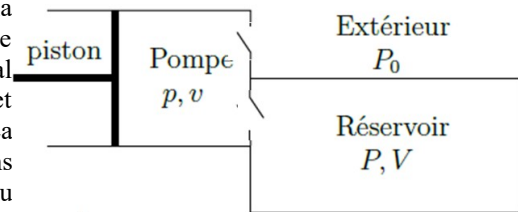


**Exercice 4 : remplissage d'une bouteille de gaz.**

On veut remplir un réservoir de volume  $V$  avec de l'air sous la plus grande pression possible à l'aide d'une pompe constituée d'un cylindre de volume minimal  $v_{\min}$  et de volume maximal  $v_{\max}$ . Initialement le réservoir, le cylindre de la pompe et l'extérieur du système sont tous à la même pression  $P_0$ . La soupape 1 (en bas sur la figure) est ouverte si la pression  $p$  dans le corps de pompe (cylindre) est supérieure à la pression  $P$  du réservoir. La soupape 2 (en haut) est ouverte si la pression  $p$  dans le corps de pompe (cylindre) est inférieure ou égale à la pression extérieure  $P_0$  qui sera supposée constante tout au long de l'évolution du système.



On applique un modèle gaz parfait à l'air de masse molaire moyenne  $M_a$ , on suppose alors que la température de l'air reste constante et égale à  $T_0$  au cours de l'étude. Au cours du coup de pompe  $n$ , le volume  $v$  passe de  $v_{\min}$  à  $v_{\max}$  puis de  $v_{\max}$  à  $v_{\min}$ . La pression  $P$  dans le réservoir passe de  $P_n$  à  $P_{n+1}$ .

- Déterminer la relation liant les pressions  $P_n$  et  $P_{n+1}$ . On commencera par préciser proprement le système fermé considéré ainsi que son état initial et son état final. On considère le système fermé suivant :
  - Etat initial, (réservoir à la pression  $P_n$ , volume  $V$ ) + (corps de pompe à la pression  $P_0$  volume  $V_{\max}$ ).
  - Etat final, (réservoir et corps de pompe à la pression  $P_{k+1}$ )

La température étant constante égale à  $T$ , le système étant fermé de quantité de matière constante  $N_{n+1}$ , la loi des gaz parfaits donne :  $N_n RT = (P_0 v_{\max} + P_n V)_{\text{initial}} = (P_{n+1} (V + v_{\min}))$

On obtient donc 
$$P_{n+1} = \frac{V}{V + v_{\min}} P_n + \frac{v_{\max}}{V + v_{\min}} P_0$$

- Déterminer  $P_{\max}$ , la valeur limite maximale de la pression dans le réservoir que l'on peut atteindre avec cette pompe.

$P_{\max}$  est la limite de la suite  $P_n$  qu'on obtient en cherchant la solution de l'équation

$$P_{\max} = \frac{V}{V + v_{\min}} P_{\max} + \frac{v_{\max}}{V + v_{\min}} P_0$$
 ce qui donne 
$$P_{\max} = \frac{v_{\max}}{v_{\min}} P_0$$

- Déterminer l'expression de  $P_n$  en fonction de  $P_0$ ,  $P_{\lim}$ ,  $n$  et  $V$ .

On construit la suite  $U_n$  définie par  $U_n = P_n - P_{\max}$  ce qui donne la relation de récurrence

$$U_{n+1} = P_{n+1} - \frac{v_{\max}}{v_{\min}} P_0 = \frac{V}{V + v_{\min}} \left( U_n + \frac{v_{\max}}{v_{\min}} P_0 \right) + \frac{v_{\max}}{V + v_{\min}} P_0 - \frac{v_{\max}}{v_{\min}} P_0$$

Puis  $U_{n+1} = \frac{V}{V + v_{\min}} U_n$ , qui est une suite géométrique pour laquelle on établit facilement  $U_n = \left( \frac{V}{V + v_{\min}} \right)^n U_0$

ce qui donne  $P_n = U_n + P_{\max}$  puis 
$$P_n = P_0 \left[ \frac{v_{\max}}{v_{\min}} - \left( \frac{V}{V + v_{\min}} \right)^n \left( \frac{v_{\max}}{v_{\min}} - 1 \right) \right]$$

On considère un compresseur qui effectue des aller-retours en continu sur des intervalles de temps restant constant égaux à  $\Delta t$ .

