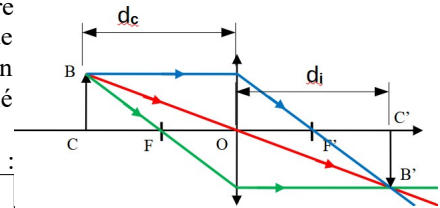


## Capteur de position. Inspiré du Banque PT 2009

### Partie A : la règle de Schempflug.

- On obtient le schéma suivant avec : le rayon passant par le centre optique qui n'est pas dévié, le rayon arrivant parallèle à l'axe optique qui est dévié selon la direction passant par le foyer image, le rayon suivant la direction passant par le foyer objet qui est dévié parallèlement à l'axe optique.



- On utilise la relation de conjugaison avec origine au centre optique :

$$-\frac{1}{OC} + \frac{1}{OC'} = \frac{1}{f'}, \text{ qui se traduit par } \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f'}, \text{ on obtient } \boxed{d_i = \frac{d_o f'}{d_o - f'}}$$

. A.N.  $\boxed{d_i = 4,3 \text{ cm}}$ . L'image sera réelle.

- On utilise la relation de grandissement avec origine au centre  $\gamma = \frac{C'B'}{CB} = \frac{OC'}{OC}$ . On obtient alors

$$\overline{C'B'} = \overline{CB} * \frac{d_i}{-d_o} = -H \frac{f'}{d_o - f'}. \text{ On en déduit } \boxed{H' = |\overline{C'B'}| = H \frac{f'}{d_o - f'}}. \text{ A.N. : } \boxed{H' = 0,86 \text{ mm}}$$

L'image est réduite

- Le rayon lumineux envisagé passe par le point objets  $C_o$ . Le stigmatisme approché de la lentille mince implique que le rayon produit en sortie doit passer par l'image de  $C_o$  c'est à dire  $C_o'$ . En reprenant le raisonnement pour C et  $C_3$ , on en conclut que le rayon passant par  $C_o C C_3$  en amont produit en aval un rayon passant par  $C_o' C' C_3'$ .

En appelant A le point d'intersection de ces deux rayons avec le plan de la lentille, on obtient  $\overline{AO} = \frac{d_o}{\tan \alpha} = -\frac{d_i}{\tan \beta}$  ce qui démontre la règle de Schempflug.

- On reprend les résultats précédents  $\tan \beta = -\frac{d_i}{d_o} \tan \alpha$  d'où  $\boxed{\tan \beta = -\frac{f'}{d_o - f'} \tan \alpha}$  A.N. :  $\boxed{\beta = 33^\circ}$  (FIGURE)

L'angle total entre les deux segments est alors de  $90^\circ$ , Le plan image est perpendiculaire au plan objet.

- On mesure les distances sur la figure 3 :  $\mu_o = -4,3 \text{ cm}$  pour  $\xi_o = -\xi_3 = -1,5 \text{ cm}$  et  $\mu_3 = 5,4 \text{ cm}$  pour  $\xi_3 = 1,5 \text{ cm}$

ce qui donne le système 
$$\begin{cases} \mu_o = \frac{-K \xi_3}{1 + D \xi_3} \\ \mu_3 = \frac{K \xi_3}{1 - D \xi_3} \end{cases} \text{ ce qui donne } K \xi_3 = -\mu_o (1 + D \xi_3) = \mu_3 (1 - D \xi_3) \text{ et } \boxed{D = \frac{\mu_o + \mu_3}{\xi_3 (\mu_3 - \mu_o)} = 7,56 \text{ m}^{-1}}$$

On en déduit alors  $\sin \alpha = D(d_o - f')$  et  $\alpha = \arcsin[D(d_o - f')] = 32^\circ$

### Partie B : le détecteur PSD et le circuit conditionneur.

- D'après l'énoncé  $R_1 = K \left( x + \frac{L}{2} \right)$  et  $R_2 = K \left( \frac{L}{2} - x \right)$ .

