

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte.

**Les candidats sont invités à encadrer les réponses finales aux questions posées.**

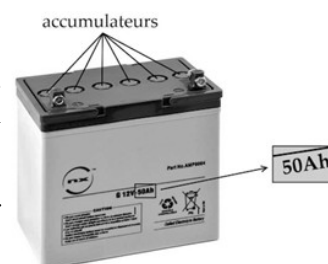
**L'usage de calculatrices est autorisé.**

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

### Problème 1 : stockage d'énergie électrique.

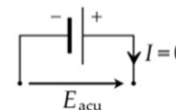
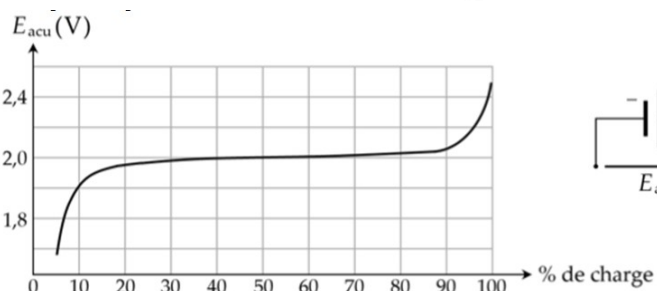
#### A. Batterie d'accumulateurs.

Une batterie au plomb est constituée d'un ensemble de six accumulateurs (cellules électrochimiques plomb-acide sulfurique) réunis dans un même boîtier (cf photo ci-contre). Une batterie possède un caractère générateur durant sa décharge et un caractère récepteur durant sa charge (conversion réversible entre énergie électrique et énergie chimique). Ce type de batterie est largement utilisé dans l'industrie, dans l'équipement des véhicules automobiles ou pour stocker de l'énergie produite par intermittence (énergie solaire ou éolienne).

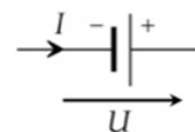
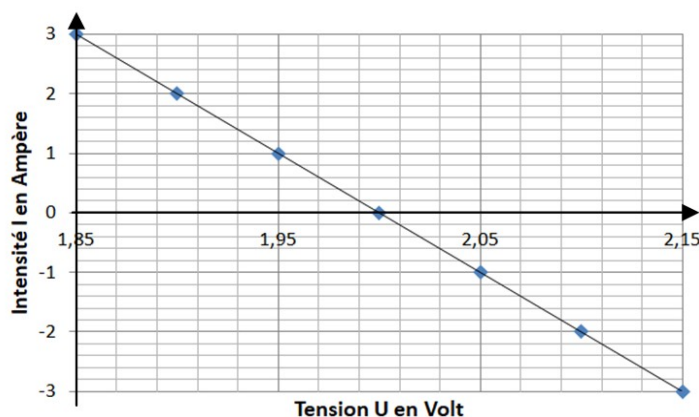


#### Étude d'un accumulateur :

On s'intéresse pour le moment à un seul des six accumulateurs de la batterie. Par définition, sa tension à vide  $E_{acu}$  est la tension à ses bornes lorsqu'il ne débite aucun courant. On donne ci-contre la courbe représentant la tension "à vide" d'un accumulateur en fonction de son pourcentage de charge.



Lorsque l'accumulateur génère un courant  $I$  non nul, la tension  $U$  à ses bornes diminue. On donne ci-dessous la courbe représentant la tension  $U$  aux bornes d'un accumulateur chargé à 50 % en fonction du courant  $I$  qui le traverse en convention générateur.



- Justifier qu'on peut modéliser l'accumulateur par l'association en série d'une source idéale de tension de f.é.m. constante  $E_{acu}$  et d'un résistor de résistance  $r_{acu}$ . Nommer le modèle de générateur correspondant et donner le schéma de ce dipôle ainsi que l'équation caractéristique  $U=f(I)$  associée.
- Déterminer graphiquement les valeurs numériques de  $E_{acu}$  et  $r_{acu}$ .

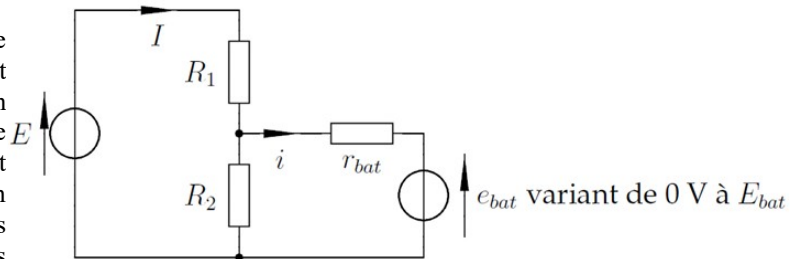
#### Caractéristiques de la batterie :

la batterie étudiée comporte un ensemble de six accumulateurs identiques à celui étudié précédemment.