- En assimilant la dérivée  $\frac{dP}{dt}$  à la différence finie  $\frac{\Delta P}{\Delta t}$ , établir l'équation différentielle vérifiée par la pression  $P$  en faisant apparaître la durée caractéristique  $\tau$  à exprimer en fonction de  $V$ ,  $V_{\min}$  et  $\Delta t$ .

On observe que  $\Delta P = P_{n+1} - P_n = \frac{v_{\max}}{V + v_{\min}} P_0 - \frac{v_{\min}}{V + v_{\min}} P_n$  et donc 
$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{v_{\max}}{(V + v_{\min}) \Delta t} P_0 - \frac{v_{\min}}{(V + v_{\min}) \Delta t} P_n$$

En voyant  $P$  comme une fonction continue plutôt qu'une suite 
$$\frac{dP}{dt} + \frac{v_{\min}}{(V + v_{\min}) \Delta t} P = \frac{v_{\max}}{(V + v_{\min}) \Delta t} P_0$$

Ce qui se met sous la forme 
$$\frac{dP}{dt} + \frac{1}{\tau} P = \frac{1}{\tau} \frac{v_{\max}}{v_{\min}} P_0$$
 où 
$$\tau = \left( \frac{V}{v_{\min}} + 1 \right) \Delta t$$

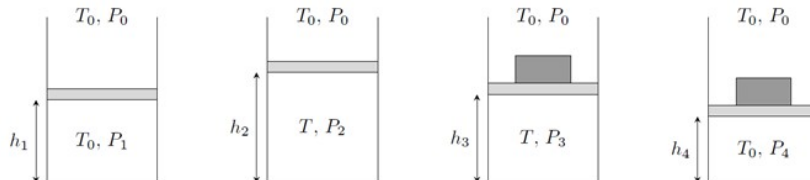
- Résoudre cette équation différentielle en prenant les conditions initiales définies en début d'énoncé et exprimer  $P(t)$  en fonction de  $P_0$ ,  $P_{\max}$  et  $\tau$ .

La solution de cette équation avec les conditions initiales 
$$P(t) = P_0 \left( \frac{v_{\max}}{v_{\min}} - \left( \frac{v_{\max}}{v_{\min}} - 1 \right) \exp\left( -\frac{t}{\tau} \right) \right)$$

**Exercice 5 : équilibre thermodynamique d'un gaz parfait.**

Une quantité de matière  $n$  de gaz parfait est enfermée dans une enceinte de surface de base  $S$ . Cette enceinte, est fermée par un piston de masse  $m$ , à même de coulisser sans frottement, et permet les transferts thermiques, si bien que lorsqu'on attend suffisamment longtemps le gaz contenu dans l'enceinte est en équilibre thermique avec l'extérieur. On dit alors de cette enceinte qu'elle est diathermane. Le milieu extérieur se trouve à température et pression constantes  $T_0$  et  $P_0$ . On envisage alors d'étudier les états du système dans les conditions suivantes :

- état (1), le système est au repos depuis suffisamment longtemps pour avoir atteint l'équilibre thermique et mécanique.
- le gaz est chauffé rapidement jusqu'à ce qu'il atteigne la température  $T > T_0$ , plaçant le système dans l'état (2) avant qu'aucun échange thermique n'est eu le temps de se mettre en place.
- une masse supplémentaire  $M$  est brusquement placée par-dessus le piston : avant tout transfert thermique, le système est dans l'état (3).
- enfin, l'équilibre thermique est atteint, le système est alors dans l'état (4).



1. Etudier l'équilibre mécanique du système dans les quatre configurations en indiquant à chaque fois si l'équilibre thermique est réalisé, et déterminer la position du piston en fonction des données du problème.

Situation 1 :

- Le système est à l'équilibre thermodynamique et donc la température est égale à l'extérieur et dans le piston égale à  $T_0$ .
- Le système est à l'équilibre mécanique, on fait le bilan des forces sur le piston qui ferme le cylindre :
  - ✓ L'action de gravité de force  $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{e}_z$
  - ✓ La force de pression exercée par l'extérieur  $\vec{F}_{p,ext} = -P_0S\vec{e}_z$
  - ✓ La force de pression exercée par le système gazeux dans le cylindre  $\vec{F}_{p,int} = P_1S\vec{e}_z$

On écrit la condition d'équilibre  $\vec{P} + \vec{F}_{p,ext} + \vec{F}_{p,int} = \vec{0}$  ce qui amène  $P_1 = P_0 + \frac{mg}{S}$

Situation 2 :

