lorsqu'on tient compte de la résistance faible mais non nulle de la bobine.

Exercice 2 : Etude d'un électroaimant de levage.

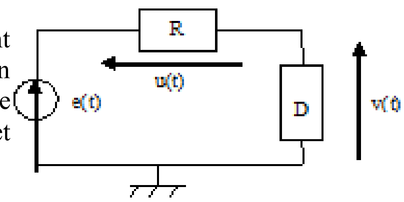


Un électroaimant de levage est un dispositif industriel permettant de soulever des pièces métalliques à partir de champs magnétiques intenses. On étudie un tel appareil en le modélisant électriquement par une bobine d'inductance L=1,25H dont les spires ont une résistance interne R=100Ω. Cette bobine est traversée par un courant i(t) sinusoïdal de fréquence f = 50 Hz dont l'amplitude I_m = 30A est imposée pour le bon fonctionnement du dispositif.

Ce courant étant de forte puissance, les pertes par effet Joule dans les câbles d'alimentation de l'électroaimant sont non négligeables. Pour les diminuer, une méthode usuelle consiste à installer un condensateur de capacité C en parallèle de l'électroaimant. On note alors i'(t) l'intensité du courant dans les câbles d'alimentation du dispositif, dont l'amplitude I_m' est inférieure à l'amplitude I_m du courant qui traverse l'électroaimant.

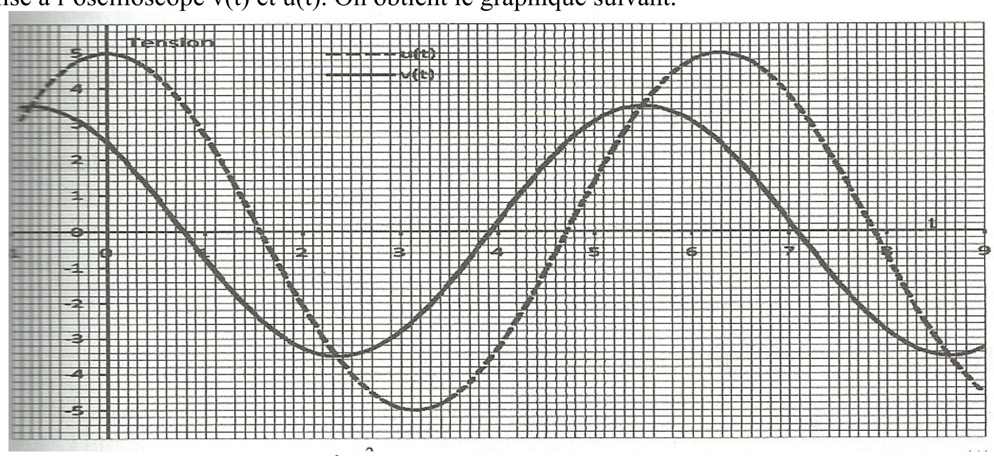
1. Exprimer l'amplitude complexe $\underline{I}_m$' en fonction de l'amplitude complexe $\underline{I}_m$.
2. Exprimer puis évaluer numériquement la capacité C du condensateur pour minimiser l'amplitude I_m' tout en conservant I_m fixée.
3. Evaluer numériquement la valeur de I_m' dans la configuration optimale. Commenter.
4. À quel dipôle l'association électroaimant-condensateur est-elle équivalente à la fréquence de travail ?

Exercice 3 : Etude d'un dipôle inconnu.



On alimente à l'aide d'un générateur de tension supposé idéal et délivrant une fem sinusoïdale de pulsation ω, un circuit associant en série un conducteur ohmique de résistance R et un dipôle inconnu noté D. On note $u(t)=u_O\cos(\omega t)$ la tension aux bornes de la résistance et $v(t)=v_O\cos(\omega t+\varphi)$ la tension aux bornes du dipôle D.

On visualise à l'oscilloscope v(t) et u(t). On obtient le graphique suivant.



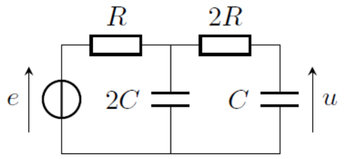
L'unité sur l'axe des temps est de 10^{-2}s, et celle de l'axe des tensions est 1V. On souhaite déterminer les caractéristiques de D en étudiant ce graphique, sachant que R = 100 Ω.

1. Déterminer graphiquement u_O, v_O, la pulsation ω et le déphasage φ.

On note $\underline{Z}=X+jY$ l'impédance du dipôle D.

2. Déterminer à partir des résultats précédents les expressions puis les valeurs numériques de X et Y.
3. Modéliser alors à l'aide des dipôles linéaires classiques (condensateur, bobine, conducteur ohmique) le dipôle D et donner les valeurs de leur grandeurs caractéristiques.

Exercice 4 : Etude d'une réponse en tension.



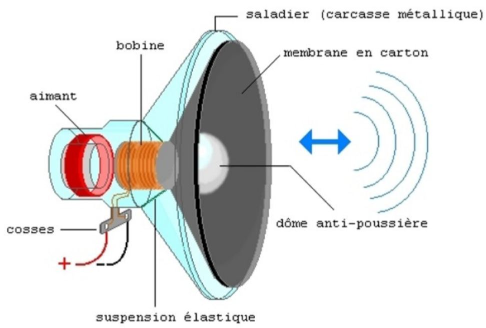
On considère le circuit de la figure suivante étudié en régime sinusoïdal forcé. On note $e(t)=e_O\cos(\omega t)$ la f.e.m du générateur placé entre les bornes d'entrée et $u(t)=u_O\cos(\omega t+\varphi)$ la tension aux bornes du condensateur de sortie.