- Comment doit-on associer ces six accumulateurs de façon à obtenir une batterie de tension à vide  $E_{bat}$  maximale ?
- Donnez la représentation Thévenin équivalente de la batterie alors constituée. On précisera la valeur de  $E_{bat}$  et celle de  $r_{bat}$ , la résistance interne de la batterie.

### Charge de la batterie :

on étudie maintenant la "charge" d'une batterie initialement complètement déchargée. On utilise une alimentation électrique modélisée par un générateur de force électromotrice  $E = 16 \text{ V}$  constante et de résistance interne négligeable et on réalise le montage représenté ci-dessous avec deux résistors de résistances respectives  $R_1 = 2,0 \Omega$  et  $R_2 = 5,0 \Omega$  pour contrôler la charge de la batterie.



**Au début de la charge, la batterie est totalement déchargée, on considère alors  $e_{bat} = 0 \text{ V}$ .**

5. À quel dipôle la batterie est-elle alors équivalente ?
6. Redessiner le circuit et déterminer la résistance équivalente  $R_{eq}$  aux systèmes constitués par les résistors  $R_1$ ,  $R_2$  et  $r_{bat}$ .
7. En déduire l'expression de  $I$  puis celle de  $i_0$ , qui représente l'intensité  $i$  du courant traversant la batterie dans cette situation puis faire l'application numérique pour  $i_0$ .

**Au fur et à mesure de la charge, la tension à vide  $e_{bat}$  augmente, elle devient donc non nulle.**

8. En reprenant le circuit complet étudié ici, Écrire les lois des mailles (suffisantes) et la loi des nœuds.

Montrer qu'on obtient alors 
$$i = \frac{R_2 E - (R_1 + R_2) e_{bat}}{r_{bat} R_1 + r_{bat} R_2 + R_1 R_2}$$

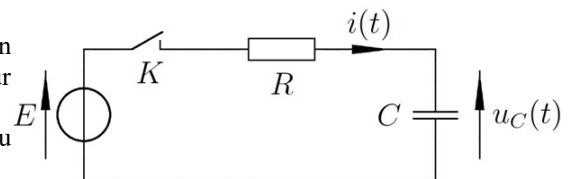
9. Exprimer la fem de la batterie  $(e_{bat})_{i=0}$  pour laquelle l'intensité  $i$  s'annule. Faire l'application numérique et indiquer le pourcentage de charge des accumulateurs de la batterie finalement réalisé.
10. On souhaite que  $i$  s'annule lorsque la batterie est chargée à 100 %. A quelle valeur de  $E_{acu}$  et de  $e_{bat}$  cela correspond-il ? Quelle valeur numérique doit-on alors donner à  $R_2$  (sachant que  $R_1$  est maintenu à  $2,0 \Omega$ ) ?

### B. Utilisation d'un condensateur

De façon à utiliser un système de stockage plus "portable" que la batterie étudiée précédemment, on décide d'utiliser un super-condensateur de capacité  $C$  élevée. On le considère initialement complètement déchargé.

#### Modélisation par un condensateur idéal.

On place un interrupteur  $K$ , une résistance  $R = 10 \Omega$  et un condensateur de capacité  $C$  en série aux bornes d'un générateur de tension idéal de force électromotrice constante  $E = 12 \text{ V}$ .



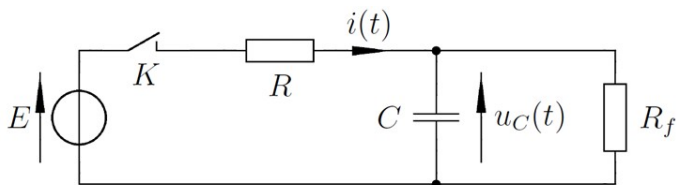
11. Quelle est la tension  $u_C(t=0^-)$  aux bornes du condensateur avant fermeture de l'interrupteur ?

À l'instant  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur  $K$ .

12. Déterminer la valeur  $u_C(t=0^+)$  juste après la fermeture de  $K$ .
13. Établir l'équation différentielle à laquelle obéit  $u_C(t)$  et la mettre sous forme canonique.
14. Établir l'expression de la tension  $u_C(t)$  pour  $t \geq 0$ .
15. Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction  $u_C(t)$ .
16. Déterminez, en fonction de  $\tau$ , l'instant  $t_1$  pour lequel la charge du condensateur est achevée à 1 % près.
17. Exprimer l'énergie  $E_C(\infty)$  emmagasinée par le condensateur lorsque sa charge est terminée en fonction de  $C$  et  $E$ .
18. Faire un bilan de puissance lors de la charge de ce condensateur.
19. En déduire l'énergie totale dissipée par effet Joule lors de la charge du condensateur.