- Si aucun échange thermique n'a encore eu lieu la température est  $T$  dans le système, il n'y a pas équilibre thermique entre le système intérieur et l'extérieur.
- En revanche l'équilibre mécanique est toujours vrai, le bilan des forces est le même et  $P_2 = P_0 + \frac{mg}{S}$

Situation 3 :

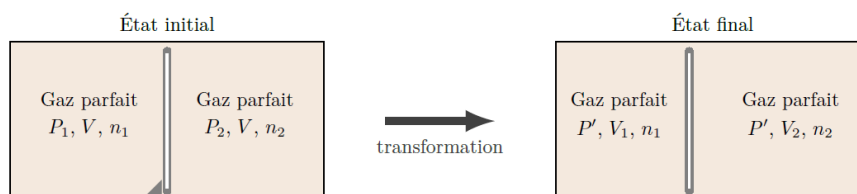
- Si aucun échange thermique n'a encore eu lieu la température est  $T$  dans le système, il n'y a pas équilibre thermique entre le système intérieur et l'extérieur.
- L'équilibre mécanique est toujours vrai, le bilan des forces est modifié pour tenir compte de la masse  $M$  supplémentaire et  $P_3 = P_0 + \frac{(m+M)g}{S}$

Situation 4 :

- L'équilibre thermique est à nouveau observé amenant la température à  $T_0$  dans le cylindre.
- L'équilibre mécanique est toujours vrai, la pression est  $P_4 = P_0 + \frac{(m+M)g}{S}$

**Exercice 6 : piston à deux compartiments.**

Une enceinte maintenue à une température  $T$  est divisée en deux parties d'égal volume  $V$ , par un piston mobile sans frottement. Initialement, le piston est bloqué, et chaque compartiment contient un gaz parfait de pressions respectives  $P_1$  et  $P_2$ . On note  $n_1$  et  $n_2$  les quantités de matière dans chaque compartiment.



Une fois débloqué, le piston se déplace librement.

1. Déterminer la relation liant  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $n_1$  et  $n_2$  dans l'état initial.

**Description d'un système à l'équilibre**

Dans l'état initial, la température est T, le volume est V pour les deux compartiments, on écrit la loi des gaz

parfait dans les deux systèmes ce qui donne :  $\frac{RT}{V} = \frac{P_1}{n_1} = \frac{P_2}{n_2}$

2. Exprimer le volume  $V_1$  en fonction de V,  $P_1$  et  $P_2$  dans l'état final.

Dans l'état final, la pression est identique à gauche et à droite puisqu'il y a équilibre du piston ce qui donne :

$\frac{P'}{RT} = \frac{n_1}{V_1} = \frac{n_2}{V_2}$  et le volume total du système est conservé ce qui donne  $V_2 = 2V - V_1$

On obtient donc  $\frac{n_1}{V_1} = \frac{n_2}{2V - V_1}$  ce qui donne  $\frac{2V}{V_1} - 1 = \frac{n_2}{n_1} = \frac{P_2}{P_1}$  d'où finalement  $V_1 = 2V \frac{P_1}{P_1 + P_2}$

**Exercice 7 : mélange de gaz.**

On considère les trois récipients suivants :

- (R1) de volume 2,25L contient du dihydrogène à 20°C, sous 3,0.10<sup>4</sup>Pa.
- (R2) de volume 5,50L contient du dioxygène à 20°C, sous 0,30bar.
- (R3) de volume 1,4L contient du diazote à 0,0°C sous 1,0bar.

On donne : M(H)=1,0g.mol<sup>-1</sup>, M(O)=16g.mol<sup>-1</sup>, M(N)=14g.mol<sup>-1</sup>.

1. Calculer la quantité de matière et la masse de gaz dans chaque récipient.

On applique la LGP :  $PV = nRT$  ce qui donne pour chaque récipient

$$n_1 = 2,77.10^{-2} \text{ mol} \quad n_2 = 6,77.10^{-2} \text{ mol} \quad \text{et} \quad n_3 = 6,17.10^{-2} \text{ mol}$$

On mélange ces gaz dans un nouveau récipient de volume 18,5L à la température 0,0°C, on suppose que le mélange est idéal et que le modèle du gaz parfait s'applique à chaque constituant.

2. Calculer pour chaque gaz la fraction massique, la fraction molaire et la pression partielle dans le mélange. Exprimer la pression totale.

