

Etude énergétique.

Exercice 1 : Sauvetage en montagne.

Deux alpinistes coincés sur une paroi rocheuse sont hélitreuillés par le PGHM (Peloton de Gendarmerie de Haute Montagne). L'hélicoptère se tient en vol stationnaire à une hauteur $H = 20$ m au-dessus des alpinistes. Le treuil remonte les deux alpinistes à une vitesse constante $v_o = 20$ cm·s $^{-1}$. Le filin qui remonte les deux alpinistes assimilés à un point matériel de masse $m = 170$ kg est inextensible et de masse négligeable. On s'intéresse à l'énergie dépensée pour hélitreuiller les alpinistes depuis leur position initiale jusqu'à l'hélicoptère. On néglige tout frottement.

1. Faire le bilan des forces exercées sur M .
2. Exprimer et calculer la puissance dépensée par le treuil au cours de la manœuvre de sauvetage.
3. Exprimer et calculer le travail fourni par le treuil pour remonter les alpinistes.

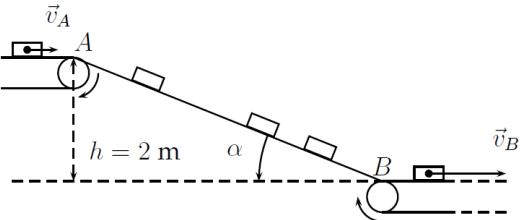
Exercice 2 : Centre de tri postal.

On étudie un convoyeur à colis présent dans un centre de tri postal. Les colis sont déchargés par un tapis roulant à la vitesse $v_A = 0,5$ m·s $^{-1}$, ils glissent ensuite sur un plan incliné d'angle α par rapport à l'horizontale. Le coefficient de frottement solide entre les colis et le plan incliné est $f = 0,4$.

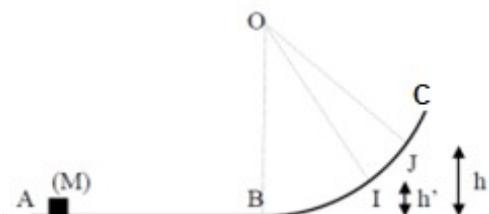
Ils sont ensuite pris en charge au niveau du point B par un nouveau tapis roulant qui avance à la vitesse $v_B = 0,2$ m·s $^{-1}$.

On rappelle que suivant les lois de Coulomb sur les frottements solides, lors du glissement, $T = f \cdot N$ où T et N sont respectivement les normes de la réaction tangentielle et normale du support.

1. Déterminer l'expression puis la valeur de α pour que le convoyeur fonctionne correctement, c'est à dire pour que les colis arrivent en B avec la vitesse du deuxième tapis roulant.

**Exercice 3 : A la fête foraine.**

Dans un stand de fête foraine, on peut tester sa force en agissant sur un chariot (M) de masse $m = 5$ kg mobile sur des rails ABC situés dans un plan vertical. La partie AB de ces rails est rectiligne et horizontale et sa longueur $L = 3,5$ m. La partie BC est un arc de cercle de rayon $R = 10$ m. (M) est initialement immobile en A, un joueur exerce sur (M) une force parallèle aux rails qu'on suppose constante et il lâche le chariot à son passage en B. On observe alors que le chariot atteint le point J situé à une hauteur $h = 2,5$ m, s'y arrête et repart en arrière. On suppose dans un premier temps que les frottements sont négligeables :



1. Exprimer l'énergie mécanique du système en fonction de l'altitude z et de la vitesse v du chariot sur la portion de trajectoire [BJ]. En déduire la vitesse atteinte par (M) en B.
2. Déterminer alors le travail de la force F de A en B et en déduire la force F .

Soit I le point de l'arc BC d'altitude $h' = 1,25$ m.

3. Exprimer la vitesse à laquelle (M) passe en I à l'aller et au retour.
4. Déterminer la réaction exercée par le rail sur le chariot en I.

Pour des conditions de sécurité, on s'arrange pour que les frottements arrêtent le mobile lorsqu'il est de retour en B. On suppose que le module F_R de la force de frottement est constant le long du trajet BJB.

5. Déterminer F_R et F .

Exercice 4 : Saut à l'élastique.

Un amateur de sensation forte pesant 80 kg préfère vérifier l'innocuité du saut qui lui est proposé depuis le pont de la mariée de hauteur 80 m en étant attaché à un élastique de longueur non étiré 50 m et de raideur $k = 250$ U.S.I. On fait l'hypothèse d'une vitesse initiale de chute nulle.

Lors d'une première phase l'élastique n'est pas tendu et n'exerce pas de force sur le personnage.

1. Etablir l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur en fonction de l'altitude z .
2. Exprimer l'énergie mécanique du système lors de la phase de chute libre. Déterminer la vitesse atteinte quand l'élastique commence à se tendre.

Lors de la seconde phase, l'élastique est tendu et rajoute une force de rappel élastique sur le personnage.

3. Exprimer l'énergie potentielle totale du sauteur lors de la phase où l'élastique s'étire. Déterminer la position du point le plus bas atteint par le sauteur.

Exercice 5 : Pendule simple.

Un pendule simple est constitué d'une masse m reliée à un point fixe O par un fil sans masse, de longueur l . Le mouvement s'effectue dans un plan vertical, on repère la position par l'angle θ avec la verticale vers le bas.