- Les deux résistances sont en parallèle, on peut appliquer un diviseur de courant, on en déduit les relations

suivantes :  $\boxed{I_1 = I_o \frac{R_2}{R_1 + R_2} = I_o \left( \frac{1}{2} - \frac{x}{L} \right)}$  et  $\boxed{I_2 = I_o \frac{R_1}{R_1 + R_2} = I_o \left( \frac{1}{2} + \frac{x}{L} \right)}$

- On déduit des deux relations précédentes l'expression  $\boxed{x = \frac{L}{2} \frac{I_2 - I_1}{I_2 + I_1}}$ . Ce résultat est cohérent puisque  $R_1 = 0$

lorsque le faisceau est en  $A_1$  alors  $I_1 = I_o$  et  $I_2 = 0$  et l'expression donne bien  $x = -L/2$ . Idem en  $A_2$ .

- L'ALI dans le modèle idéal implique que la résistance d'entrée est infinie et que l'intensité du courant entrant dans les bornes (-) et (+) est nulle.

- On peut faire l'hypothèse d'un régime linéaire si le circuit présente une boucle de rétroaction sur l'entrée inverseuse. On peut alors écrire l'égalité des potentiels en entrée  $\boxed{V_+ = V_-}$

- Pour le montage a. L'intensité dans la borne (-) étant nulle, on en déduit que l'intensité traversant  $R_F$  est égale à  $I_c$ .

Le circuit présente une boucle de rétroaction sur la borne d'entrée inverseuse, il fonctionne en régime linéaire et l'égalité des potentiels en entrée du circuit d'où  $V_- = V_+$

On observe également que la borne (+) est connectée à la masse.  $V_+ = 0$ . On obtient alors :  $U_{S_1} = -R_f I_e$

13. L'ALI est toujours idéal et en régime linéaire pour le montage (b).

On écrit une loi des nœuds en terme de potentiel en (-) sachant qu'on a également  $U_- = U_+ = 0$

$\frac{U_{e_1}}{R_1} + \frac{U_{e_2}}{R_2} + \frac{U_{S_2}}{R_3} = 0$  d'où  $U_{S_2} = -\left(\frac{R_3}{R_1} U_{e_1} + \frac{R_3}{R_2} U_{e_2}\right)$  Qui devient  $U_{S_2} = -(U_{e_1} + U_{e_2})$  c'est un sommateur inverseur.

14. L'ALI est toujours idéal et en régime linéaire pour le montage (c).

On écrit une loi des nœuds en terme de potentiel en (-) :  $\frac{U_{e_3} - U_-}{R_4} + \frac{U_{S_3} - U_-}{R_4} = 0$

Et une loi des nœuds en terme de potentiel en (+) :  $\frac{U_{e_4} - U_+}{R_5} + \frac{0 - U_+}{R_5} = 0$

On en déduit  $U_- = \frac{1}{2}(U_{S_3} + U_{e_3})$  et  $U_+ = \frac{1}{2}U_{e_4}$  comme  $U_- = U_+$  on obtient  $U_{S_3} = U_{e_4} - U_{e_3}$  le circuit est un soustracteur.

15. On obtient en exploitant les résultats précédents.

$U_A = -R_f I_1$  ;  $U_B = -R_f I_2$  ;  $U_{S_1} = R_f(I_1 + I_2)$  ;  $U_{S_2} = R_f(I_1 - I_2)$

16. D'après l'expression définissant  $U_S[k] = [V]$  son unité est le V (pour Volt). On obtient d'après la

description fournie  $U_S = -k \frac{U_{S_2}}{U_{S_1}} = k \frac{I_2 - I_1}{I_2 + I_1}$ .

17. On établit alors  $x = \frac{L}{2k} U_S$

## Partie C : le capteur par triangulation.

18. Par le théorème de Thalès, on obtient  $Z = x \frac{d_c}{d_i}$ .

19. On en déduit que  $Z_i = -\frac{L}{2} \frac{d_c}{d_i}$  et  $Z_s = \frac{L}{2} \frac{d_c}{d_i}$  les A.N donne :  $Z_i = -23,3 \text{ mm}$  et  $Z_s = 23,3 \text{ mm}$

20. On exploite la relation donnée  $U_S = A \cdot x = A \cdot Z \frac{d_i}{d_c}$ . On en déduit le plus petit écart mesurable

$\delta U_S = A \cdot \delta Z \frac{d_i}{d_c}$  d'où  $\delta Z = \frac{1}{A} \frac{d_c}{d_i} \delta U_S = 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$  Cette valeur est indépendante de la position de la cible.