#### Prise en compte de la résistance de fuite $R_f$ :

le super-condensateur comporte en réalité des éléments résistifs qu'on modélisera par une résistance  $R_f$  dite "résistance de fuite" placée en parallèle avec  $C$ . On suppose toujours qu'avant fermeture de l'interrupteur le condensateur est totalement déchargé.



À l'instant  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur  $K$ .

20. Déterminer la valeur  $u_C(t=0^+)$  juste après la fermeture de  $K$ .
21. Établir l'équation différentielle à laquelle obéit  $u_C(t)$ . La mettre sous forme canonique.
22. Établir l'expression de la tension  $u_C(t)$  pour  $t \geq 0$ .
23. Exprimez l'énergie  $E_C(\infty)$  emmagasinée par le condensateur **lorsque sa charge est terminée** en fonction de  $C$ ,  $R$ ,  $R_f$  et  $E$ .
24. Exprimer l'intensité du courant dans le super-condensateur puis la puissance dissipée par effet Joule dans le super-condensateur **lorsque sa charge est terminée** ? Faire l'application numérique pour  $R_f = 10 \text{ M}\Omega$ . Commentez.

**Problème 2 : Étude d'une bobine réelle.****1. Mise en œuvre dans un circuit RL.**

On cherche à évaluer les caractéristiques d'une **bobine réelle** modélisée par l'association en série d'un conducteur ohmique de résistance  $r$  et d'une bobine idéale d'inductance  $L$ .

On branche un générateur basse fréquence (GBF) modélisé comme un générateur de Thévenin de f.e.m variable  $e(t)$  et de résistance interne  $R_s=50\Omega$  aux bornes de l'association en série de la bobine réelle et d'un conducteur ohmique de résistance  $R=100\Omega$ .

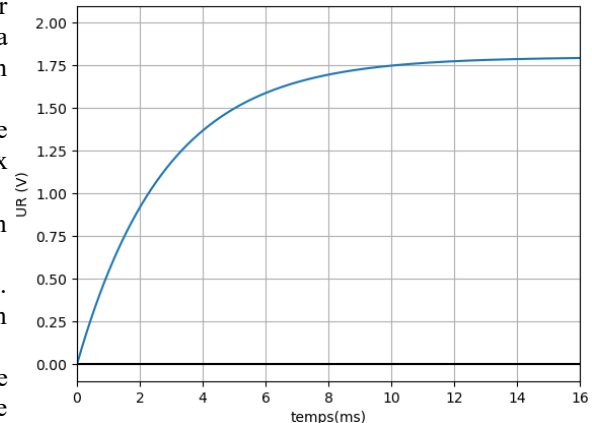
1. Etablir soigneusement le schéma du montage. (Étape cruciale pour la suite)

A l'instant choisi comme origine ( $t=0$ ), la fem du GBF bascule d'une valeur nulle à une valeur  $E=5,0V$ . On suppose que le circuit avait précédemment atteint un régime stationnaire.

2. Préciser l'intensité  $i(t=0^-)$  du courant dans le circuit. En déduire sa valeur  $i(t=0^+)$
3. Déterminer l'intensité du courant dans le circuit lorsqu'on atteint le régime stationnaire  $i(t \rightarrow +\infty)$ .
4. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'intensité  $i(t)$  sur le domaine  $]0, +\infty[$ . On introduira le temps caractéristique  $\tau$  qu'on exprimera en fonction de  $L$ ,  $R_s$ ,  $R$  et  $r$ .
5. Exprimer l'intensité du courant sur le domaine  $]0, +\infty[$  puis exprimer  $u_R(t)$  la tension mesurée aux bornes de la résistance  $R$ .

On relève la courbe expérimentale ci-contre pour la tension aux bornes de la résistance  $R$ .

6. Lire  $u_{\max}$  la valeur maximale atteinte par la tension. En déduire une expression de  $r$  puis une évaluation numérique.
7. Lire le temps caractéristiques  $\tau$  d'évolution de cette tension. En déduire une expression de  $L$  puis une évaluation numérique  $L$ .

**2. Mise en œuvre dans un circuit RLC.**

Pour confirmer les valeurs de  $r$  et  $L$ , on alimente par le même GBF, et dans les mêmes hypothèses un circuit comprenant, la bobine, un conducteur ohmique de résistance  $R$  (toujours de  $100\Omega$ ) et un condensateur de capacité  $C = 0,1 \mu F$  le tout monté en série. On note la tension aux bornes du condensateur  $u(t)$ .

