

Problème 1 : mode propre de vibration d'une flute à bec.

1. L'onde générée dans le tube de la flute à bec est une onde sonore.

Les grandeurs physiques support de cette onde sont la surpression acoustique et la vitesse locale d'écoulement. La pression acoustique est de l'ordre de 0,2Pa, la vitesse d'écoulement locale est de l'ordre de 10^{-3}m.s^{-1} pour une discussion normale. La célérité des ondes sonores dans l'air est de l'ordre de $c=340\text{m.s}^{-1}$.

2. Les ondes caractérisées par la présence de nœuds et de ventres de vibration sont les ondes stationnaires. Dans l'expression proposée, on observe une séparation des variables temporelle et spatiale typique de ces ondes.

Le lien entre la longueur d'onde λ et la fréquence f est identique à celui pour les ondes progressives

$$\lambda = cT = \frac{c}{f}$$

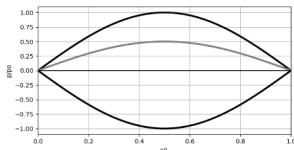
3. Le nœud en $x=0$ impose $p(0,t) = 0$. L'expression proposée respecte cette condition car $\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}0\right) = 0$.

4. Le nœud en $x=L$, impose $p(L,t) = 0$ alors $\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}L\right) = 0$ et les λ_k vérifient $\left(\frac{2\pi}{\lambda_k}L\right) = k\pi$

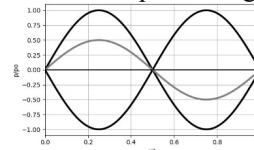
D'où les longueurs d'onde $\lambda_k = \left(\frac{2L}{k}\right)$ et les fréquences $f_k = \frac{c}{\lambda_k}$ exprimée par

$$f_k = kf_1 \quad \text{avec} \quad f_1 = \frac{c}{2L}$$

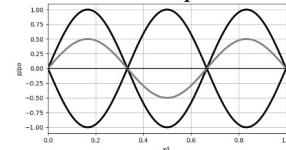
5. Pour fondamental.



Pour l'harmonique de rang 2 :



Pour l'harmonique de rang 3 :



6. La longueur du tube mis en vibration est

$$L(Do) = \frac{c}{2f_1(Do)} = 6,5 \cdot 10^{-1} \text{m}$$

7. Si la note jouée est bien le Do(3) alors la fréquence fondamentale de l'enregistrement est $f_1(Do3)=262\text{Hz}$.

On mesure sur l'enregistrement trois périodes $3T=11,5\text{ms}$ ce qui donne une fréquence fondamentale $f = \frac{1}{T} = \frac{3}{11,5 \cdot 10^{-3}} = 261\text{Hz}$

Aux erreurs de mesures près, il y a bien correspondance entre cet enregistrement et la note Do(3) jouée sur l'instrument.

9. On joue une note une octave au-dessus de la note attendue lorsqu'on multiplie par deux la fréquence fondamentale du spectre produit. Cette possibilité existe pour la flute à bec car l'harmonique de rang 2 fait partie des modes propres de vibration de la colonne d'air constituée dans cet instrument.

En soufflant trop fort, il semblerait donc qu'on déstabilise le fondamental et qu'on favorise la production d'une oscillation de la colonne d'air selon l'harmonique de rang 2 entraînant le phénomène « d'octaviation ».

10. Dans la clarinette, la condition imposée en $x=0$ par la présence d'un nœud permet de reprendre

$$\text{l'expression générale } p(x,t) = p_0 \cos(2\pi ft) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right).$$

En revanche, la présence d'un ventre en $x=L$, impose une surpression d'amplitude maximale en $x=L'$ ce qui se traduit par $\left|\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}L'\right)\right| = 1$. Les solutions de cette équation sont du type $\frac{2\pi}{\lambda_k}L' = -\frac{\pi}{2} + k\pi$ ce qui donne

$$\lambda_k' = \frac{4L'}{2k+1} \quad \text{et} \quad f_k' = (2k-1)f_1' \quad [k \in \mathbb{N}^*] \quad \text{où} \quad f_1' = \frac{c}{4L'}$$

11. Pour que la fréquence fondamentale soit un Ré(2) il faut que

$$L'(Re) = \frac{c}{4f_1'(Re)} = 58\text{cm}$$

Pour qu'un flute à bec permette de jouer cette même note, il faudrait qu'elle présente une longueur

$$L'(Re) = \frac{c}{2f_1'(Re)} = 1,16\text{m}$$

12. On a vu que la possibilité d'octavier était liée à la présence d'une harmonique de rang 2 dans le spectre du son produit avec un flute à bec. Cette harmonique est absente dans le spectre du son produit avec une clarinette et il semble donc logique qu'une clarinette ne permette pas d'octavier.

Problème 3 : Interféromètre de Michelson.

1. Les ondes produites par S_1 et S_2 sont synchrones, de même longueur d'onde λ_o , et cohérentes car produites à partir de la même source primaire. Elles pourront produire des interférences sur le plan (E).

