

Problème 1 : Traitement du signal d'un magnétomètre.

Ce problème aborde quelques aspects d'un dispositif de mesure du champ magnétique statique (composante stationnaire) : le magnétomètre à vanne de flux (fluxgate magnetometer en anglais). Ce dispositif a été inventé par les physiciens allemands Aschenbrenner et Goubau en 1936, et repose sur la non-linéarité des matériaux ferromagnétiques (saturation de l'aimantation). Pendant la Seconde Guerre mondiale, il a été amélioré pour permettre la détection aérienne des sous-marins. Il est toujours utilisé de nos jours aussi bien dans l'exploration géologique que dans le domaine spatial.

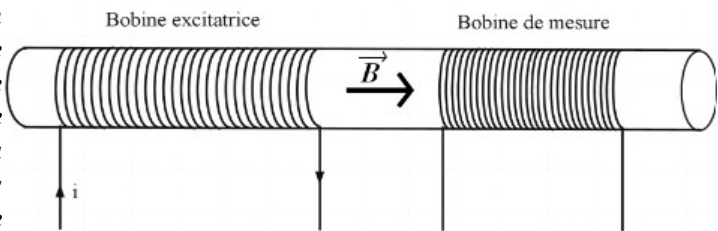


Figure 1. Dispositif de mesure de champ magnétique

Expression du signal électrique à étudier.

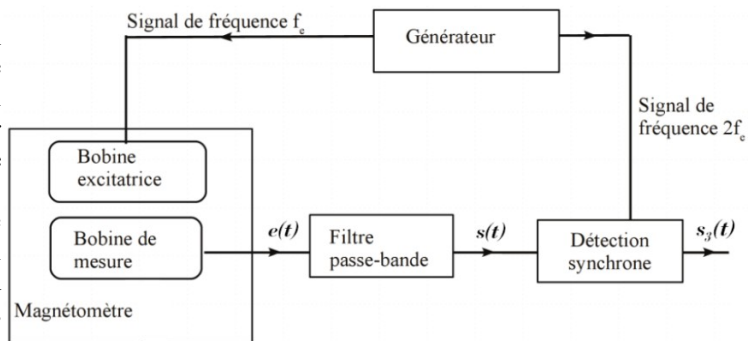
Le dispositif est représenté en figure 1. Un barreau ferromagnétique est aimanté selon son axe par l'effet conjugué d'un champ magnétique externe stationnaire $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_x$ que l'on cherche à mesurer et d'un courant d'aimantation sinusoïdal $i(t) = I_m \sin(\omega_e t)$ circulant dans la bobine excitatrice. On mesure la tension $e(t)$ qui apparaît aux bornes de la bobine de mesure.

Au sein du matériaux ferromagnétique, le vecteur excitation magnétique \vec{H} s'exprime en fonction du champ magnétique à mesurer et de l'intensité du courant dans la bobine excitatrice par la relation : $\vec{H} = \left(ni(t) + \frac{B_0}{\mu} \right) \vec{e}_x$. Ce vecteur excitation génère dans le milieu ferromagnétique un champ magnétique $\vec{B} = B \vec{e}_x$ exprimé par $B = \mu H - a H^3$. Finalement le phénomène d'induction magnétique génère aux bornes de la bobine de mesure une tension $e(t)$ donnée par la relation $e(t) = -S \frac{dB}{dt}$ où S est l'aire de la section transverse du barreau ferromagnétique.

1. A l'aide du texte explicatif, exprimer la tension mesurée $e(t)$ en fonction de H et de sa dérivée $\frac{dH}{dt}$.
2. Montrer que la tension $e(t)$ s'exprime sous la forme $e(t) = K_1 \cos(\omega_e t) + K_2 \sin(2\omega_e t) + K_3 \cos(3\omega_e t)$ où K_1 , K_2 et K_3 sont des constantes. Montrer que $K_2 = 3aS(nI_m)^2 \omega_e \left(\frac{B_0}{\mu} \right)$ (on ne tentera pas d'explicitier K_1 et K_3).

Le schéma partiel de traitement du signal permettant d'accéder directement à la mesure de B_0 via K_2 est représenté en figure 2. En pratique l'intensité $i(t)$ du courant utilisé pour alimenter la bobine excitatrice possède une fréquence $f_e = 5\text{kHz}$.