8. Établir soigneusement le schéma du circuit.
9. Etablir les expressions de  $i(t=0^-)$  et de  $u(t=0^-)$ . En déduire  $i(t=0^+)$  et de  $u(t=0^+)$ .
10. Établir les expressions de  $i(t \rightarrow \infty)$  et  $u(t \rightarrow \infty)$ .
11. Établir l'équation différentielle vérifiée par  $u(t)$  sur l'intervalle  $]0, +\infty[$ . On introduira la pulsation propre  $\omega_0$  et le facteur de qualité  $Q$  et on en donnera les expressions en fonction de  $R_s$ ,  $r$ ,  $R$ ,  $L$  et  $C$ .

On relève la courbe ci-contre en relevant la tension aux bornes du condensateur. On a ajouté sur la courbe les enveloppes de la réponse obtenue.

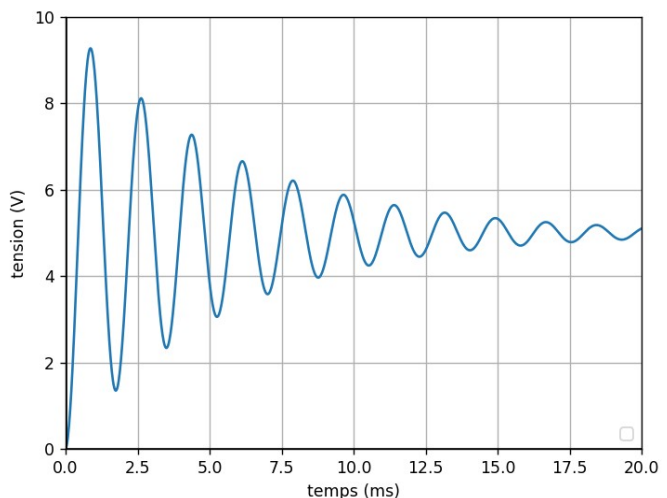
12. Quel est le régime observé ? Établir l'expression de la tension  $u(t)$  sur l'intervalle  $]0, +\infty[$ . On introduira un temps caractéristique  $\tau_2$  et une pseudo-pulsation  $\omega_p$  à exprimer en fonction de  $\omega_0$  et  $Q$ .

On appelle décroissement logarithmique, notée  $\delta$ , la grandeur :  $\delta = \frac{1}{N} \ln \left( \frac{u(t) - u(t \rightarrow +\infty)}{u(t+N.T) - u(t \rightarrow +\infty)} \right)$

13. Montrer que le décroissement logarithmique s'exprime sous la forme  $\delta = \frac{2\pi}{\sqrt{4Q^2 - 1}}$ . Simplifier cette expression

dans le cas où  $Q$  est grand.

14. Relever sur le graphique la valeur du décroissement logarithmique  $\delta$  et en déduire la valeur de  $Q$ .
15. Relever sur le graphique la valeur de la pseudopériode  $T_p$  et en déduire la valeur de  $\omega_0$ .
16. Vérifier grâce à cette seconde étude les valeurs approchées de  $r$  et  $L$  trouvées précédemment.



**Résolution de problème : Étude d'une bobine réelle.**

**Rappel des compétences associées à la résolution de problème :**

- **S'approprier le problème** (faire un schéma, identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Evaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées, relier le problème à une situation modèle connue).
- **Etablir une stratégie de résolution, analyser** (Décomposer le problème en des problèmes plus simples, commencer par une version simplifiée, expliciter la modélisation choisie, déterminer et énoncer les lois physiques à utiliser).
- **Mettre en œuvre la stratégie, réaliser** (Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée, savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique, utiliser l'analyse dimensionnelle).
- **Avoir un regard critique sur les résultats obtenus, valider** (s'assurer qu'on a répondu à la question posée, vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeur connus, comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche, étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue).
- **Communiquer** (Présenter la solution, ou la rédiger, en expliquant le raisonnement et les résultats).

Un condensateur de capacité  $C$  est chargé en le plaçant en série avec un conducteur ohmique de résistance  $R$  jusqu'à une tension  $E$  en le soumettant à  $N$  paliers de tension successifs d'amplitude  $E/N$ . On suppose qu'on effectue la charge sur chaque palier suffisamment longtemps pour que la charge soit complète. On définit le rendement énergétique  $\rho$  comme le rapport de l'énergie reçue par le condensateur divisée par l'énergie fournie par l'ensemble des générateurs au cours de l'évolution complète.

1. Combien de paliers sont nécessaires pour avoir un rendement  $\rho > 90\%$  ?