L'incertitude obtenue est très petite, la mesure de Z est très précise.

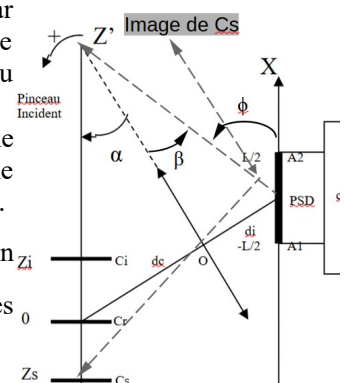
21. à l'aide du tracé de rayons présenté sur la figure ci contre, le rayon passant par le centre optique de la lentille non dévié et le rayon étudié pour la règle de Scheimpflug, on montre que l'image de  $C_s$  n'est pas sur la zone sensible du capteur PSD mais situé devant.

22. Puisque l'image n'est pas située sur le plan du PSD, le point  $C_s$  génèrera une tache image sur le PSD, il y aura plusieurs abscisses éclairées et une indétermination sur Z en découlera. Les résultats précédents seront illusoirs.

23. On utilise la règle de Scheimpflug, ce qui donne  $\frac{d_c}{\tan(\alpha)} = -\frac{d_i}{\tan(\beta)}$  et on exploite la figure ci contre pour obtenir  $\phi = \beta - \alpha$  car ce sont des angles alternes internes d'où  $\phi \approx 90^\circ$

24. On obtient  $Z = \frac{x}{B - Cx}$  ce qui donne  $Z_i = -25 \text{ mm}$  et  $Z_s = 63 \text{ mm}$ .

25. On calcule  $\delta Z_{Z=0} = 3,6 \mu\text{m}$  ;  $\delta Z_{Z=Z_i} = 1,8 \mu\text{m}$  ;  $\delta Z_{Z=Z_s} = 11 \mu\text{m}$ . La précision de lecture de Z à l'aide du capteur par triangulation est alors fortement dépendante de la partie de l'intervalle dans lequel se trouve Z. Il est préférable de travailler dans la zone s'étendant de  $Z_i$  à  $Z_r$ .



## A propos des radars. Inspiré de divers sujets.

### Partie A : Détermination de la position d'une cible fixe par la technique de l'écho.

1. Pour les ondes électromagnétiques la célérité est  $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ . Le lien entre célérité, fréquence et longueur d'onde est  $\lambda = \frac{c}{f}$ . On en déduit  $\lambda = 3,21 \text{ cm}$ . On est alors dans le domaine des microondes.
2. L'onde considérée doit effectuer un allé-retour à la célérité  $c$  ce qui donne :  $(t_r - t_o) = \frac{2d}{c}$ .
3. On lit sur le graphique pour une fréquence d'émission de 9344Hz un instant d'émission  $t_o = 1,5 \cdot 10^{-1} \text{ ms}$
4. On déduit des éléments précédents  $d = \frac{c}{2}(t_r - t_o)$  A.N  $d = 23 \text{ miles}$

Le navire 1 est situé entre 18 et 27 miles, alors que le bateau 2 est situé entre 27 et 36 miles. **C'est le bateau 1 qui est responsable de l'écho reçu à l'instant  $t_r$ .**