La détection du signal $s(t)$ en sortie du filtre passe-bande n'est pas toujours aisée. Le signal peut être de faible intensité et noyé dans du bruit. La détection synchrone, décrite plus bas, permet alors d'extraire le signal recherché.

Figure 2. Schéma de mesure de B_0 via K_2 **Conception du filtre passe bande.**

On souhaite concevoir un filtre passe-bande d'ordre 2 qui puisse convenir dans le dispositif décrit précédemment. On se place en régime sinusoïdal forcé de pulsation ω , on utilise les signaux complexes associés.

3. Rappeler la forme canonique de la fonction de transfert d'un filtre passe-bande d'ordre 2 pour la variable ω appelée pulsation. Nommer les paramètres qui entrent en jeu.
4. Exprimer le gain et montrer qu'il passe par un maximum, en précisant la pulsation pour laquelle ce maximum est observé, ainsi que l'expression de ce gain maximum.
5. Définir la bande passante à -3dB et la traduire pour le gain du filtre. Donner alors (sans démonstration) la largeur $\Delta\omega$ de la bande passante du filtre en fonction des paramètres canoniques précédemment introduits.
6. Etudier le comportement asymptotique de la fonction de transfert à basse fréquence et montrer que ce filtre présente alors un comportement dérivateur.
7. Etudier le comportement asymptotique de la fonction de transfert à haute fréquence et montrer que ce filtre présente alors un comportement intégrateur.

8. Comment doit-on concevoir le filtre pour permettre la mesure de B_0 via la constante K_2 ?
9. Quelle valeur faut-il donner au facteur de qualité Q pour que le rapport des amplitudes K_1 du fondamental et K_2 de l'harmonique de rang 2 soit réduite au minimum d'un facteur 10. De quel facteur ρ est alors réduit le rapport des amplitudes K_3 de l'harmonique de rang 3 et K_2 de l'harmonique de rang 2 ?

On choisit un filtre actif de type Rauch, représenté sur la figure 3, utilisant un Amplificateur Linéaire Intégré (ALI) supposé idéal. Les admittances représentées par Y_k sont constituées soit par des conducteurs ohmiques soit par des condensateurs.

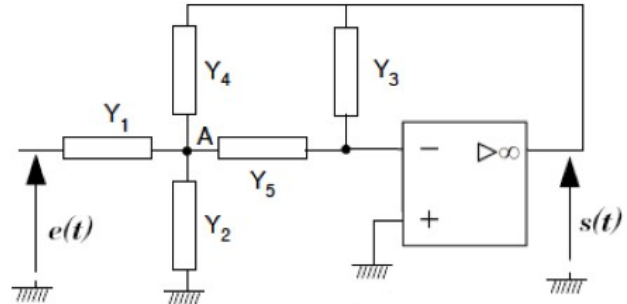


Figure 3. Circuit du filtre de Rauch proposé

10. Rappeler la définition de l'impédance Z d'un dipôle, puis rappeler le lien entre admittance et impédance. Donner alors l'expression de l'admittance d'un conducteur ohmique de résistance R et l'expression de l'admittance d'un condensateur de capacité C .
11. Rappeler les hypothèses valables pour le modèle idéal de l'ALI.
12. Quelle caractéristique du circuit proposé permet de faire l'hypothèse d'un fonctionnement linéaire ? Quelle relation peut-on alors écrire ?
13. Ecrire la loi des nœuds en terme de potentiel en A puis écrire la loi des nœuds en terme de potentiel sur l'entrée inverseuse (en utilisant les admittances). Montrer alors que la fonction de transfert s'exprime

$$H = \frac{-Y_1 Y_5}{Y_4 Y_5 + Y_3 (Y_1 + Y_2 + Y_4 + Y_5)}$$

On choisit de placer un conducteur ohmique de résistance R en Y_1 et Y_3 , un condensateur de capacité C en Y_4 et Y_5 et un conducteur ohmique de résistance R_2 en Y_2 .

14. Dessiner le circuit équivalent du filtre en basse fréquence, puis le circuit équivalent à haute fréquence, et montrer que le circuit réalise bien un filtre passe bande.
15. Montrer que le filtre réalisé présente un gain statique $H_0 = -\frac{1}{2}$, une pulsation propre $\omega_0 = \frac{1}{RC} \sqrt{1 + \frac{R}{R_2}}$ et un

$$\text{facteur de qualité } Q = \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{R}{R_2}}$$

On utilise une résistance $R = 10 \text{ k}\Omega$; on suppose qu'on souhaite fixer le facteur de qualité à $Q = 5$.

