

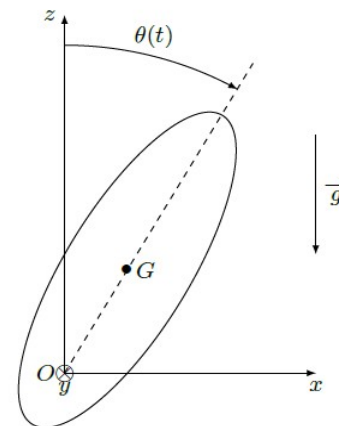
Problème 1 : centrale électrique houlomotrice.

Ce problème étudie différents aspects de la production électrique à partir de l'énergie houlomotrice. On considère un système à corps oscillant avec une partie fixe au fond de l'eau et une partie mobile.

On modélise ce dispositif par un pendule pesant composé d'un solide S en rotation autour de l'axe fixe Oy et complètement immergé dans l'eau. Le pendule est fixé au sol (au fond de la mer) par un dispositif non représenté sur le schéma. Le point O est donc fixe par rapport au sol. Le mouvement du centre de masse G a lieu dans le plan vertical (xOz) .

On note m la masse et V le volume du solide. J le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe (Oy) , d la distance entre l'axe de rotation et le centre de gravité du solide $d=OG$, μ_e la masse volumique de l'eau.

On suppose que la poussée d'Archimède est modélisable par un glisseur s'appliquant en G , que la liaison pivot exerce un moment de frottement fluide linéaire par rapport à l'axe (Oy) de coefficient de proportionnalité α , que la houle exerce une action mécanique de type glisseur s'appliquant en G et de résultante $\vec{F} = \beta \cos(\omega t) \vec{u}_x$.



1. Effectuer le bilan des moments dynamiques sur le solide en rotation autour de l'axe (Oy) et établir leurs expressions.

On étudie d'abord la position d'équilibre du solide en absence de houle.

2. Vérifier que la position $\theta_0=0$ est une position d'équilibre. Déterminer un critère portant sur m , V et μ_e pour que cette position soit stable.

On reprend l'étude du mouvement du solide lorsqu'il est soumis à la houle.

3. Déterminer l'équation du mouvement du solide.

On étudie alors les oscillations de faible amplitude autour de la position d'équilibre stable $\theta_0=0$.

4. Montrer que l'équation du mouvement se met sous la forme $\ddot{\theta} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{\theta} + \omega_0^2 \theta = \Omega_0 \cos(\omega t)$ où on

précisera les expressions de ω_0 , Q et Ω_0 en fonction de μ_e , V , m , J , g , d , α , β .

5. Calculer la fréquence propre f_0 avec les données suivantes : $g=10\text{m.s}^{-2}$, $d=10\text{m}$, $\mu_e=1,03.10^3\text{kg.m}^{-3}$, $V=10^3\text{m}^3$, $m=300$ tonnes. On prendra $J \approx md^2$.

On se place maintenant en régime sinusoïdal forcé.

6. Introduire le signal complexe $\theta(t)$ et traduire l'équation du mouvement linéarisée. En déduire l'amplitude complexe $\theta_0(\omega)$. Quelle est l'opération de filtrage réalisée par le système ?
7. Commenter les caractéristiques du système sachant que la période typique de la houle est de l'ordre de 10 à 20 secondes.
8. En reprenant le théorème du moment cinétique, effectuer un bilan de puissance sur le fonctionnement du système et indiquer quel élément de la modélisation permet d'envisager une conversion de l'énergie mécanique en énergie électrique.
9. Exprimer l'amplitude réelle $\theta_0(\omega)$ puis en déduire l'expression de la puissance mécanique $P_{\text{diss}}(t)$ dissipée dans ce système, déterminer enfin sa valeur moyenne $\langle P_{\text{diss}} \rangle(\omega)$.
10. Tracer l'allure de $\langle P_{\text{diss}} \rangle(\omega)$.