5. Dans le meilleur des cas, on peut recevoir un écho de fréquence 9335Hz après une durée de propagation de  $T = 0,5 \text{ ms}$ . Après ce délai il pourra être confondu avec un écho reçu de la période suivante. Alors la distance maximale de détection est  $d_{\max} = \frac{c}{2}T \approx 40 \text{ miles}$  Cette valeur est cohérente avec la donnée constructeur qui prend une marge de sécurité par rapport à cette performance théorique maximale.
6. On souhaite obtenir une précision  $\delta = 100 \text{ m}$  sur la mesure de la distance. On suppose que seul  $t_r$  influence cette mesure, il faut une précision  $\delta t$  sur la mesure de  $t_r$  donnée par  $\delta = \frac{c}{2} \delta t$  soit  $\delta t = \frac{2\delta}{c} = 6,7 \cdot 10^{-4} \text{ ms}$
7. On repart de la relation précédente mais en la faisant portée sur  $t_o$ . La relation liant la fréquence et l'instant d'émission  $t_o$  est linéaire sur chaque période de pente  $p = \frac{(f_{\max} - f_{\min})}{T}$ . Une précision de  $\delta t$  sur  $t_o$  est obtenu par une précision sur la fréquence de  $\delta f = p \delta t$  finalement il faut une précision  $\delta f = \frac{(f_{\max} - f_{\min})}{T} \frac{2\delta}{c}$  A.N  $\delta f = 4 \cdot 10^{-2} \text{ MHz}$
8. Il est nécessaire que le bateau cible soit immobile car un décalage de fréquences peut être engendré si ce n'est pas le cas. C'est l'effet Doppler qui décrit ce décalage de fréquences.
9. L'onde émise en  $t_1$  rejoint la cible à l'instant  $t_1'$  qui est alors située à la distance  $d_o + v \cdot t_1'$ . On en déduit la relation  $c(t_1' - t_1) = d_o + v \cdot t_1'$ .
10. De même  $c(t_2' - t_2) = d_o + v \cdot t_2'$
11. On soustrait les deux relations précédentes pour obtenir  $c(T' - T) = vT'$  d'où  $T' = \frac{T}{1 - v/c}$ . Dans son référentiel, un véhicule émet un son de fréquence constante. Dans notre référentiel, lorsque le véhicule vient vers nous ( $v < 0$ ) alors ( $T' < T$ ) et le son produit est plus aigu ; quand il s'éloigne le son produit est plus grave. C'est ce qu'on entend dans les transmission TV de Formule 1.
12. L'onde émise en  $t_1'$  par le mobile situé en  $d_o + v \cdot t_1'$  est reçue par le radar fixe en O à l'instant  $t_1''$  ce qui donne la relation  $c(t_1'' - t_1') = d_o + v \cdot t_1'$  de même  $c(t_2'' - t_2') = d_o + v \cdot t_2'$

Par soustraction des deux relations  $c(T'' - T') = vT'$  d'où  $T'' = T'(1 + v/c) = T \frac{1 + v/c}{1 - v/c}$

13. On en déduit  $f_r = f \frac{1 - v/c}{1 + v/c} \rightarrow f(1 - 2v/c)$  par un DL1 en fonction de ( $v/c$ ) autour de la valeur nulle.
14. Avec un bateau évoluant à 32 nœuds, l'écart de fréquence aurait été de  $\Delta f = -2f \left( \frac{v}{c} \right) = -1,0 \cdot 10^{-1} \text{ MHz}$  ce qui aurait donné une erreur sur  $t_o$  de  $\Delta t = \frac{\Delta f}{p}$  et une erreur d'évaluation de la distance de  $\Delta = \frac{c}{2p} \Delta f = -\frac{f}{p} v = -260 \text{ m}$  ce qui est de l'ordre de grandeur de la tolérance présentée précédemment. En navigation marine l'effet Doppler n'a pas un impact énorme.

### Partie B : Etude du circuit de déviation magnétique du tube cathodique radar.

15. On écrit la loi des nœuds  $i_g = i_C + i_L$

On écrit les lois des Mailles  $e = u_R + u$

$$u = u_L + u_r$$

Les équations caractéristiques donnent

Bobine  $u_L = L \frac{di_L}{dt}$  ; Condensateur  $i_C = C \frac{du}{dt}$

Loi d'Ohm  $u_R = R i_g$  et  $u_r = r i_L$

Par la loi des nœuds, on obtient

$$\frac{e-u}{R} = C \frac{du}{dt} + i_L \text{ puis } \frac{e - L \frac{di_L}{dt} - r i_L}{R} = LC \frac{d^2 i_L}{dt^2} + rC \frac{di_L}{dt} + i_L$$