2. L'intensité lumineuse produite en M s'exprime : $I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi_{2/1}(M))$.

L'intensité lumineuse est minimale lorsque les interférences sont parfaitement destructives, correspondant à $\Delta\varphi_{2/1}(M) = 2\pi\left(k + \frac{1}{2}\right)$, l'intensité est alors égale à $I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$.

Par identité remarquable $I_{\min} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2$ qui est minimale quand elle s'annule pour $I_1 = I_2 = I_o$.

3. L'intensité dans ces conditions s'exprime $I(M) = 2I_o[1 + \cos(\Delta\varphi_{2/1}(M))]$

4. Définition : On définit le chemin optique comme la distance qu'aurait parcouru la lumière dans le vide pendant le temps qu'elle a mis à parcourir le trajet de S en M, on le note (SM) . Dans un milieu d'optique d'indice n, il s'exprime $(SM) = nSM$, où SM est la distance de S en M.

On définit la différence de marche entre les deux ondes par : $\delta_{1/2}(M) = (SM)_1 - (SM)_2$ et on la relie au

déphasage entre les deux ondes en un point par : $\Delta\varphi_{2/1}(M) = \frac{2\pi}{\lambda_o} \delta_{1/2}(M)$

5. Dans le triangle CBM, on observe $L = \frac{D}{\cos\theta}$.

6. Dans la base cylindrique associée à M, $\overrightarrow{S_2 M} = \begin{pmatrix} (L \sin \theta)_{\hat{e}_r} \\ L \cos \theta - \frac{b}{2} \end{pmatrix}_{\hat{e}_\theta}$ et $\overrightarrow{S_1 M} = \begin{pmatrix} (L \sin \theta)_{\hat{e}_r} \\ L \cos \theta + \frac{b}{2} \end{pmatrix}_{\hat{e}_\theta}$

d'où $|l_2| = \sqrt{\left(L \sin \theta\right)^2 + \left(L \cos \theta - \frac{b}{2}\right)^2} = \sqrt{L^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - bL \cos \theta}$ de même $|l_1| = \sqrt{L^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 + bL \cos \theta}$

7. Puisque $b \ll L$, on réécrit $|l_2| = L \sqrt{1 + \left(\frac{b}{2L}\right)^2} - \frac{b}{L} \cos \theta$,

L'approximation affine donne $|l_2| \xrightarrow{DL1} L \left(1 - \frac{1}{2} \frac{b}{L} \cos \theta\right)$ et $|l_1| \xrightarrow{DL1} L \left(1 + \frac{1}{2} \frac{b}{L} \cos \theta\right)$

8. On obtient $\delta_{1/2}(M) = (SS_1 M) - (SS_2 M) = (SS_1) - (SS_2) + n_o(l_1 - l_2)$

D'après l'énoncé $(SS_1) = (SS_2)$ et finalement $\delta_{1/2}(M) = n_o b \cos \theta$ et $\Delta\varphi_{2/1}(M) = \frac{2\pi}{\lambda_o} n_o b \cos \theta$

9. L'intensité lumineuse ne dépend que de l'angle d'inclinaison θ , on observera une alternance de cercles clairs et de cercles sombres de centre B. Le déphasage introduit est maximal en B pour $\theta=0$, au centre de la figure d'interférence.

10. On observe en B des interférences parfaitement constructives, alors $I(B) = 4I_o$

11. Lorsqu'on se déplace en s'éloignant de B, le déphasage diminue. On en déduit que le premier angle θ_1 non nul pour lequel on observe des interférences parfaitement constructives correspond à un déphasage de

$\Delta\varphi_{2/1} = 2\pi(p_o - 1)$ ce qui donne $2\pi(p_o - 1) = \frac{2\pi}{\lambda_o} n_o b \cos \theta_1$ d'où $\cos \theta_1 = \frac{\lambda_o}{n_o b} (p_o - 1)$

Par analogie pour le kⁱème anneau $\Delta\varphi_{2/1} = 2\pi(p_o - k)$ et $\cos \theta_k = \frac{\lambda_o}{n_o b} (p_o - k)$

12. Avec l'ajout des récipients, on ajoute la même différence de marche sur les deux voies, et alors le vide fait sur la voie 1, on obtient $\delta'_{1/2}(M) = \delta_{1/2}(M) + (\text{vide})_e - (\text{air})_e = \delta_{1/2}(M) + 2e - 2n_o e$

Finalement $\delta'_{1/2}(M) = \delta_{1/2}(M) + 2e(1 - n_o)$

13. On part d'un anneau clair au centre, on voit défiler 10 anneaux sombres et on arrive sur un dernier anneau clair. On en déduit que le « dixième » anneau clair précédent est arrivé au centre et que le déphasage passe de $\Delta\varphi_{2/1}(B) = 2\pi p_o$ à $\Delta\varphi'_{2/1}(B) = 2\pi(p_o - 10)$.

On en déduit $\Delta\varphi'_{2/1}(B) = \Delta\varphi_{2/1}(B) - \frac{2\pi}{\lambda_o} * 2e(n_o - 1) = 2\pi(p_o - 10)$ d'où $(n_o - 1) = 5 \frac{\lambda_o}{e}$ A.N $(n_o - 1) = 2,95 \cdot 10^{-4}$