1. Déterminer u(t) sur le domaine basse fréquence et sur le domaine haute fréquence.

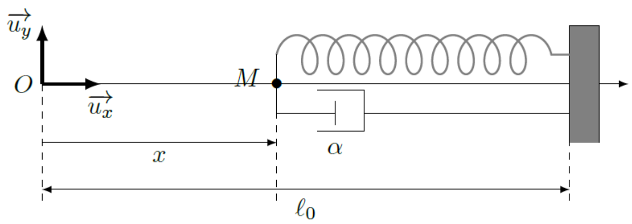
On introduit le point A entre les deux résistances.

2. A l'aide d'un diviseur de tension, établir la relation entre $\underline{u}(t)$ et $\underline{u}_A(t)$.
3. A l'aide d'une loi des nœuds en terme de potentiel au point A, établir l'expression de $\underline{u}_A(t)$ en fonction de $\underline{e}(t)$, $\underline{u}(t)$ et des caractéristiques du circuit.
4. Montrer alors en exploitant les deux relations établies précédemment que la tension prend la forme $\underline{u}(t)=\dfrac{H_O}{1+\dfrac{j}{Q}\dfrac{\omega}{\omega_O}-\left(\dfrac{\omega}{\omega_O}\right)^2}\underline{e}(t)$ préciser les expressions de H_O, Q et ω_O.
5. Retrouver l'équation différentielle régissant le comportement de ce circuit en régime transitoire.

Exercice 5 : Haut-parleur.

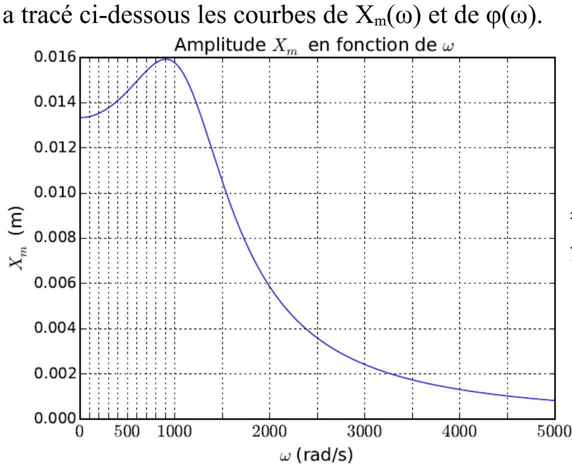


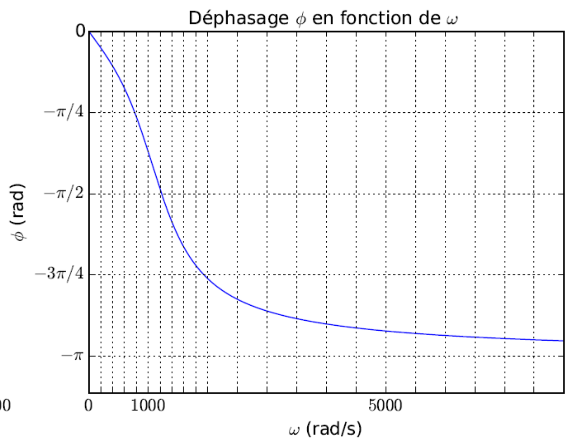
On modélise la partie mécanique d'un haut-parleur comme une masse m, se déplaçant horizontalement le long d'un axe$(O,\vec{u}_x)$
Cette masse est reliée à un ressort de longueur à vide l_O et de raideur k et à un amortisseur fluide de facteur d'amortissement linéaire α exerçant une force $\vec{f}=-\alpha\vec{v}$.
Elle est par ailleurs soumise à une force de Laplace qu'on étudiera en induction qui s'exprime en fonction de l'intensité alimentant le haut parleur sous la forme $\vec{F}(t)=K\,i(t)\vec{u}_x$ où K est une constante.
On suppose que le courant est de la forme $i(t) = I_m\cos(\omega t)$.
Données : m = 10 g ; $k = 15.10^3 Nm^{-1}$; $K = 200\ N\cdot A^{-1}$; Im = 1, 0A.



1. Faire un bilan des forces sur le point matériel de masse m.
2. Déterminer alors l'équation différentielle vérifiée par x. La mettre sous forme canonique et identifier les expressions de la pulsation propre ω_O et du facteur de qualité Q.
3. Justifier que la réponse en régime forcé s'écrit sous la forme $x(t) = X_m \cos(\omega t +\varphi)$.
4. Déterminer l'expression de la réponse en régime sinusoïdal forcé, c'est-à-dire l'amplitude X_m et la phase φ.
5. Déterminer les limites de X_m et l'existence ou non d'une résonance. Interpréter les résultats trouvés.

On a tracé ci-dessous les courbes de $X_m(\omega)$ et de $\varphi(\omega)$.





6. Déterminer graphiquement la pulsation propre et le facteur de qualité. En déduire la valeur du coefficient d'amortissement α.