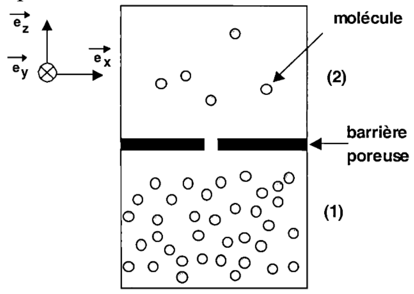
Problème 1 : Enrichissement de l'uranium.

L'uranium naturel est un mélange de deux isotopes principaux : l'uranium-238 (99,28%) et l'uranium-235 (0,714%). Le seul isotope fissile est l'uranium-235. On améliore le rendement de la réaction de fission exploitée dans les centrales nucléaires en enrichissant le combustible en uranium-235. Une fois extrait du sol, le minerai d'uranium est transformé chimiquement en hexafluorure d'uranium UF_6.



On considère le système composé de deux compartiments présentant chacun un volume V de la figure ci-contre. L'espace est rapporté au trièdre de vecteurs unitaires $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ dont $\vec{e}_z$ est la normale orientée du compartiment (1) vers le compartiment (2). Le trou est petit d'aire S et le gaz se détend en passant du compartiment (1) vers le compartiment (2) en restant proche d'un état d'équilibre. Tout mouvement macroscopique est négligé.

On note $N_1(t)$ le nombre de particules dans (1) et $N_2(t)$ le nombre de particules dans (2) à l'instant t, et on adopte un modèle simplifié de molécules présentant toute la même vitesse de norme égale à la vitesse quadratique moyenne u* et présentant statistiquement 1/6 de chance d'être orientée selon les directions et sens associés à la base cartésienne décrite.

1. Rappeler la définition de la température cinétique d'un gaz parfait monoatomique. Etablir alors l'expression de la vitesse quadratique moyenne $u^* = \sqrt{3\dfrac{RT}{M}}$.
2. En explicitant proprement le raisonnement, exprimer le nombre $\delta N_{1\to 2}(t)$ de molécules passant du compartiment (1) vers le compartiment (2) pendant une durée élémentaire δt. Exprimer par analogie $\delta N_{2\to 1}(t)$.
3. Faire un bilan de particules sur le compartiment 1 entre t et t+δt puis sur le compartiment 2 pour établir le système d'équations différentielles vérifié par $N_1(t)$ et $N_2(t)$: $\begin{cases} \dfrac{dN_1}{dt} = -\dfrac{Su^*}{6V} N_1(t) + \dfrac{Su^*}{6V} N_2(t) \\ \dfrac{dN_2}{dt} = -\dfrac{Su^*}{6V} N_2(t) + \dfrac{Su^*}{6V} N_1(t) \end{cases}$
4. Résoudre ce système en prenant pour condition initiale $N_1(t=0)=N_O$ et $N_2(t=0)=0$. Définir la durée caractéristique τ de ce phénomène d'effusion et exprimer la en fonction de S, u*et V puis en fonction de S, V, R, T et M.
5. Faire l'application numérique (puis convertir en année) pour un trou circulaire de rayon r=0,01µm, un volume V=32L, une température T=403K, et un gaz présentant une masse molaire $M=352g.mol^{-1}$. Conclure.
6. Déterminer Φ le nombre de particules traversant l'orifice de surface S en une seconde si on maintient la densité de molécules quasi-nulle dans (2) et égale à une constante $n^*=N_O/V$ dans (1). Exprimer le en fonction de N_O, V, S et u* puis en fonction de n*, M, T, R et S.

Deux gaz sont initialement placés dans le compartiment (1), ${}^{235}UF_6$ de masse molaire $M_5=349g.mol^{-1}$ et de densité particulaire n_5^* et ${}^{238}UF_6$ de masse molaire $M_8=352g.mol^{-1}$ et de densité particulaire n_8^*.