Finalement on obtient  $\frac{e}{R} = LC \frac{d^2 i_L}{dt^2} + \left(\frac{L}{R} + rC\right) \frac{di_L}{dt} + \left(1 + \frac{r}{R}\right) i_L$

On simplifie avec les données de l'énoncé et on divise par LC  $\frac{e}{RLC} = \frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{di_L}{dt} + \frac{1}{LC} i_L$

On identifie avec la forme canonique fournie en posant  $\begin{cases} \omega_o^2 = \frac{1}{LC} \\ \frac{\omega_o}{Q} = \frac{1}{RC} \end{cases}$  d'où  $\begin{cases} \omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ la pulsation propre} \\ Q = R \sqrt{\frac{C}{L}} \text{ le facteur de qualité} \end{cases}$

16. Pour obtenir ce type de réponse, il faut que  $Q = \frac{1}{2}$  il faut alors que  $R \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{1}{2}$

17. L'intensité traversant une bobine est continue, on en déduit  $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0$

La tension aux bornes d'un condensateur est continue on en déduit  $u(0^+) = u(0^-) = 0$  et puisque r est réglée, on peut en déduire que  $\frac{di_L}{dt}(0^+) = 0$

18. Le polynôme caractéristique associé à l'équation est  $r^2 + 2\omega_o r + \omega_o^2 = (r + \omega_o)^2$  qui présente une racine double  $\omega_o$ .

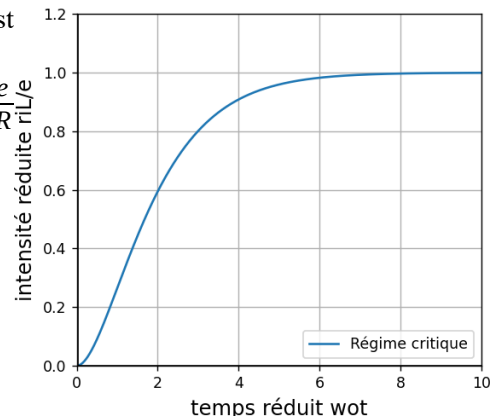
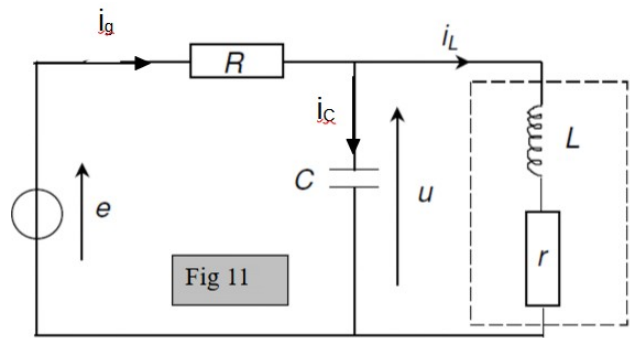
$$S_H(t) = (At + B) \exp(-\omega_o t); S_p(t) = \frac{e}{R}; S_G(t) = (At + B) \exp(-\omega_o t) + \frac{e}{R}$$

$$S_G'(t) = A \exp(-\omega_o t) - \omega_o (At + B) \exp(-\omega_o t)$$

$$\text{LES CI donnent : } i_L(0^+) = 0 = B + \frac{e}{R} \text{ et } \frac{di_L}{dt}(0^+) = 0 = A - \omega_o B$$

$$\text{On obtient alors } B = -\frac{e}{R} \text{ et } A = -\omega_o \frac{e}{R}$$

$$\text{finalement } i_L(t) = \frac{e}{R} [1 - (\omega_o t + 1) \exp(-\omega_o t)]$$



19. On écrit l'équation différentielle obtenue  $\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{\omega_o}{Q} \frac{di_L}{dt} + \omega_o^2 i_L = \frac{\omega_o^2}{R} (\alpha t + \beta)$

On cherche la SP sous la forme d'une fonction affine car le second membre est affine  $S_p(t) = \gamma t + \delta$ .

