

Mouvement d'un solide**Exercice 1 : Mouvement d'un solide.**

On considère un avion au décollage, et on distingue alors deux éléments : le corps de l'avion et une roue de rayon R en contact avec la piste. Cet avion accélère de façon uniforme le long de la piste rectiligne.

1. Préciser la nature du mouvement du fuselage dans le référentiel terrestre.
2. Préciser la nature du mouvement de la roue dans le référentiel lié au corps de l'avion.

Soit v la norme de la vitesse de l'avion à un instant t dans le référentiel terrestre et ω la vitesse de rotation de la roue à ce même instant.

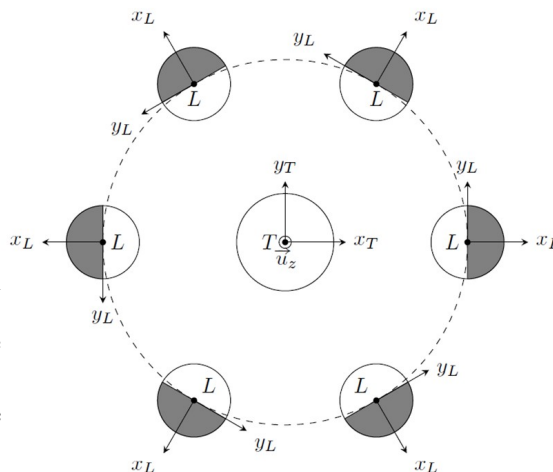
3. Déterminer la relation entre v , ω et R si on suppose que la roue ne patine pas sur la piste.

Exercice 2 : Mouvement de la lune.

Le référentiel géocentrique est défini par son origine au centre de la Terre T et par trois directions fixes pointant vers trois étoiles suffisamment éloignées pour qu'on puisse avec une bonne approximation les considérer fixes.

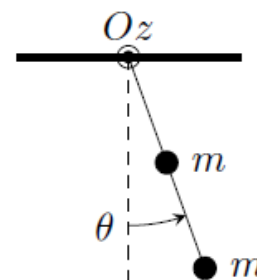
Dans ce référentiel géocentrique, la Lune effectue une révolution circulaire centrée sur la Terre en 27,3 jours. La distance entre le centre de la Terre et le centre de la Lune est environ égale à $D = 3,8 \cdot 10^5$ km.

1. Décrire le mouvement de la Lune dans le référentiel géocentrique, en distinguant notamment s'il s'agit d'un mouvement de translation circulaire ou d'un mouvement de rotation.
2. Exprimer et évaluer la vitesse angulaire $\Omega = \dot{\theta}$ du centre de la Lune sur sa trajectoire.
3. Déterminer la vitesse et l'accélération du centre de la Lune dans le référentiel géocentrique. Calculer numériquement la norme de sa vitesse.
4. Décrire le mouvement de la Lune dans le référentiel sélénocentrique, qui a les mêmes axes de référence que le référentiel géocentrique mais qui suit le centre de la Lune.
5. Déterminer la vitesse angulaire Ω_P de rotation propre de la Lune, c'est-à-dire de la rotation de la Lune sur elle-même.

**Exercice 3 : entre le pendule simple et le pendule pesant, le pendule lesté.**

On considère un pendule formé d'une tige rigide de longueur L sur laquelle sont fixées deux plombs de dimension négligeable et de même masse m respectivement à une distance $L/2$ et une distance L du centre. On néglige le moment d'inertie de la tige.

1. Montrer que l'équation du mouvement de ce système s'écrit : $\ddot{\theta} + \frac{6g}{5L} \sin \theta = 0$
2. Montrer que le centre de masse G du système se trouve à la distance $3L/4$ de l'axe.
3. Est-il équivalent d'appliquer le théorème du moment cinétique ou la loi de la quantité de mouvement à un point matériel de masse $2m$ situé au centre de masse G ?

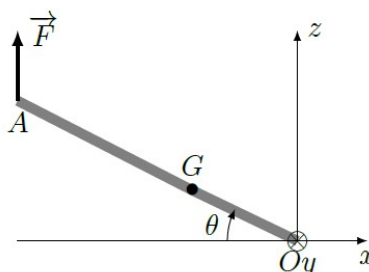
**Exercice 4 : monter un mur.**

On utilise une grue pour dresser un mur en béton préfabriqué à la verticale. Le mur est initialement posé sur le sol ($\theta=0$). La grue le soulève en exerçant une force toujours verticale appliquée en A. Le mur pivote alors autour de l'axe (Oy) fixe. Le mur est de hauteur $H=OA=3,0$ m, de masse $m=5,0 \cdot 10^3$ kg et son centre de masse G se situe à $OG=a=1,2$ m de la base. Le moment d'inertie du mur par rapport à l'axe (Oy) est $J=2,8 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. On néglige tous les frottements.

1. Faire un bilan des actions mécaniques exercées sur le mur.
2. Appliquer la loi du moment cinétique au mur par rapport à l'axe (Oy). En déduire l'équation différentielle vérifiée par θ .

Le mur pivote autour de sa base (Oy) avec une vitesse angulaire constante $\omega_0=0,20 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

3. Déterminer et calculer la norme de la force exercée par la grue.
4. Exprimer la puissance P de la force puis le travail W effectué par la grue pour dresser le mur à la verticale. Calculer W .