16. Quelle valeur faut-il prendre pour la résistance R_2 ? Quelle valeur faut-il prendre pour la capacité C du condensateur ?
17. Etudier le gain en décibel à basse fréquence, à haute fréquence et à la fréquence propre. Dessiner le diagramme de Bode en amplitude du filtre réalisé en tenant compte des valeurs numériques pour les différents paramètres.

Détection synchrone.

On décrit ici le principe de fonctionnement de la détection synchrone pour mesurer l'amplitude du signal $s(t)$ en sortie du filtre passe-bande. Ce dernier est en fait composé d'une part du signal physique recherché $s_p(t)$ et d'autre part de composantes présentes non associées au signal physique, que l'on appelle de façon générique le bruit. En notant $b(t)$ le bruit présent, on peut écrire : $s(t) = s_p(t) + b(t)$

La fréquence du signal physique utile $s_p(t)$ est connue égale à $2f_e$. On suppose que $s_p(t)$ et $b(t)$ ont une moyenne nulle : $\langle s_p(t) \rangle = \langle b(t) \rangle = 0$

On produit d'autre part un signal de référence $s_{ref}(t)$ synchrone et en phase avec le signal physique $s_p(t)$ à étudier, on suppose que ces signaux peuvent s'écrire sous la forme : $s_{ref}(t) = A \sin(2\omega_e t)$ et $s_p(t) = K_2 \sin(2\omega_e t)$

Le bruit étant aléatoire et indépendant du signal de référence, on sait que : $\langle s_{ref}(t) b(t) \rangle = 0$

Le système de détection synchrone est composé d'un circuit multiplieur donnant un signal en sortie $s_2(t) = G s(t) s_{ref}(t)$ puis d'un filtre passe bas.

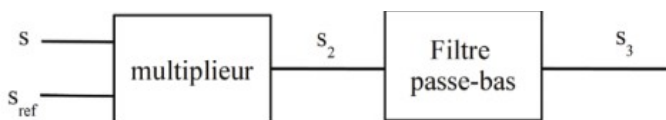


Figure 4 : schéma de principe de la détection synchrone

18. Exprimer le signal $s_2(t)$ en fonction de $b(t)$, G , A , K_2 et ω_e . Montrer qu'il comporte une composante constante qu'on exprimera.

On réalise le passe bas du système de détection synchrone par un filtre d'ordre 2 de gain statique unitaire $H_0 = 1$.

19. Rappeler la forme canonique de la fonction de transfert de ce filtre. Quelle valeur faut-il donner au facteur de qualité pour que la pulsation de coupure s'identifie avec la pulsation propre du filtre ? Etablir ce résultat par une démonstration propre.
20. Etablir l'expression de la fréquence de coupure de ce filtre pour atténuer d'un facteur 100 toutes les composantes du signal $s_2(t)$ de fréquence supérieure à une certaine fréquence seuil f_{seuil} .

On suppose que le système de détection synchrone réalise parfaitement son rôle.

21. Donner l'expression de $s_3(t)$ dans ces conditions.

Ajout d'un courant de compensation.

L'étude effectuée en question 2. a montré que l'amplitude de la seconde harmonique du signal de la bobine de lecture est proportionnelle à la composante B_0 du champ magnétique externe dans la direction du magnétomètre. La linéarité parfaite de cette relation n'est cependant observée que si le champ à mesurer est suffisamment faible. Pour étendre la plage de fonctionnement linéaire du détecteur, on utilise une bobine de compensation. Cette bobine a pour but de générer un champ magnétique compensant le champ magnétique extérieur. En pratique, c'est la bobine de mesure elle-même qui est utilisée comme bobine de compensation, comme indiqué sur le schéma complet de traitement du signal en figure 5. La valeur du courant réalisant la compensation est déterminée via une boucle de rétroaction, qui permet en outre la détermination de l'intensité du champ magnétique extérieur.