On l'injecte dans l'équation  $2\omega_o \gamma + \omega_o^2 (\gamma t + \delta) = \frac{\omega_o^2}{R} (\alpha t + \beta)$  d'où  $\begin{cases} \omega_o \gamma = \omega_o \frac{\alpha}{R} \\ \omega_o \delta + 2\gamma = \frac{\omega_o}{R} \beta \end{cases}$  D'où  $S_p(t) = \frac{1}{R} \left( \alpha t + \beta - 2 \frac{\alpha}{\omega_o} \right)$

$$S_G(t) = (At + B) \exp(-\omega_o t) + \frac{1}{R} \left( \alpha t + \beta - 2 \frac{\alpha}{\omega_o} \right)$$

20. Les CI donnent  $i_L(0^+) = B + \frac{1}{R} \left( \beta - 2 \frac{\alpha}{\omega_o} \right)$

$S_G'(t) = A \exp(-\omega_o t) - \omega_o (At + B) \exp(-\omega_o t) + \frac{\alpha}{R}$  les CI donnent  $\frac{di_L}{dt}(0^+) = 0 = A - \omega_o B + \frac{\alpha}{R}$

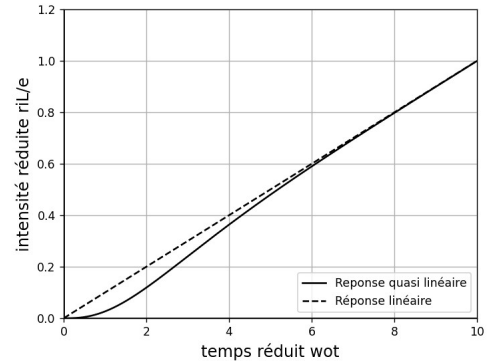
Finalement

$$i_L(t) = \frac{1}{R} \left( (\alpha - \omega_o \beta) t + \left( 2 \frac{\alpha}{\omega_o} - \beta \right) \right) \exp(-\omega_o t) + \frac{1}{R} \left( \alpha t + \beta - 2 \frac{\alpha}{\omega_o} \right)$$

On veut annuler la partie constante ce qui donne  $\left( \beta - 2 \frac{\alpha}{\omega_o} \right) = 0$

alors  $i_L(t) = \frac{\alpha}{R} t (1 - \exp(-\omega_o t))$

qui est bien de la forme demandée avec  $D = \frac{\alpha}{R}$  et  $\tau = \frac{1}{\omega_o}$



21. On reprend  $\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \ll 1$  dès que  $t > 5\tau$  alors  $i_L(t) = \frac{\alpha}{R} t (1 - \exp(-\omega_o t)) \approx \frac{\alpha}{R} t$  dès que  $t > 5\tau$ . En reprenant

la q2 on obtient  $2 \frac{d}{c} > 5\tau$  d'où  $d > d_o = \frac{5}{2} c \tau$  finalement  $d_o = \frac{5}{2} c \sqrt{LC}$  et  $C = \frac{1}{L} \left( \frac{2}{5} \frac{d_o}{c} \right)^2 = 2,0 \cdot 10^{-10} F$

On déduit de  $Q = \frac{1}{2} = R \sqrt{\frac{C}{L}}$  que  $R = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}} = 7,5 k \Omega$ , on vérifie bien la première hypothèse  $r \ll R$ .

On évalue alors  $rC = 5 \cdot 10^{-9} s$  et  $\frac{L}{R} = 6 \cdot 10^{-6} s$ , on vérifie bien la seconde hypothèse  $rC \ll \frac{L}{R}$

### Partie C : Reconnaissance par interférométrie radar.

22. Les ondes produites par  $S_1$  et  $S_2$  sont synchrones et cohérentes car issues de la même source primaire monochromatique, elles peuvent donc générer des interférences.