On peut exprimer la fraction molaire par la définition :

$$H_2 \quad x_1 = \frac{n_1}{n_1 + n_2 + n_3} = 0,176, \quad O_2 \quad x_2 = \frac{n_2}{n_1 + n_2 + n_3} = 0,431, \quad N_2 \quad x_3 = \frac{n_3}{n_1 + n_2 + n_3} = 0,393$$

De même pour les fraction massiques :

$$H_2 \quad w_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{n_1 M(H_2)}{n_1 M(H_2) + n_2 M(O_2) + n_3 M(N_2)} = 0,014, \quad O_2 \quad w_2 = 0,549, \quad N_2 \quad w_3 = 0,437$$

Les pressions partielles sont obtenues par la loi des gaz parfait appliquée à chaque constituant :

$$H_2 \quad P_1 = \frac{n_1 RT_f}{V_{final}} = 3,40.10^2 \text{ Pa}, \quad O_2 \quad P_2 = \frac{n_2 RT_f}{V_{final}} = 8,31.10^3 \text{ Pa}, \quad N_2 \quad P_3 = \frac{n_3 RT_f}{V_{final}} = 7,57.10^3 \text{ Pa}$$

La pression totale est la somme des pressions partielles ce qui donne  $P_{tot} = P_1 + P_2 + P_3 = 1,93.10^4 \text{ Pa}$

**Exercice 8 : capacité thermique massique d'un gaz.**

1. Rappeler l'expression de l'énergie interne puis de la capacité thermique molaire à volume constant pour un gaz parfait diatomique.

Pour le GP diatomique, la capacité thermique molaire à volume constante s'exprime  $C_{V,M} = \frac{5}{2}R$  et l'énergie

interne molaire s'exprime a priori  $U_M = \frac{5}{2}RT + c$  c étant une constante.

2. Déterminer alors la capacité thermique massique à volume constant du diazote dans un modèle de gaz parfait. Comparer aux valeurs tabulées :  $c_{V(N_2)} = 7,3.10^2 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ .

La capacité thermique massique du diazote est alors  $c_V = \frac{C_{V,M}}{M(N_2)} = \frac{5R}{2M(N_2)} = 7,42.10^2 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$  soit un écart de 1,7% par rapport à la valeur tabulée qui est tout à fait acceptable.

Pour la vapeur d'eau, on donne l'expression de l'énergie interne molaire :  $U_m = U_{m,GP} - \frac{a}{V_m}$  Où

$$U_{m,GP} = C_{V,m} T.$$

Le tableau ci-dessous fournit le volume molaire en L.mol<sup>-1</sup> et l'énergie interne molaire en kJ.mol<sup>-1</sup> à T=700°C pour différentes pressions en bar de la vapeur d'eau.

P	1	10	20	40	70	100
V <sub>m</sub>	64,3	6,37	3,17	1,56	0,868	0,59
U <sub>m</sub>	43,76	43,62	43,48	43,18	42,67	42,18

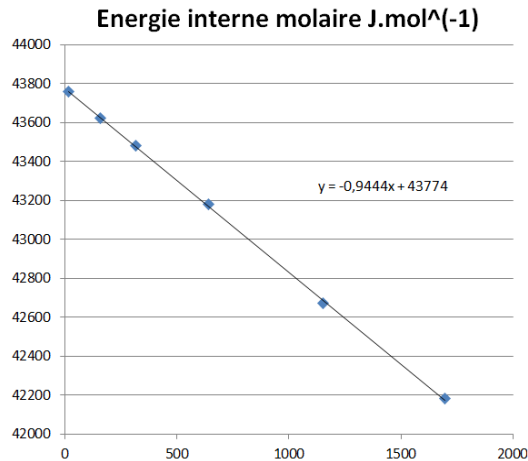
3. En exploitant au mieux les données du tableau, déterminer la pertinence du modèle introduit et les valeurs numériques de a et C<sub>V,m</sub>. En déduire la capacité thermique massique de l'eau vapeur à 700°C.

On cherche à effectuer la régression linéaire correspondant à la loi introduite  $U_m(V_m) = b - \frac{a}{V_m}$ , on représente

donc la fonction  $U_m = f\left(\frac{1}{V_m}\right)$  avec le tableau suivant où  $1/V_m$  est exprimé en  $\text{mol}\cdot\text{m}^{-3}$ .

P	1	10	20	40	70	100
$V_m$	64,3	6,37	3,17	1,56	0,868	0,59
$1/V_m$	15,55	157,0	315,5	641,0	1152	1695
$U_m$	43,76	43,62	43,48	43,18	42,67	42,18

On obtient la courbe suivante, où les points semblent alignés en vision directe, on peut penser que le modèle est validé qualitativement et on obtient alors les paramètres  $U_{m,GP} = 43,774 \text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$  et  $a = 9,44 \cdot 10^{-1} \text{kJ}\cdot\text{m}^3\cdot\text{mol}^{-2}$



4. Estimer alors l'écart relatif entre l'énergie interne molaire mesurée et l'énergie interne molaire dans le modèle du gaz parfait pour chaque valeur de pression.

