

Problème 1 : trains à sustentation magnétique.

Un train à sustentation magnétique utilise les forces magnétiques pour léviter au-dessus de la voie ; il n'est donc pas en contact avec des rails, contrairement aux trains classiques. Ce procédé permet de supprimer la résistance au roulement et d'atteindre des vitesses élevées. Parmi les technologies, on peut isoler le transrapid qui lévite par attraction magnétique grâce à des aimants.

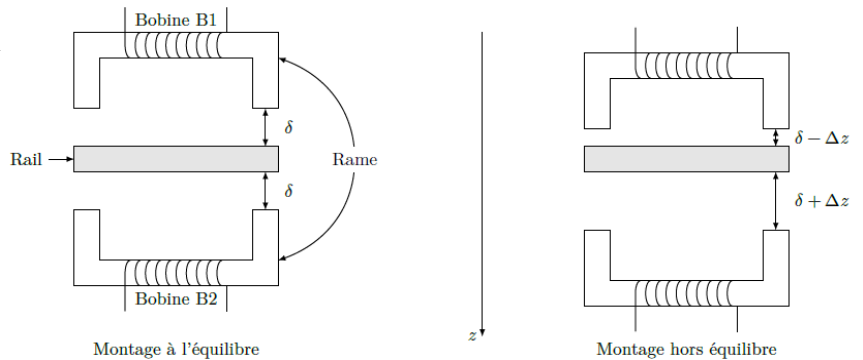
La seule réalisation commerciale du Transrapid est à l'heure actuelle la ligne de 30 kilomètres qui fonctionne depuis 2004 entre Shanghai et son aéroport international de Pudong. Le trajet s'effectue en moins de 8 minutes, à la vitesse moyenne de 245 km/h. Sur ce parcours le train atteint la vitesse de 430 km/h, il a la capacité d'accélérer de 0 à 350 km/h en 2 minutes.

L'instabilité de l'équilibre de la rame en sustentation nécessite l'asservissement en position de l'entrefer. Cet asservissement est réalisé en utilisant un capteur de position. On se propose dans cette partie d'étudier le principe d'un capteur de position à inductance variable.

La figure suivante décrit le schéma de principe d'un capteur inductif à entrefer variable dans un montage « push-pull ». Le capteur comprend un circuit magnétique composé d'un noyau solide du rail fixe et de deux bobines B_1 et B_2 sur deux noyaux ferromagnétiques en vis-à-vis, solidaires de la rame. Les bobines B_1 et B_2 du capteur sont identiques et placées de façon symétrique par rapport au rail lorsque la rame est à l'équilibre (à gauche). Ces bobines B_1 et B_2 sont indépendantes des bobines assurant la lévitation. Elles sont constituées de N_C spires de surface S .

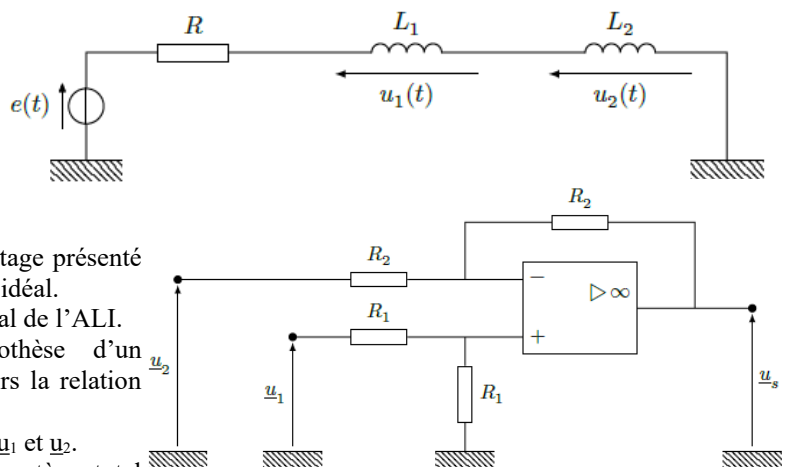
On envisage une variation Δz de la position du train par rapport à la position d'équilibre $z_e = \delta$. En considérant que $\Delta z \ll \delta$, on montre que l'inductance des deux bobines situées de part et d'autre du rail s'expriment :

$$L_1 = L_e \left(1 + \frac{\Delta z}{\delta} \right) \text{ et } L_2 = L_e \left(1 - \frac{\Delta z}{\delta} \right)$$



Les deux bobines sont alimentées par un générateur de tension idéal de force électromotrice $e(t) = E \cos(\omega t)$ en série avec un conducteur ohmique de résistance R .

