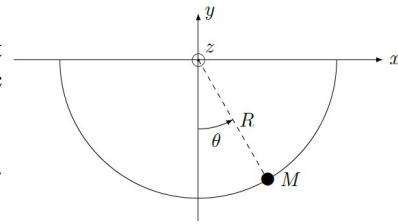


Exercice 1 : Anneau sur un support circulaire.

On étudie le mouvement d'un point M astreint à se déplacer sur un support circulaire de centre O et de rayon R . On repère la position de M avec l'angle θ .

On prend en compte les frottements fluides modélisés par la force $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$

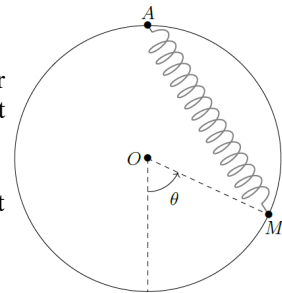
1. Exprimer le moment cinétique de M par rapport à O puis par rapport à (Oz) .
2. Exprimer le moment des forces s'exerçant sur M par rapport à l'axe (Oz) .
3. Etablir l'équation du mouvement en utilisant le théorème du moment cinétique.



Exercice 2 : Action d'un ressort sur un point matériel.

Une masselotte, assimilée à un point matériel M de masse m , est assujettie à glisser sans frottement sur un cerceau vertical de centre O et de rayon R . La masselotte est reliée au point A par un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0 .

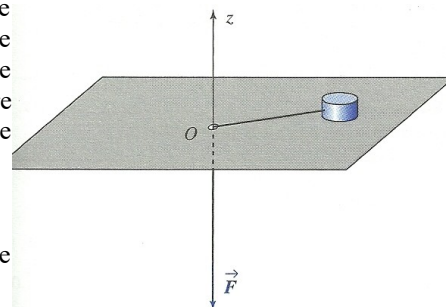
1. Faire le bilan des actions mécaniques.
2. Etablir l'équation du mouvement de M à l'aide du théorème du moment cinétique.



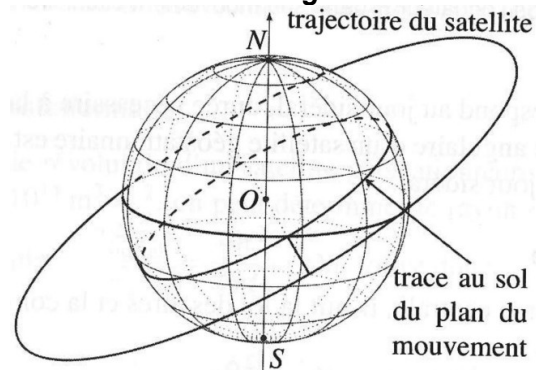
Exercice 3 : Force centrale non conservative.

On considère un palet de masse m glissant sans frottement sur une table (plane et horizontale). Le palet est attaché à une ficelle que l'on glisse dans un trou au centre de la surface. Le palet étant lancé avec une vitesse initiale de norme v_0 , il décrit une trajectoire circulaire de centre O et de rayon r_0 si l'opérateur applique à l'autre extrémité du fil une tension de norme T_0 .

1. Faire un schéma du système.
2. Déterminer la relation entre T_0 , v_0 , r_0 , et m .
3. Déterminer le travail à apporter pour diminuer le rayon de moitié.
4. Est-il possible de ramener le palet au centre de la table ?



Exercice 4 : Satellite géostationnaire



1. Rappeler l'expression de l'énergie potentielle gravitationnelle pour un corps de masse m en orbite autour d'un astre de masse M .
2. En déduire l'expression de $E_{p,eff}$, l'énergie potentielle effective en faisant apparaître la constante des aires C .
3. Tracer l'allure du graphique $E_{p,eff}=f(r)$. Caractériser à l'aide du graphique le cas particulier du mouvement circulaire.
4. En déduire l'expression de la vitesse du mouvement circulaire en fonction de la masse M de l'astre attracteur et du rayon r_0 de la trajectoire.

On appelle satellite géostationnaire un satellite survolant à chaque instant le même point de la Terre.

5. En raisonnant par l'absurde, montrer que le mouvement du satellite géostationnaire se fait nécessairement dans le plan de l'équateur.
6. Que vaut la période d'un tel satellite ? En déduire l'altitude d'un satellite géostationnaire.

Exercice 5 : Satellisation.

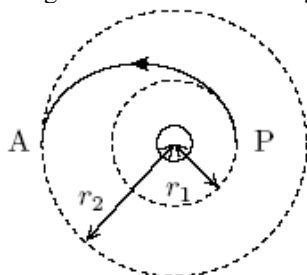
On souhaite réaliser le lancement d'un satellite de masse $m = 100 \text{ kg}$ à partir d'une base située à la latitude λ pour le placer sur une orbite circulaire de rayon $r_1 = 6700 \text{ km}$.