23. On calcule  $\delta_{2/1}(M) = (SS_2 M) - (SS_1 M) = (SS_2) + (S_2 M) - (SS_1) - (S_1 M)$  et puisque  $(SS_2) = (SS_1)$  il reste à calculer  $\delta_{2/1}(M) = (S_2 M) - (S_1 M)$

On exprimer alors  $(S_2 M) = n_{air} \sqrt{D^2 + \left(x + \frac{B}{2}\right)^2} + y^2$  Par approximation linéaire de  $f(X) = \sqrt{1+X} \approx 1 + \frac{X}{2}$

On obtient  $(S_2 M) = n_{air} D \left( 1 + \frac{1}{2D^2} \left( x + \frac{B}{2} \right)^2 + \frac{y^2}{2D^2} \right)$  De même  $(S_1 M) = n_{air} D \left( 1 + \frac{1}{2D^2} \left( x - \frac{B}{2} \right)^2 + \frac{y^2}{2D^2} \right)$

On en déduit  $\delta_{2/1}(M) = n_{air} \frac{x B}{D}$  puis  $\phi_{1/2} = \frac{2\pi}{\lambda_o} \delta_{2/1} = \frac{2\pi n_{air} x B}{\lambda_o D}$

24. Les deux points sources présentant une intensité individuelle identique  $I_o$

on obtient  $I(M) = 2 I_o \left( 1 + \cos \left[ \frac{2\pi n_{air} x B}{\lambda_o D} \right] \right)$  qui ne dépend que de  $x$ , on obtiendra donc les franges rectilignes d'interfrange constante.

On détermine les positions des franges claires telles que  $I(M)$  est maximale correspondant à  $\phi_{2/1} = \frac{2\pi n_{air}}{\lambda_o} x_k \frac{B}{D} = 2k\pi$

ce qui donne  $x_k = k \frac{\lambda_o D}{n_{air} B}$ . On en déduit l'interfrange  $i_o = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda_o D}{n_{air} B}$  L'interfrange est bien constante.

25. L'intensité s'exprime toujours comme à la q21, elle ne dépend que de  $x$ . En appelant  $x'$  l'abscisse le long de l'axe incliné, on peut écrire par projection sur cet axe que  $x = x' \cos \beta$  on en déduit que l'intensité sur le

plan incliné s'écrit  $I(M) = 2 I_o \left( 1 + \cos \left[ \frac{2\pi n_{air} x' \cos \beta B}{\lambda_o D} \right] \right)$

On obtient donc des franges rectilignes d'interfrange constante égale maintenant à  $i(\beta) = \frac{\lambda_o D}{n_{air} B \cos \beta} = \frac{i_o}{\cos(\beta)}$

26. Sur le cas (3) de la figure 13, on obtiendra toujours des franges rectilignes, elle seront d'autant plus large que l'angle de la tangente avec (Ox) en un point de la courbe (E) est grand. Elles seront donc assez larges au centre de l'écran, plus étroite pour x plus grand, et d'interfrange minimale  $i_o$  pour x fortement négatif.
27. On tient compte du retard de phase introduit par la propagation allé-retour et du retard de phase à la réflexion sur la surface ce qui donne  $\varphi_s = \frac{2\pi}{\lambda_R}(2d) + \varphi_P$
28. Pour le système à deux satellites  $\varphi_{s_1} = \frac{2\pi}{\lambda_R}(2S_{1P}) + \varphi_P$  et  $\varphi_{s_2} = \frac{2\pi}{\lambda_R}(2S_{2P}) + \varphi_P$  donc  $\Delta\varphi_{1/2} = \varphi_{s_2} - \varphi_{s_1} = \frac{4\pi}{\lambda_R}\delta_{2/1}$ , en étudiant  $\Delta\varphi_{1/2}$  on obtient bien une mesure de  $\delta_{2/1}$ . Une interfrange sur l'interférogramme correspond à une variation de  $2\pi$  pour  $\Delta\varphi_{1/2}$  et correspond donc bien à une variation de  $\frac{\lambda_R}{2}$  pour  $\delta_{2/1}$ .
29. Le terme  $\delta R_x = \frac{Kx \cos \theta}{\sqrt{X^2 + H^2}}$  dépend de la variable x, il donnera naissance à des franges d'interférence issue d'une zone plane dans la zone scannée par le radar. L'interfrange associée sera donnée par équivalence à la q22 par la relation  $i_x = \lambda_R \frac{\sqrt{H^2 + X^2}}{2B_{\perp} \cos \theta}$ ; A.N  $i_x = 60m$ , les pixels s'étendant sur 20m, il y a donc un pixel « blanc » deux pixels « gris » puis un pixel « blanc » sur l'étendue d'une interfrange ce qui va probablement rendre le contraste de l'image pour une zone plate très faible. Les interférences issues d'une zone plane ne sont pas visibles sur l'image finale.
30. Le terme  $\delta R_z = \frac{Kz \sin \theta}{\sqrt{X^2 + H^2}}$  dépend de la variable z, il donnera naissance à des franges d'interférence issue d'une zone plane verticale dans la zone scannée. L'interfrange associée sera donnée par équivalence à la q22 par la relation  $i_z = \lambda_R \frac{\sqrt{H^2 + X^2}}{2B_{\perp} \sin \theta}$ ; A.N  $i_z = 140m$ , les pixels s'étendant sur 20m, il y a donc une meilleure visualisation des variations de contraste sur la direction verticale. Les interférences issues d'une zone avec des variations d'altitude seront clairement visibles et exploitables pour étudier le relief de la zone scannée.