1. Déterminer les expressions des tensions électriques complexes \underline{u}_1 et \underline{u}_2 en fonction de R , L_1 , L_2 , ω et $\underline{e}(t)$.



Ces tensions \underline{u}_1 et \underline{u}_2 sont placées à l'entrée du montage présenté sur la figure ci-contre. L'ALI est pris dans le modèle idéal.

2. Rappeler les hypothèses attachées au modèle idéal de l'ALI.
3. Expliquer pourquoi on peut faire l'hypothèse d'un fonctionnement linéaire de l'ALI. Rappeler alors la relation vérifiée.
4. Exprimer la tension électrique \underline{u}_s en fonction de \underline{u}_1 et \underline{u}_2 .
5. Déterminer la fonction de transfert complexe du système total

sous la forme $\underline{T}(j\omega) = \frac{\underline{u}_s}{\underline{e}} = T_0 \frac{j\omega}{1 + \frac{j\omega}{\omega_0}}$ où T_0 et ω_0 sont deux paramètres à exprimer en fonction de $(L_1, L_2 \text{ et } R)$ puis en

fonction de $(L_e, R, \Delta z \text{ et } \delta)$.

6. Effectuer l'étude asymptotique de la fonction de transfert $\underline{T}(j\omega)$ à basse fréquence puis à haute fréquence. Préciser le comportement du filtre à la pulsation ω_0 .



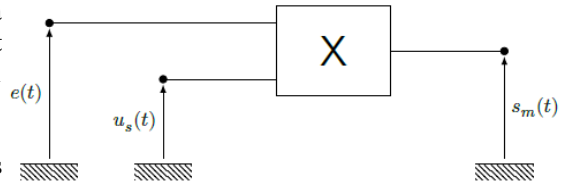
physique

7. Tracer le diagramme de Bode asymptotique puis le diagramme de Bode réel de ce filtre. Préciser le type de filtre et la bande passante.
8. Dans quelle gamme de fréquences doit-on travailler pour que $\underline{T}(j\omega)$ soit indépendant de la pulsation ? Montrer alors que la fonction de transfert est réelle et s'exprime $\frac{\Delta z}{\delta}$?

On prend pour valeur numérique : $R=750\Omega$; $L_e=60\text{mH}$ et une fréquence d'exploitation $f=4\text{kHz}$.

9. Montrer que le signal de sortie se met sous la forme $u_s(t) = E \frac{\Delta z}{\delta} \cos(\omega t + \varphi)$. Exprimer le déphasage φ .

Pour pouvoir corriger la position de la rame lorsqu'elle s'écarte de sa position d'équilibre, on souhaite construire une tension continue qui soit une image de l'écart Δz à la position d'équilibre. On utilise pour cela un circuit multiplieur de constante de multiplication $K_m=1,00\text{V}^{-1}$.



10. Exprimer la tension électrique $s_m(t)$ en fonction de K_m , $e(t)$ et $u_s(t)$ puis en fonction de E , Δz , δ , ω et t .
11. Transformer l'expression précédente et aboutir à la description du signal $s_m(t)$ sous la forme d'une décomposition harmonique en précisant les amplitudes, les pulsations, et les phases à l'origine des différentes composantes.
12. Quel filtre faut-il placer en sortie du montage multiplieur pour récupérer une tension continue S_m proportionnelle au déplacement Δz ? Préciser la nature du filtre et préciser qualitativement les contraintes sur les paramètres de ce filtre.
13. Exprimer la sensibilité du capteur définie par la relation $\frac{S_m}{\Delta z}$. Application numérique : le capteur permet de mesurer la tension de sortie à 10mV près. En déduire la plus petite valeur de $\Delta z/\delta$ détectable. On prendra $E=6,00\text{V}$.