Pour la comparaison au GP, on établit le tableau des valeurs pour le GP et on calcule l'écart en %age :

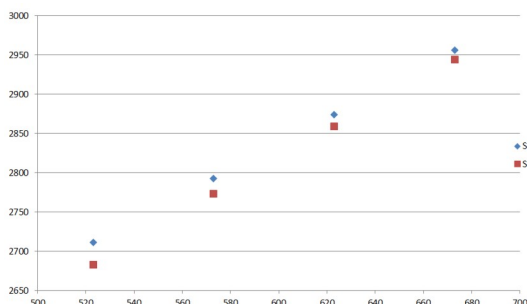
$U_m$	43,76	43,62	43,48	43,18	42,67	42,18
$U_{m,GP}$	43,774	43,774	43,774	43,774	43,774	43,774
Ecart (%)	0,03	0,4	0,7	1,4	2,5	3,6

On observe donc un écart très faible, qui augmente quand la pression augmente. Le modèle de GP semble donc tout à fait correct pour estimer  $U_m$  dans les conditions étudiées.

Dans une autre expérience, on a déterminé l'énergie interne massique de la vapeur d'eau en fonction de la température à deux valeurs de pression :

T (K)	523	573	623	673
$u(P=10\text{bars}) (\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1})$	2711	2793	2874	2956
$u(P=20\text{bars}) (\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1})$	2683	2773	2859	2944

5. Tracer les deux courbes donnant l'énergie interne en fonction de la température.



6. Le modèle du gaz parfait s'applique-t-il ?

Si le modèle GP s'appliquait les deux courbes se superposeraient.

7. Evaluer numériquement la capacité thermique massique à volume constant. Comparer là à la valeur obtenue dans l'expérience précédente puis à celle d'un gaz parfait monoatomique puis diatomique.

On évalue les pentes pour obtenir  $c_v$  ce qui donne  $c_v = 1,63 \text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\text{K}^{-1}$  et  $c_v = 1,74 \text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\text{K}^{-1}$

A comparer à  $c_v = 2,50 \text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\text{K}^{-1}$  avec la question précédente,  $c_{v,GP\text{mono}} = 0,69 \text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\text{K}^{-1}$  et

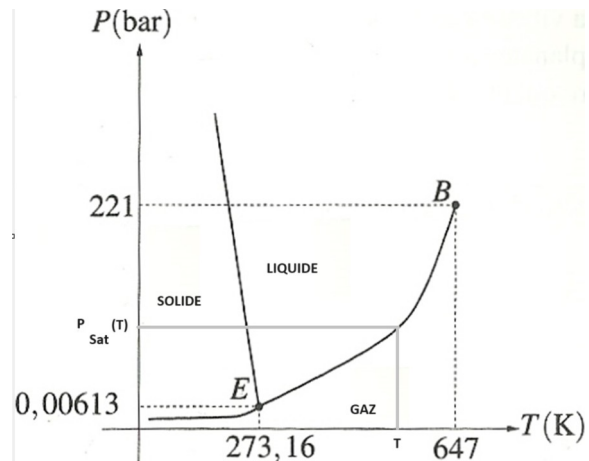
$c_{v,GP\text{di}} = 1,15 \text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\text{K}^{-1}$

**Exercice 9 : transformation d'un corps pur.**

Dans cet exercice, on s'intéresse à l'eau dont le diagramme des phases est donné ci-contre.

1. Reproduire ce diagramme et le compléter en indiquant les domaines d'existence des différentes phases, et en nommant les points caractéristiques E et B.

Voir diag à droite... E est le point triple, donnant les conditions de (T,P) pour lesquelles on peut observer un équilibre des trois phases. B est le point critique, au-delà duquel la transition liquide-gaz se réalise par évolution continue des propriétés du fluide, au lieu d'observer une séparation du système en deux phases.