## Résolution de problème. Inspiré du CCINP PSI 2003

Sur le premier graphique, on observe qu'à partir d'un signal créneau de fréquence  $f_a=400\text{Hz}$  de valeur moyenne  $U_m=1,00\text{V}$  et d'amplitude  $E=1,00\text{V}$  on obtient un signal sinusoïdale de fréquence  $3f_a=1200\text{Hz}$ , de valeur moyenne nulle et d'amplitude  $E_a=0,40\text{V}$ . Déterminer la nature et les caractéristiques du filtre étudié.

Sur le second graphique, on observe qu'à partir d'un signal créneau de fréquence  $f_b=3600\text{Hz}$ , de valeur moyenne  $U_m=1,99\text{V}$  et d'amplitude  $E=1,00\text{V}$  on obtient un signal triangle de fréquence  $f_b=3600\text{Hz}$ , de valeur moyenne nulle et d'amplitude  $E_b=0,60\text{V}$ .

- Le filtre élimine les Basse Fréquence et il joue le rôle d'intégrateur à Haute Fréquence, on peut en déduire qu'il s'agit d'un filtre passe bande.

On peut alors proposer une fonction de transfert du type :  $H(f) = \frac{H_o}{1 + jQ\left(\frac{f}{f_o} - \frac{f_o}{f}\right)}$

- A partir du premier graphique, le filtre sélectionne dans le spectre du signal créneau l'harmonique de rang 3 quasiment sans distorsion de ce signal sinusoïdal. On en déduit que la fréquence propre du filtre est proche de celle de l'harmonique de rang 3. On suppose qu'elles sont égales  $f_o \approx 3f_a = 1200\text{Hz}$
- A la fréquence propre  $H(f_o) = H_o$  et en appliquant les propriétés du filtre à cette fréquence sur l'harmonique de rang 2 du signal créneau en entrée  $E_a = H_o * 2 \frac{E}{3\pi}$  d'où  $H_o = \frac{3\pi E_a}{2E} \approx 2$
- Pour le second graphique, la fréquence est située dans le domaine HF où  $H(f) = \frac{H_o f_o}{Q j f}$

Ce qui implique que le système présente un comportement intégrateur comme vu précédemment alors :

$$j\omega s(t) = \frac{H_o 2\pi f_o}{Q} e(t) \quad \text{ce traduit par} \quad \frac{ds}{dt}(t) = \frac{H_o 2\pi f_o}{Q} e(t)$$

la pente du signal triangle en sortie est alors donnée par la relation  $p = \frac{H_o 2\pi f_o}{Q} E$

$$\text{d'où } Q = \frac{H_o 2\pi f_o}{p} E = \frac{H_o \pi}{pT/2} E = \frac{H_o \pi}{2E_b} E \quad \text{A.N. } Q \approx 5$$

Conclusion : L'analyse des graphiques amènent à penser que ce filtre est un passe bande d'ordre 2 de gain statique  $H_o \approx 2$  de fréquence propre  $f_o \approx 1200\text{Hz}$  et de facteur de qualité  $Q \approx 5$

D'autres courbes auraient permis de vérifier la cohérence des résultats obtenus par l'analyse réalisée ici.