Problème 1 : trains à sustentation magnétique.

1. Pour l'association en série des trois composants soumis à la tension $\underline{e}(t)$.

On applique le diviseur de tension pour obtenir $\underline{u}_1 = \dfrac{\underline{Z}_{L_1}}{\underline{Z}_{L_1} + \underline{Z}_{L_2} + \underline{Z}_R}\underline{e}$

d'où $\boxed{\underline{u}_1 = \dfrac{jL_1\omega}{j(L_1+L_2)\omega + R}\underline{e}}$ et $\boxed{\underline{u}_2 = \dfrac{jL_2\omega}{j(L_1+L_2)\omega + R}\underline{e}}$

2. Pour un modèle idéal d'ALI, **la résistance d'entrée tend vers l'infini** et les intensités des **<u>courants i_+ et i_- dans les bornes d'entrée inverseuse et non inverseuse sont nulles</u>**. **<u>La résistance de sortie tend vers zéro</u>**, l'intensité sortant par la borne de sortie est limitée à la valeur i_{sat} prenant typiquement la valeur de 25mA.
3. On peut faire l'hypothèse d'un fonctionnement linéaire de l'ALI car **<u>il y a une boucle de rétroaction sur la borne d'entrée inverseuse. On peut alors écrire la relation $V_+=V_-$.</u>**
4. On peut évaluer le potentiel de la borne non inverseuse par un diviseur de tension car l'intensité entrant dans l'ALI par cette borne est nulle d'où $\underline{V}_+ = \dfrac{1}{2}\underline{u}_1$

On peut faire une loi des nœuds en terme de potentiel à la borne d'entrée inverseuse en tenant compte du fait que l'intensité entrant dans l'ALI à cette borne est nulle : $\dfrac{\underline{V}_- - \underline{u}_2}{R_2} + \dfrac{\underline{V}_- - \underline{u}_S}{R_2} = 0$

En combinant les deux équations, on obtient alors $\boxed{\underline{u}_S = \underline{u}_1 - \underline{u}_2}$

5. On obtient avec le résultat de la q4 et celui de la q1 : $\underline{u}_S = \dfrac{j(L_1-L_2)\omega}{j(L_1+L_2)\omega + R}\underline{e}$

On l'écrit sous la forme $\underline{T}(j\omega) = \dfrac{\underline{u}_S}{\underline{e}} = \dfrac{j\dfrac{(L_1-L_2)}{R}\omega}{1 + j\dfrac{(L_1+L_2)}{R}\omega}\underline{e}$ à identifier avec $\boxed{\underline{T}(j\omega) = \dfrac{T_O\left(\dfrac{j\omega}{\omega_O}\right)}{1+\left(\dfrac{j\omega}{\omega_O}\right)}}$

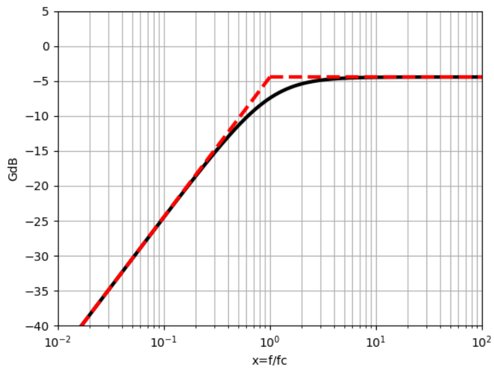
Ce qui donne $\dfrac{1}{\omega_O} = \dfrac{L_1+L_2}{R}$ et $\dfrac{T_O}{\omega_O} = \dfrac{L_1-L_2}{R}$ ce qui donne $\boxed{\omega_O = \dfrac{R}{L_1+L_2}}$ et $\boxed{T_O = \dfrac{L_1-L_2}{L_1+L_2}}$