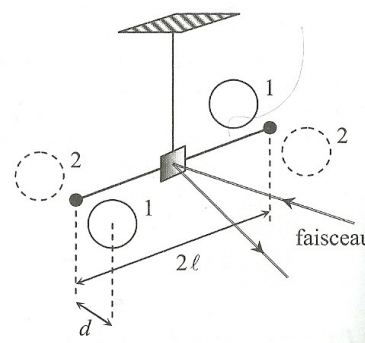


Mouvement d'un solide**Exercice 5 : Mesure de la constante de gravitation universelle.**

En 1798, le britannique Henry Cavendish a réalisé une expérience dans le but de déterminer la masse de la terre. Pour cela, il a cherché à déterminer la constante de gravitation universelle G .

On considère un fléau composé de deux sphères de masse $m=50\text{g}$ reliées par une tige de masse négligeable et de longueur $2l = 20\text{ cm}$, relié à un bâti fixe par un fil de torsion de constante $C = 5,0 \cdot 10^{-7} \text{ N.m.rad}^{-1}$.

Pour la mesure, on approche d'abord dans la configuration 1 deux sphères de masse $M = 30\text{ kg}$, à l'équilibre le pendule a tourné d'un angle $\alpha = 1,75 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$ et la distance $d = 15\text{ cm}$, puis on approche les deux sphères dans la configuration 2, à l'équilibre le pendule a tourné d'un angle $-\alpha$ pour une même distance (petite sphère-grande sphère).



On montre que pour deux sphères de masse m_1 et m_2 et dont les centres sont distants de r la force d'attraction

gravitationnelle est de norme : $F_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ Les angles étant très faibles, on pourra considérer en première

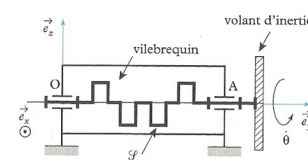
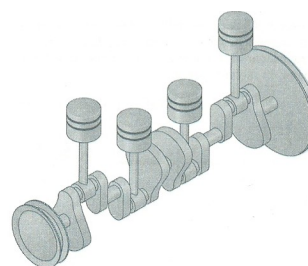
approximation que la droite d'action de la force de gravitation est perpendiculaire à la droite directrice du fléau.

1. Effectuer un bilan des moments dynamiques s'exerçant sur le fléau dans les positions 1 et 2.
2. Déterminer alors l'expression de la constante de gravitation universelle en fonction des données de l'expérience et faire l'application numérique.
3. En déduire la valeur de la masse de la terre.

Exercice 6 : Volant d'inertie.

On étudie le mouvement d'un solide S , constitué d'un vilebrequin de masse m_1 de moment d'inertie $I_1 = 1,00 \cdot 10^{-2} \text{ kg.m}^2$, par rapport à l'axe de rotation (Oy) et d'un volant d'inertie de masse m_2 et de moment d'inertie I_2 par rapport à ce même axe. L'ensemble du solide est dit équilibré par rapport à l'axe (Oy) c'est-à-dire que son centre de masse est situé sur l'axe de rotation (Oy) .

On suppose que la liaison pivot entre le solide et le bâti est parfaite, les pistons exercent sur le solide un couple moteur $\vec{\Gamma} = \Gamma \vec{e}_y$ avec $\Gamma = -\lambda \dot{\theta}_0^2 \sin(2\theta)$ avec $\lambda = 1,50 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$ (homogène à un moment d'inertie) et $\dot{\theta}_0$ une constante dont on va étudier la signification en cours d'exercice. Dans les calculs, on fera l'hypothèse $\lambda \ll (I_1 + I_2)$.



1. Etablir l'équation du mouvement du solide S .
2. Déterminer alors l'expression de la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ en fonction de θ sachant que la vitesse angulaire prend la valeur $\dot{\theta}_0$ pour $\theta = \pi/4$. Que représente en fait $\dot{\theta}_0$?
3. Déterminer l'expression du coefficient de régularité défini par : $k = \frac{\dot{\theta}_{\max} - \dot{\theta}_{\min}}{\dot{\theta}_0}$ en fonction de λ , I_1 et I_2 .
4. Déterminer la masse m_2 du volant d'inertie de rayon $R = 12,5\text{ cm}$ à installer pour obtenir un coefficient de régularité de $2,00 \cdot 10^{-2}$. On rappelle que pour un cylindre de rayon R et de masse m $I = \frac{1}{2} mR^2$.

Exercice 7 : olé !!

Maria est danseuse de salsa. Lors des tours en pivot, elle tourne autour de son axe (Gz) vertical en donnant une impulsion à l'aide de son pied gauche, l'appui se faisant sur son pied droit. La position de ses bras lui permet de modifier sa vitesse de rotation ω . On note G son centre d'inertie.

L'appui au sol s'accompagne d'un couple de frottement de moment C_f par rapport à l'axe (Gz) que nous supposons constant. Nous négligeons tout frottement fluide.

L'impulsion donne à Maria une vitesse angulaire initiale $\omega_0 = 2\pi \text{ rad.s}^{-1}$. Ses bras sont tendus de sorte que son moment d'inertie par rapport à son axe de rotation (Gz) est $J_1 = 2,4 \text{ kg.m}^2$. Elle réalise alors juste un tour avant de s'arrêter.

1. Déterminer l'expression et la valeur numérique du couple C_f .
2. Exprimer et évaluer l'énergie dissipée par les frottements au cours de son tour ?

Maria prend maintenant la même impulsion lui conférant la vitesse angulaire ω_0 puis replie presque instantanément ses bras de sorte que son moment d'inertie par rapport à (Gz) devient $J_2 = 0,80 \text{ kg.m}^2$.

3. Quelle vitesse angulaire ω_0' possède Maria après avoir replié ses bras ? Combien de tours réalise-t-elle alors avant de s'arrêter ?