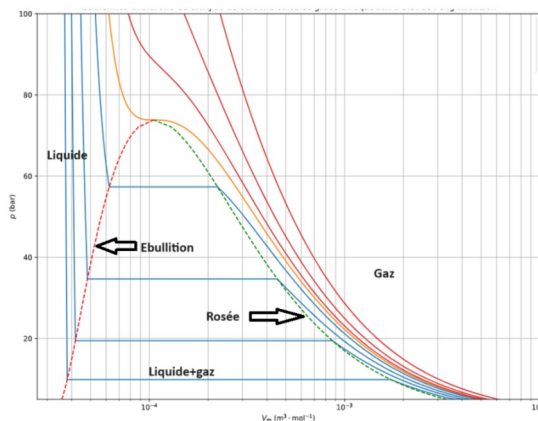


2. Définir la pression de vapeur saturante et effectuer la construction graphique explicitant cette définition.

Voir construction sur le schéma. DEF : La pression de vapeur saturante à la température T est la pression pour laquelle on observe les états d'équilibre liquide-gaz à la température T (pour des températures allant de 273,16K à 647K pour l'eau).

3. Comment appelle-t-on le passage de la phase liquide à la phase gaz ? Représenter alors le diagramme de Clapeyron correspondant. Indiquer les domaines d'existence des phases et nommer les différentes courbes que vous y ferez figurer.

Le passage de la phase liquide à la phase gaz est appelé évaporation... Le diagramme de Clapeyron est donné ci-dessous.



On étudie une enceinte cylindrique diathermane de volume initial  $V_i$ , fermée par un piston mobile sans frottement. L'ensemble est maintenu à la température  $T = 373K$  pour laquelle la pression de vapeur saturante de l'eau est de  $P_s = 1,0$  bar.

Pour la phase gaz, on adopte le modèle du gaz parfait, et on négligera le volume occupé par la phase liquide.

On introduit alors dans le cylindre initialement vide une masse  $m$  d'eau.

4. Déterminer  $m_{max}$  la masse maximale d'eau que l'on peut introduire pour qu'elle reste entièrement sous phase vapeur en fonction de  $R$ ,  $T$ ,  $V_i$ ,  $P_s$  et  $M_{eau}$  (la masse molaire de l'eau).

Si le système est entièrement constitué de vapeur (c'est-à-dire de gaz), la pression est inférieure à la pression de vapeur saturante  $P_s$  et dans le cas limite, on observe de la vapeur saturante à la pression  $P_s$ .

On applique la LGP pour obtenir que  $m < m_{max} = M_{eau} n_{max} = M_{eau} \frac{P_s V_i}{RT}$

On suppose qu'on a introduit une masse  $m < m_{max}$ .

5. Faut-il augmenter ou diminuer le volume pour voir apparaître une phase liquide ? Déterminer le volume limite à partir duquel elle apparaît.

Si  $m < m_{max}$ , la pression est inférieure à  $P_s$ , il faut donc augmenter la pression en diminuant le volume pour voir apparaître la première goutte de liquide. Donc le cas limite, la loi des gaz parfait donne alors

$$P_s V_{lim} = \frac{m}{M_{eau}} RT \text{ d'où } V_{lim} = \frac{m}{M_{eau}} \frac{RT}{P_s}$$

On suppose maintenant que  $m > m_{max}$ .

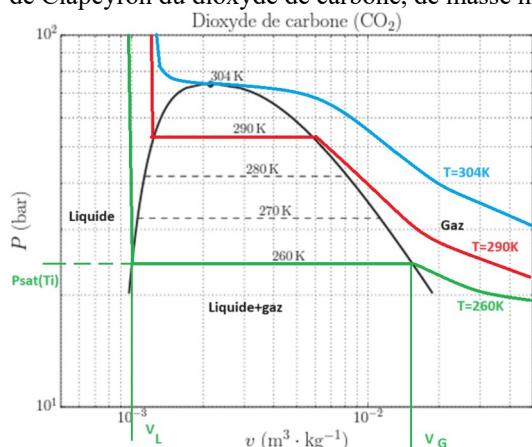
6. Déterminer la fraction massique d'eau en phase vapeur.

Si la masse introduite est supérieure à  $m_{max}$ , seule une masse  $m_{max}$  peut être présente en phase vapeur et occupera le volume  $V_i$  de l'enceinte ; le reste sera converti en eau liquide dont le volume est négligé.

Il reste à exprimer la fraction massique  $w_G = \frac{m_{gaz}}{m_{gaz} + m_{liq}} \xrightarrow{\text{ici}} \frac{m_{max}}{m}$

**Exercice 10 : Stockage sous contrôle.**

On cherche à stocker dans de bonnes conditions de sécurité un kilogramme de dioxyde de carbone sous forme d'un mélange liquide-vapeur, enfermé dans une enceinte indéformable de volume  $V_0$ , à la température  $T_i=260\text{K}$ . Le récipient contenant le fluide est prévu pour résister jusqu'à une pression de 50bar. On fournit le diagramme de Clapeyron du dioxyde de carbone, de masse molaire  $M=44\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ .



1. Indiquer sur ce diagramme les zones correspondant à l'état liquide, l'état gazeux et à l'état diphasé.

Voir diagramme

2. Compléter ce diagramme en donnant l'allure des isothermes pour les températures de 260K, 290K et 304K.

Voir diagramme

3. Déterminer la pression de vapeur saturante à la température  $T_i$  ainsi que les volumes massiques du liquide saturant et de la vapeur saturante à cette température.

Lecture graphique (voir diagramme)

Il faut exploiter l'échelle log sur l'axe verticale.

On lit 5,2cm pour aller de  $10^1$  à  $10^2$  bar. On lit 2cm de 1bar à  $P_{\text{sat}}(T_i)$ .

On obtient alors  $\log \frac{P_{\text{sat}}}{10^1} = \frac{2}{5,2} \log \left( \frac{10^2}{10^1} \right)$  d'où  $P_{\text{sat}} = 10^{1+\frac{2}{5,2}} = 2,4 \cdot 10^1 \text{ bar}$

On exploite l'échelle log pour l'axe horizontale :

On lit directement  $v_L = 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$

On lit 6,6cm de  $5 \cdot 10^{-4}$  à  $5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ , et on lit 4,9cm de  $5 \cdot 10^{-4}$  à  $v_G$ .

On obtient alors  $\log \frac{v_G}{5 \cdot 10^{-4}} = \frac{4,9}{6,6} \log \left( \frac{5 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-4}} \right)$  d'où  $v_G = 5 \cdot 10^{-4 + \frac{4,9}{6,6} \cdot 2} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$

On suppose dans une situation exemple que le volume  $V_0=5\text{L}$  et que la température du système est toujours  $T_i=260\text{K}$ .

4. Exprimer et évaluer le volume massique du système. Déterminer les fractions massiques en phase liquide et en phase vapeur dans le système.

Le volume massique du système est exprimé par  $v_0 = \frac{V_0}{m} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$

On exploite l'extensivité du volume :  $V_0 = m v_0 = m_L v_L + m_G v_G$

Le système est fermé et la masse vérifie  $m = m_L + m_G$

On obtient alors pour les fraction massiques  $w_L = \frac{v_G - v_0}{v_G - v_L} = 0,71$  et  $w_G = \frac{v_0 - v_L}{v_G - v_L} = 0,29$

Le récipient subit une élévation accidentelle de température l'amenant à 290K.

5. Comment choisir  $V_0$  pour que le récipient n'explose pas ?

Pour que le récipient n'explose pas, il faut que la pression reste « raisonnable » dans la bouteille. Il faut donc éviter de se trouver à 290K avec un système qui devient liquide pour lequel la pression augmente rapidement avec la diminution du volume disponible. On prendra donc un volume  $V_0$  de manière à ce que le volume massique  $v_0$  reste supérieur ou égal à  $2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ .

6. Dans quelle zone du diagramme faut-il éviter de placer le point représentatif du système de manière générale pour éviter une forte augmentation de la pression lors d'un échauffement éventuel du lieu de stockage ?

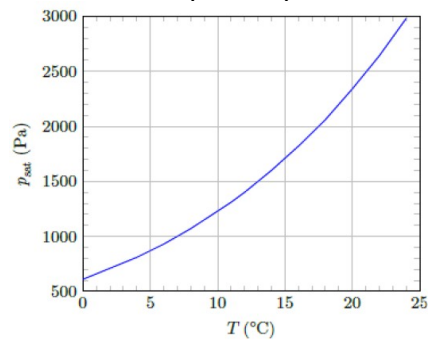
En reprenant le raisonnement pour une température quelconque, on voit que P augmente nettement moins vite « coté gaz » que « coté liquide » de la courbe de saturation. On fixe alors comme règle de sécurité un volume massique du système de stockage qui reste supérieur au volume massique du point critique pour éviter les accidents en cas d'incendie.

**Exercice 11 : Air humide.**

L'air renferme toujours une proportion d'eau vapeur, on le qualifie d'air humide et on le caractérise par :

- Son humidité absolue  $x = \frac{m_v}{m_{as}}$  où  $m_v$  est la masse d'eau vapeur et  $m_{as}$  la masse d'air sec dans un volume  $V$  quelconque d'air humide.
- Son humidité relative (ou degré hygrométrique) à la température  $T$  défini par  $\tau = \frac{p_v}{p_{sat}(T)}$  où  $p_v$  est la pression partielle en eau dans la phase gaz et  $p_{sat}(T)$  la pression de vapeur saturante de l'eau à la température  $T$ .