7. Exprimer et calculer le rapport τ_8/τ_5 des temps caractéristiques d'effusion des deux gaz. Commenter cette valeur en expliquant brièvement comment il est possible d'enrichir un mélange en ${}^{235}UF_6$ à l'aide de ce procédé.

Le taux d'enrichissement η_e pour un étage est donné par le rapport des coefficients de richesse du gaz diffusé Φ_5/Φ_8 et de richesse du gaz initial n_5^*/n_8^*.

8. Exprimer littéralement η_e évaluer le numériquement et commenter.
9. Déterminer P le nombre d'étages d'enrichissement qu'il faut placer en cascade pour passer d'un taux initial $R_O=0,73\%$ à un taux final $R_f=4\%$ si on suppose que chaque étage présente un taux d'enrichissement η_e constant.

Problème 2 : Stockage de l'ammoniac.

L'ammoniac NH_3 est un des composés les plus synthétisés au monde. Outre ses propriétés de réfrigérant, il sert à la synthèse de nombreux autres composés dont ceux de fort tonnage utilisés comme engrais. Ce gaz incolore est irritant, il possède une odeur piquante, il brûle les yeux et les poumons. Sa masse molaire est de 17,0g.mol^{-1}.

1. On s'intéresse dans un premier temps au diagramme (P,T) de l'ammoniac, donné en annexe 1 de ce devoir. Sur ce diagramme :
    a. Identifier les domaines des phases solide liquide et gaz.
    b. Indiquer les noms complets et les propriétés des points T et C.
    c. Effectuer la lecture graphique précise et justifiée des couples (P,T) pour ces deux points.

2. On s'intéresse maintenant au diagramme de Clapeyron (P,v) de l'ammoniac, donné en annexe 2 de ce devoir. Sur ce diagramme :
    a. Indiquer où se trouve le point critique C. La pression correspondante est-elle cohérente avec la lecture sur le diagramme (P,T) ? Lire le volume massique v_C du point critique.
    b. Identifier les deux courbes se rejoignant en C en précisant leur rôle.
    c. Indiquer les phases présentes dans le système en fonction de la position sur ce diagramme.

3. On s'intéresse au stockage de l'ammoniac dans une usine chimique, dans une citerne de 40m^3 ne contenant que de l'ammoniac pur (pas d'air) à la température de stockage T_O=20°C pour laquelle la pression de vapeur saturante est donnée par $P_{sat}(T_O)$=8,6bar.
    a. Placer sur le diagramme de Clapeyron le point L représentatif d'une phase liquide à la température T_O. Faire la lecture graphique de v_L le volume massique de l'ammoniac liquide à 20°C.
    b. Placer sur le diagramme de Clapeyron le point V représentatif d'une phase gaz à la température T_O. Faire la lecture graphique de v_V le volume massique de l'ammoniac gaz à 20°C.

4. On donne pour l'ammoniac liquide le coefficient de dilatation isobare α=3.10^{-4}K^{-1} et le coefficient de compressibilité isotherme χ_T=5.10^{-10}Pa^{-1}.
    a. Exprimer la variation relative du volume massique de la phase gaz lorsqu'on passe de la pression $P_{Sat}(T_O)$ à la pression P=800bars. En déduire l'allure de l'isotherme d'Andrews à 20°C sur le domaine du liquide.
    b. Rappeler l'allure de l'isotherme d'Andrews à 20°C sur le domaine sous la courbe de saturation.

5. On prend un modèle de gaz parfait pour la phase gaz.
    a. Exprimer le volume massique de la phase gaz dans le modèle du gaz parfait. Faire l'application numérique dans les conditions de température et de pression du point V et comparer à la valeur lue précédemment. On donne la masse molaire M=17g.mol^{-1}. Conclure.
    b. D'après le modèle du gaz parfait, quelle est l'allure de l'isotherme d'Andrews dans le domaine du gaz ?