1. Déterminer l'expression de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de pesanteur de la masse.
2. Montrer que le théorème de l'énergie cinétique conduit à une "intégrale première" du mouvement, c'est-à-dire à la conservation de l'énergie mécanique.
3. En dérivant cette quantité par rapport au temps, montrer qu'on obtient l'équation du mouvement.

On considère maintenant que la masse est lancée avec une vitesse v_0 depuis la position $\theta = 0$.

4. Représenter la fonction $E_p(\theta)$. Déterminer en fonction de v_0 , le type de trajectoire du pendule.
5. Déterminer la position d'équilibre stable et la période des petites oscillations autour de cette position.

Etude énergétique.

Exercice 6 : Bague sur un cerceau.

Une bague modélisée par un point matériel de masse m est assujettie à se déplacer sur un cerceau de rayon R tournant autour d'un axe vertical se confondant avec un de ses diamètres à la vitesse angulaire ω constante. Les forces s'appliquant sur la bague dans le référentiel tournant avec le cerceau sont le poids de la bague, la réaction du cerceau et la force centrifuge. On suppose que la bague glisse parfaitement le long du cerceau.

1. Déterminer l'énergie potentielle de pesanteur de la bague en fonction de α l'angle repérant la position du point matériel par rapport à la direction verticale vers le bas.

On donne l'expression de l'énergie potentielle associée à la force centrifuge en fonction de l la distance à l'axe de rotation du cerceau. $E_{p,i} = -\frac{1}{2}ml^2\omega^2$

2. Donner l'expression de l'énergie potentielle totale du point matériel en fonction de α , R , m g et ω .

On suppose que l'on peut appliquer les méthodes vues en cours dans le référentiel tournant avec le cerceau.

3. Déterminer les positions d'équilibre de la bague.
4. Etudier la stabilité des positions d'équilibre précédemment introduites.
5. Déterminer la période des petites oscillations autour de la position d'équilibre stable.

Exercice 7 : Vibration de la molécule de monoxyde de carbone.

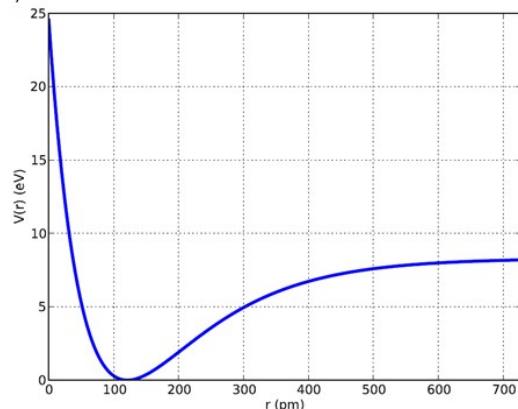
Une molécule de monoxyde de carbone CO est modélisée par deux masses ponctuelles m_1 pour l'atome de carbone et m_2 pour l'atome d'oxygène. On ne s'intéresse qu'au mouvement d'elongation de la molécule pour lequel on peut modéliser le système par un point matériel de masse réduite $m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ en

translation le long d'un axe (Ox) et sur lequel s'applique la force d'interaction entre les deux atomes dans la molécule.

L'énergie potentielle d'interaction des deux atomes est bien représentée par l'équation empirique : $E_p(r) = V(r) = V_0(1 - e^{-\beta(r-r_0)})^2$ où r est la distance entre les noyaux des deux atomes et où V_0 , β et r_0 sont des constantes positives.

1. Quelle est la dimension de β ?
2. Que représentent physiquement les constantes V_0 , r_0 ? Faire apparaître V_0 et r_0 sur le graphe et donner leurs valeurs.
3. Relier β à la largeur à mi profondeur du puits de potentiel. Relever sur le graphique la largeur à mi profondeur et en déduire une valeur numérique de β .
4. Décrire le mouvement relatif des deux atomes si l'énergie mécanique du système est inférieure à V_0 .
5. Montrer qu'il existe un domaine de distance où l'interaction entre les deux atomes peut-être modélisée par la force de rappel d'un ressort de raideur k dont on donnera l'expression.
6. Représenter sur la figure le puits de potentiel de l'oscillateur harmonique équivalent autour de la position d'équilibre. Dans le cadre de cette approximation, déterminer l'équation différentielle du mouvement du mobile réduit, et en déduire la fréquence des petites oscillations de la molécule.
7. Que se passe-t-il si on communique à la molécule une énergie telle que $E_m > V_0$?

On donne le graphe de $V(r)$ ci-dessous :



Energie potentielle d'interaction entre les atomes de carbone et d'oxygène dans la molécule de monoxyde de carbone

Exercice 8 : Résolution de problème.

Dans le livre de Saint Exupéry, le petit prince voyage d'astéroïde en astéroïde en effectuant un simple saut à pied joint. On donne les éléments de description suivant :

Pour la planète Terre : Rayon $R_T = 6,4 \cdot 10^3$ km ; masse volumique moyenne : $\rho_T = 5,5 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$.

Pour les astéroïdes du système solaire : Rayon moyen $R_a = 75$ km ; masse volumique moyenne : $\rho_a = 2,0 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$.

1. Quelle taille doivent avoir les astéroïdes pour que le petit prince puisse voyager de cette manière ?