On note R_T le rayon de la terre, ω_T la vitesse de rotation de la terre sur son axe et g la norme du vecteur accélération de la pesanteur à la surface de la planète.

1. Exprimer l'énergie mécanique du satellite sur son orbite circulaire dans le repère géocentrique en fonction de m , g , R_T et r_1 .
2. Exprimer l'énergie mécanique du satellite à la surface de la planète dans le repère géocentrique en fonction de m , g , R_T , λ et ω_T .
3. Déterminer le travail à fournir au satellite pour le placer en orbite. Commenter sa dépendance vis-à-vis de r_1 puis de λ .

L'objectif final est de placer le satellite sur une orbite circulaire géostationnaire de rayon r_2 . Le passage par une orbite basse permet une plus grande souplesse sur le choix de l'heure de lancement déjà extrêmement contraint par les conditions de réalisation et de mise en œuvre de la fusée lanceur.

Le satellite d'abord placé sur l'orbite circulaire basse de rayon $r_1 = 6700 \text{ km}$, effectue alors un transfert de l'orbite basse vers l'orbite haute géostationnaire de rayon $r_2 = 42400 \text{ km}$ en passant par une demi ellipse selon la configuration donnée sur la figure suivante.



4. Exprimer les énergies cinétiques E_{C1} et E_{C2} du satellite sur les orbites circulaires basse et géostationnaire.
5. Exprimer les énergies cinétiques E_{CP} et E_{CA} du satellite au périégée et à l'apogée de la trajectoire elliptique.
6. En déduire le travail des moteurs au périégée et à l'apogée pour réaliser ce type de transfert.
7. Déterminer la période de révolution du satellite sur l'orbite basse et la durée du transfert. Faire les A.N.

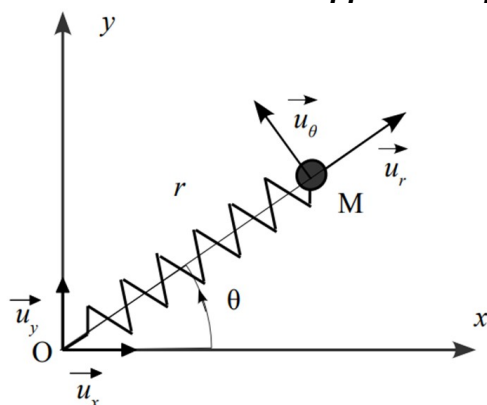
Exercice 6 : Détermination de la masse de Jupiter

Les périodes et rayons des trajectoires (circulaires) des satellites galiléens de Jupiter figurent dans le tableau ci-dessous.

	Io	Europe	Ganymède	Callisto
Rayon (km)	421 800	671 100	1 070 400	1 882 700
période	42 h 29 min	85 h 14 min	171 h 43 min	400 h 32 min

1. En déduire la masse de Jupiter.

Exercice 7 : Force de rappel élastique.



Dans un référentiel R galiléen, on étudie le mouvement d'un point matériel M de masse m soumis à une force centrale, de centre O , conservative

dérivant de l'énergie potentielle : $E_P = \frac{1}{2} k (r - l_0)^2$.

En coordonnées cartésiennes, les conditions initiales sont les suivantes : $x(0) = a (>l_0)$; $y(0) = z(0) = 0$; $\dot{x}(0) = \dot{z}(0) = 0$ et $\dot{y}(0) = v_0 (>0)$.

1. Déterminer l'expression de la force $\vec{F}$ en fonction du vecteur position $\vec{OM}$.
2. Montrer que le moment cinétique de M en O se conserve et déterminer son expression à partir des conditions initiales.
3. Montrer alors la planéité du mouvement et préciser le plan dans lequel sera située la trajectoire. Montrer que $r^2 \dot{\theta}$ est une constante et déterminer son expression à partir des conditions initiales.
4. Montrer que l'énergie mécanique se conserve et déterminer son expression à l'aide des conditions initiales.
5. Définir et exprimer une énergie potentielle effective relative au mouvement radial de M . Montrer que la trajectoire s'effectue entre deux cercles.
6. Exploiter alors la seconde loi de Newton pour exprimer le système d'équations vérifié par $(x(t), y(t))$.
7. Déterminer $x(t)$ et $y(t)$ et en déduire la nature de la trajectoire.

On se restreint au cas où $l_0 = 0$.

Force centrale (conservative).**Exercice 8 : Modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène.**

Un atome d'hydrogène est constitué d'un électron de charge $-e$ et de masse $m=9,0 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ et d'un proton de charge $e=1,61 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ et de masse $m_p=1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

Dans le modèle planétaire de l'atome d'hydrogène, on étudie le mouvement de l'électron dans le référentiel lié au proton supposé galiléen.