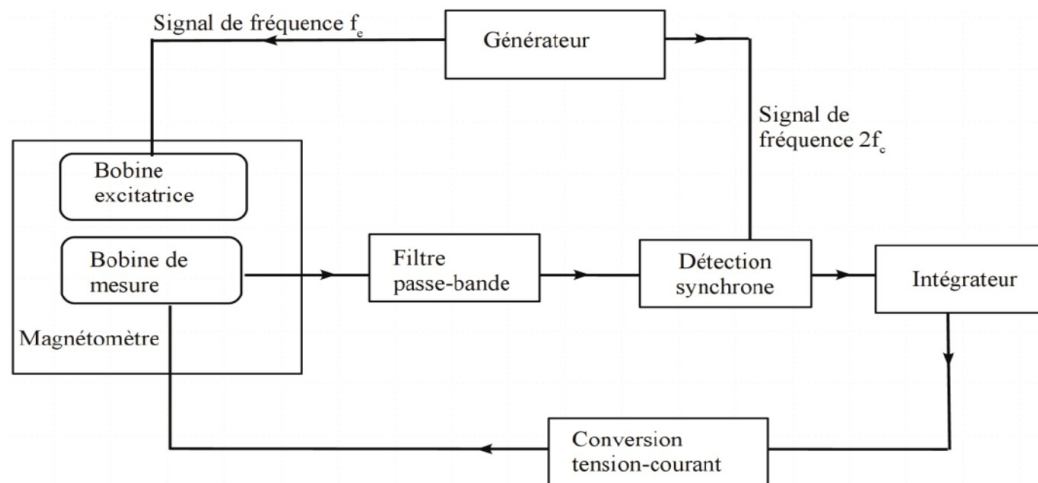


Figure 5 : schéma complet du système de mesure réel

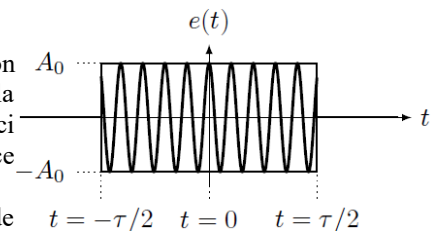
22. Proposer un schéma avec un ALI permettant de réaliser un circuit intégrateur. Etablir sa fonction de transfert et la traduire en notation réelle pour montrer son caractère intégrateur.
23. Expliquer pourquoi le circuit intégrateur permet de réaliser la compensation mentionnée ci dessus.
24. Quelle grandeur permet, in fine, de déterminer la valeur du champ magnétique extérieur constant (B_0) dans lequel est plongé le magnétomètre ?

Problème 2 : étude d'une onde sinusoïdale tronquée.

On considère une onde progressive unidimensionnelle non dispersive, qu'on désignera pas la suite par le terme de paquet d'onde, se propageant dans la direction et le sens de l'axe (Ox) qui présente l'allure donnée sur la figure ci contre et pour laquelle on donne l'expression du signal émis par la source placée en $x=0$ au cours du temps.

Cette onde est de nature électromagnétique, elle se propage à la célérité c de la lumière dans le vide, elle présente une fréquence centrale $f_0=13,6$ GHz.

$$s(0,t)=e(t)=A(t)\cos(2\pi f_0 t) \text{ avec } A(t)=\begin{cases} A_0 & \text{pour } -\tau/2 \leq t \leq \tau/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



1. Rappeler le lien qui existe entre la longueur d'onde λ_0 d'une onde progressive non dispersive sinusoïdale la célérité c de cette onde et la fréquence de cette onde. Rappeler la valeur de c et en déduire la valeur numérique de λ_0 . Dans quelle domaine des ondes électromagnétiques se trouve ce paquet d'onde ?
2. Déterminer L la longueur sur laquelle le paquet d'onde s'étale le long de l'axe (Ox) en fonction de c et τ . Faire l'application numérique sachant que $\tau=1,10.10^{-4}$ s.
3. Représenter le profil temporel du paquet d'onde observé par un capteur placé en $x=5L$.
4. Représenter le profil spatial du paquet d'onde observé à l'instant $t=8\tau$.
5. Déterminer le nombre de période qui s'écoulent pour l'onde sinusoïdale sur la durée d'un paquet d'onde. Faire l'application numérique et commenter le résultat.
6. Déterminer proprement l'expression du signal $s(x,t)$.