On donne ci dessous la courbe donnant l'évolution de  $P_{sat}$  en fonction de la température pour l'eau.



Dans la suite, l'air humide sera étudié comme un mélange de deux gaz parfaits : l'air sec (indice as) et la vapeur d'eau (indice v). La pression totale  $p$  de l'air humide est considérée constante égale à  $p_{tot}=1,013\text{bar}$ .

On note  $M_{as}$  et  $M_v$  les masses molaires de l'air sec et de l'eau.

1. Montrer que  $x = \frac{M_v}{M_{as}} \frac{p_v}{p - p_v}$ . Calculer la valeur maximale de l'humidité absolue  $x_{sat}$  pour  $T_0=20^\circ\text{C}$ .

L'humidité absolue s'exprime  $x = \frac{m_v}{m_{as}}$ , on applique la LGP pour les deux gaz  $m_v = M_v \frac{Rp_v}{T}$  et

$m_{as} = M_{as} \frac{Rp_{as}}{T}$  avec la pression totale qui s'exprime  $P = p_v + p_{as}$ , on obtient bien la relation donnée.

La valeur maximale de  $p_v$  est  $p_{sat}(T_0)=2,4.10^3\text{Pa}$  ce qui donne une humidité absolue maximale de

$x_{max} = \frac{M_v}{M_{as}} \frac{p_{sat}(T_0)}{p - p_{sat}(T_0)} = 1,5.10^{-2}$  ce qui n'est pas très parlant, on comprend pourquoi on préfère

généralement parler de l'humidité relative.

On considère une chambre hermétiquement fermée de volume  $V=40\text{m}^3$  occupée par une personne qui se couche à 22h. La température de la pièce est de  $18^\circ\text{C}$  et l'humidité relative est de 50%. La température descend au cours de la nuit pour atteindre une température de  $16^\circ\text{C}$  à 8h du matin. En moyenne, un être humain produit par la respiration un débit d'eau vapeur  $d$  de l'ordre de  $50\text{g.h}^{-1}$ .

2. A son lever, l'occupant constate-t-il de la « condensation » d'eau dans la chambre ?

Il y a 50% d'humidité relative à la température de  $18^\circ\text{C}$  ce qui donne une pression en eau dans l'état initial de

$P_i \approx 1.10^3\text{Pa}$ . La quantité de matière d'eau en phase vapeur est alors (LGP)  $n_i = \frac{P_i V}{T_i}$

L'humain produit une quantité de matière d'eau par sa respiration  $\delta n = \frac{d}{M} * \delta t$

A la fin de la nuit, la pression partielle en vapeur d'eau est donc (LGP)

$P_f = (n_i + \delta n) \frac{RT_f}{V} = P_i \frac{T_f}{T_i} + \frac{d \delta t}{M} \frac{RT_f}{V}$  l'application numérique donne  $P_f = 2,67.10^3 \text{Pa} > P_{sat}(T_f)$  donc de la

condensation apparaîtra dans la pièce.

Certaines personnes sont réticentes à aérer lors des journées humides où l'air extérieur est froid et saturé en vapeur d'eau. Considérons une pièce initialement à la température  $20^\circ\text{C}$  et saturée en vapeur d'eau. L'air extérieur est à la température  $10^\circ\text{C}$  et est aussi saturé en vapeur d'eau. On renouvelle entièrement l'air de la pièce avec courant d'air et on ramène la température à la valeur de  $20^\circ\text{C}$ .

3. Déterminer l'humidité relative de l'air dans la pièce après aération. Conclure.

Lors du renouvellement de l'air dans la pièce, la pression en vapeur sera la pression de vapeur saturante à  $10^\circ\text{C}$  soit  $P_s(10^\circ\text{C})=1,2.10^3\text{Pa}$ .

Après avoir chauffé la pièce jusqu'à  $20^\circ\text{C}$ , on observe que  $P_s(20^\circ\text{C})=2,4.10^3\text{Pa}$ , alors que la pression en vapeur d'eau est restée la même qu'avant chauffage, on obtient donc une humidité relative de 50%. Il faut donc toujours renouveler l'air dans une pièce au moment le plus « frais » de la journée, même si il pleut dehors.