- Exprimer la force Colombienne et la force de gravité exercées sur l'électron. Montrer que cette dernière est négligeable dans cette étude.

$$G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}; \frac{1}{4\pi\epsilon_0}=9 \cdot 10^9 \text{ m} \cdot \text{F}^{-1}$$

- Montrer que le moment cinétique $\vec{L}(P)$ de l'électron dans le référentiel du proton est constant.
- Montrer que l'énergie mécanique est constante.

On fait l'hypothèse que l'électron suit une trajectoire circulaire.

Quand une grandeur est conservée en mécanique classique, alors on montre qu'elle est quantifiée en mécanique quantique. Bohr supposa donc que la norme du moment cinétique de l'électron était quantifiée selon les valeurs suivantes : $\|\vec{L}_n\|=n\hbar$ où $\hbar=1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ est la constante (réduite) de Planck.

- Exprimer le lien entre $\|\vec{L}_n\|$, r_n et v_n . Trouver une autre relation liant r_n et v_n .
- Déterminer alors les expressions littérales de la vitesse v_n et du rayon r_n . Faire l'application numérique pour $n=1$ et commenter.
- Exprimer alors l'énergie mécanique E_n . Faire l'application numérique pour $n=1$ en eV et commenter.

Exercice 9 : satellite et frottements.

Les satellites en orbite basse subissent des frottements de la part de l'atmosphère. Ces frottements limitent la durée de vie des satellites en les faisant lentement chuter sur Terre. Un satellite situé sur une orbite à 1000 km d'altitude descend par exemple d'environ 2 m par jour. On cherche à modéliser ces observations.

On considère un satellite soumis à la force de gravité exercée par la Terre et en orbite circulaire de rayon R .

- Exprimer la force exercée sur le satellite par la Terre en fonction de m , M_T , G et R , puis en fonction de m , g , R_T et R (g étant l'accélération de la pesanteur à la surface de la Terre, et R_T le rayon de la planète).
- Etablir la relation donnant la vitesse sur la trajectoire v en fonction de R , g et R_T .
- Rappeler l'expression de l'énergie mécanique associée à un mouvement circulaire de rayon R autour de la Terre, l'écrire en fonction de m , g , R_T et R .

On modélise alors l'action des hautes couches de l'atmosphère par une force de frottement proportionnelle à la masse du satellite et au carré de sa vitesse : $\vec{f}=-\alpha m \vec{v} \cdot \vec{v}$ où α est un coefficient de frottement. Cette force est suffisamment faible pour que la trajectoire soit quasi-circulaire. Dans ces conditions, les expressions des différentes énergies en fonction de R établies pour le mouvement circulaire restent valables, mais R varie lentement dans le temps.

- À l'aide du théorème de la puissance cinétique, établir l'équation différentielle vérifiée par R .
- Etablir la loi horaire du rayon $R(t)$ en appelant R_0 le rayon initial. Déterminer la valeur numérique de α .
- Exprimer la vitesse du satellite en fonction du temps. En quoi ce résultat est-il surprenant de prime abord ?

Exercice 10 : Premier vol habité (par un homme)

Le 12 avril 1961, le commandant soviétique Y. Gagarine fut le premier cosmonaute, le vaisseau spatial satellisé était un engin de masse $m=4725 \text{ kg}$. Les altitudes au périégée P et à l'apogée A étaient $z_P=180 \text{ km}$ et $z_A=327 \text{ km}$.

- Quelle est la nature de la trajectoire du satellite ? En déduire l'expression de l'énergie mécanique du satellite sur cette trajectoire.
- Exprimer la vitesse v du satellite en fonction de son altitude z , de z_P , z_A , M_T , R_T (masse et rayon de la Terre) et de G , la constante de gravitation.
- Calculer v en P et en A .

Exercice 11 : Etat de diffusion.

On considère un astéroïde de masse m dans le référentiel géocentrique. Loin de la planète, on considère qu'il présente une vitesse $\vec{v}_0$ et un paramètre d'impact b (voir figure). La trajectoire suivie par l'objet est une branche d'hyperbole, l'objet passe alors au plus près de la planète en P le périégée de sa trajectoire.

- Rappeler quelles grandeurs sont conservées au cours du mouvement de l'astéroïde. En déduire deux relations liant les vitesses de l'astéroïde en M_∞ et en P ainsi que les distances $r_{\min}$ et b .
- En déduire la distance minimale d'approche $r_{\min}$.
- Effectuer l'application numérique pour $v_0=2,0 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ et $b=1,4 \cdot 10^5 \text{ km}$.