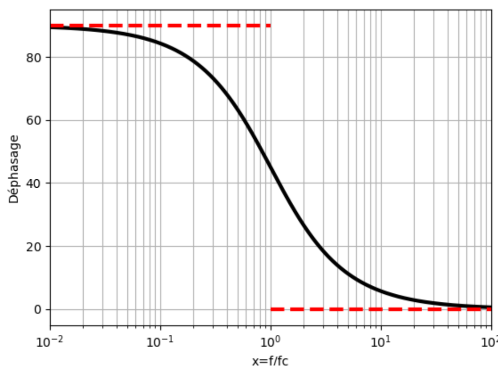
En reprenant les expressions fournies pour L_1 et L_2, on obtient alors $\boxed{\omega_O = \dfrac{R}{2L_e}}$ et $\boxed{T_O = \dfrac{\Delta z}{\delta}}$

6. HF, $\underline{T}(j\omega) \to T_O$ alors $G(\omega) \to |T_O|$; $G(\omega) \to 20\log|T_O|$ et $\varphi(\omega) \to \arg(T_O)$

BF, $\underline{T}(j\omega) \to T_O\left(\dfrac{j\omega}{\omega_O}\right)$ alors $G(\omega) \to |T_O|\left(\dfrac{\omega}{\omega_O}\right)$, $G(\omega) \to 20\log|T_O| + 20\log\left(\dfrac{\omega}{\omega_O}\right)$ et $\varphi(\omega) \to \arg(T_O) + \dfrac{\pi}{2}$

En $\omega=\omega_O$: $\underline{T}(j\omega_O) = \dfrac{jT_O}{1+j}$ alors $G(\omega_O) = \dfrac{T_O}{\sqrt{2}}$; $G(\omega_O) \to 20\log|T_O| - 3dB$ et $\varphi(\omega_O) = \arg(T_O) + \dfrac{\pi}{4}$





7. Il s'agit d'un filtre passe haut d'ordre 1, dont la fréquence de coupure s'identifie avec la fréquence propre. La bande passante s'étend alors sur l'intervalle $[f_O, +\infty[$.
8. Pour que la fonction de transfert soit indépendante de la fréquence, il faut travailler à haute fréquence et alors $\boxed{\underline{T}(j\omega) \to T_O = \dfrac{\Delta z}{\delta}}$ la fonction de transfert est bien réelle.

9. La fréquence de coupure du filtre s'exprime $f_O = \frac{\omega_O}{2\pi} = \frac{R}{4\pi L_e}$ A.N : $f_O = 1,0kHz$, on peut donc estimer que f=4kHz est dans le domaine HF pour lequel $\underline{T} = T_O = \frac{\Delta z}{\delta}$

On en déduit que $\underline{u}_S = \frac{\Delta z}{\delta}\underline{e}$ et par retour aux notations réelles $\boxed{u_S = \frac{\Delta z}{\delta} e = \frac{\Delta z}{\delta} E\cos(\omega t)}$ On obtient $\boxed{\varphi = 0}$

10. Le circuit multiplieur fournit la tension $\boxed{s_m(t) = Ku_S(t)e(t) = K\frac{\Delta z}{\delta}E^2\cos^2(\omega t)}$
11. Il faut linéariser l'expression précédente : $\boxed{s_m(t) = Ku_S(t)e(t) = K\frac{\Delta z}{2\delta}E^2 + K\frac{\Delta z}{2\delta}E^2\cos(2\omega t)}$

On obtient donc deux composantes :

- Une composante continue (donc de fréquence nulle) d'amplitude $\boxed{S_m = K\frac{\Delta z}{2\delta}E^2}$
- Une composante de fréquence 2f de phase à l'origine nulle et d'amplitude $\boxed{K\frac{\Delta z}{2\delta}E^2}$

12. On doit extraire la composante de fréquence nulle d'un signal comportant cette composante et une coposante sinusoïdale de fréquence 2f. Il faut utiliser un filtre passe bas, dont la fréquence de coupure est nettement inférieure à 2f.
13. La sensibilité du capteur s'exprime alors $\boxed{\frac{S_m}{\Delta z} = \frac{K}{2\delta}E^2}$

Le plus petit déplacement détecté sera alors exprimé par $\boxed{\frac{\Delta z}{\delta} = \frac{2S_{m,\min}}{KE^2} = 5,6.10^{-4}}$soit un écart à la position moyenne d'1/2 millième de l'écartement total !!