On suppose que l'onde sert à déterminer la hauteur de la surface de l'océan en mesurant la distance d entre le satellite de mesure et la surface réfléchissante de l'océan.

7. Déterminer le temps de vol t_v de l'onde lors de l'allé-retour qu'elle effectue entre le satellite et la surface de l'océan.

On suppose que l'onde se réfléchit sur deux surfaces situées à des hauteurs d et $d' > d$. On introduit pour critère de discrimination des deux paquets d'onde générés qu'ils doivent être séparés d'une durée τ .

8. Déterminer la plus petite distance $(d' - d)$ qui peut être distinguée par le système si on utilise ce critère. Faire l'application numérique et commenter le résultat obtenu.

Par une technique non décrite ici, on arrive en fait à distinguer deux surfaces séparées d'une distance de l'ordre de la longueur d'onde λ_0 .

9. Déterminer la distance minimale séparant deux surfaces réfléchissantes. Commenter le résultat sachant que la performance indiquée par le satellite Jason qui relève le niveau de la mer à la surface de la planète est d'une distance inférieure au centimètre.

On suppose que l'onde sert à déterminer la vitesse d'un véhicule qui est lancé à la vitesse v dans la direction et le sens de l'axe (Ox). L'onde réfléchie par le véhicule arrive sur le capteur placé au même niveau que l'émetteur en $x=0$ avec une amplitude A' .

10. L'onde réfléchie sur le véhicule ne sera pas synchrone de l'onde émise. Quel nom donne-t-on à ce phénomène ?

11. Donner l'expression générale de l'onde réfléchie $s_R(x,t)$ en fonction de α , A' , t , x , de f_0' la fréquence de l'onde réfléchie. On introduira un déphasage φ entre les deux ondes en $(x,t)=(0,0)$.

On sait que le déphasage entre les deux ondes est constant sur la surface réfléchissante du véhicule.

12. Exprimer le déphasage entre les parties sinusoïdales de l'onde réfléchie et de l'onde émise au niveau de réflexion sur le véhicule. En déduire le lien entre les fréquences f_0 et f_0' en fonction de v et c .

On mesure grâce à un système électronique non précisé un déphasage de fréquence $\delta f = f_0' - f_0 = 2,72$ kHz.

13. En tenant compte des ordres de grandeurs de δf et de f_0 , déterminer l'expression et la valeur numérique de la vitesse v du véhicule étudié. On fera l'application en m.s^{-1} puis on convertira en km.h^{-1} .

Résolution de problème :

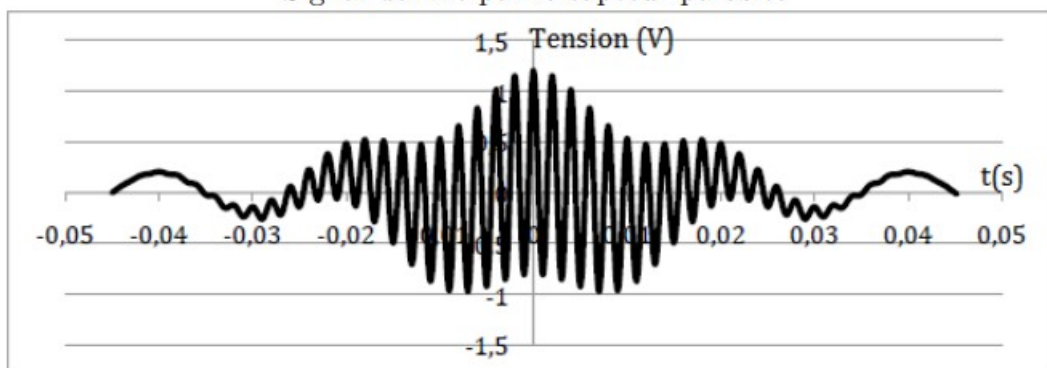
Un capteur délivre une tension subissant un parasitage du fait de l'alimentation du secteur à 50 Hz (fréquence EDF).

On cherche à concevoir un filtre adapté permettant d'obtenir le signal souhaité « déparasité ».

On dispose d'une boîte à décade de résistances et d'une boîte à décades de capacité.

1. Proposer une structure de filtre simple et des valeurs pour la résistance R et la capacité C permettant la réalisation du filtrage.

Signal délivré par le capteur parasité



Signal corrigé