6. En tenant compte des observations précédentes, tracer l'isotherme d'Andrews à la température T_O. Tracer l'allure de l'isotherme d'Andrews à la température critique T_C.

7. On envisage qu'un accident dans la zone de stockage de la citerne entraine une augmentation de la température ambiante de la citerne de T_O à une température $T_1>T_C$.
    a. La citerne étant fermée et indéformable, caractériser la transformation subie par l'ammoniac lors de l'augmentation de la température.
    b. Expliquer alors pourquoi on impose pour des questions de sécurité que le volume massique de l'ammoniac dans la citerne reste supérieur à v_C.

8. On suppose que l'ammoniac est stocké dans la citerne avec un volume massique v_M=1,0.10^{-2}m^3.kg^{-1}.
    a. La condition de sécurité précédemment énoncée est-elle respectée ?
    b. Indiquer la masse d'ammoniac stockée dans la citerne.
    c. Exprimer et évaluer la fraction massique en phase liquide et la fraction massique en phase gaz pour l'ammoniac dans la citerne.

NOM : **Prénom**

ANNEXE 1 :

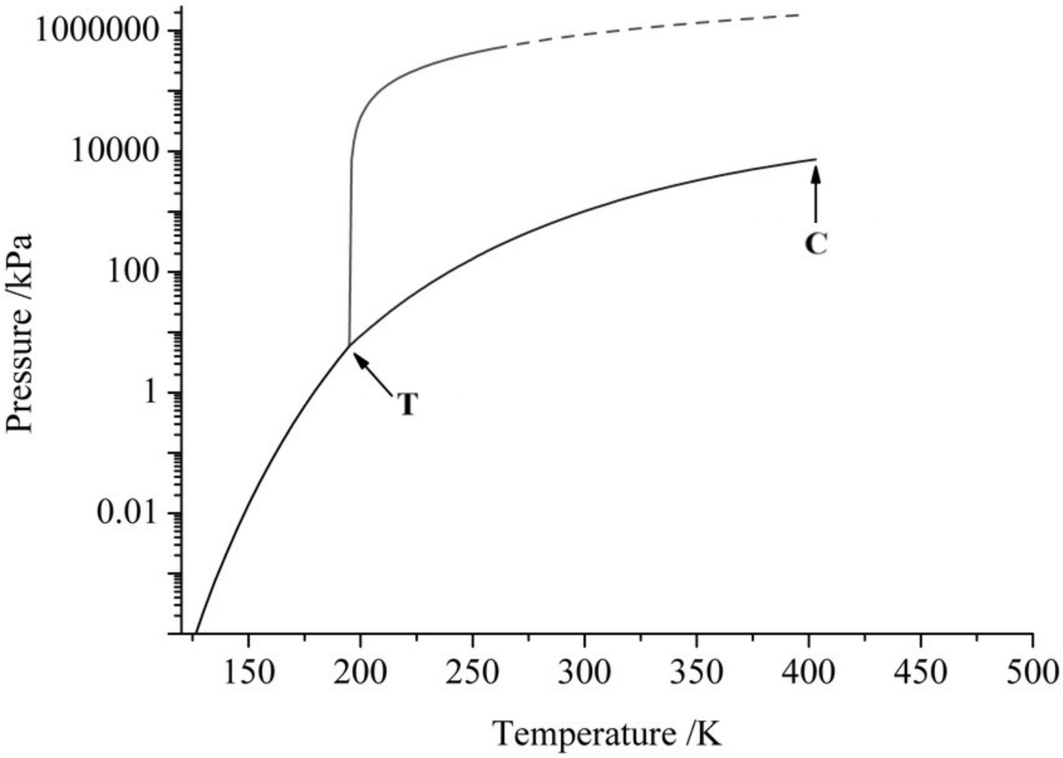


Diagramme (P,T) de l'ammoniac NH_3.

ANNEXE 2 :

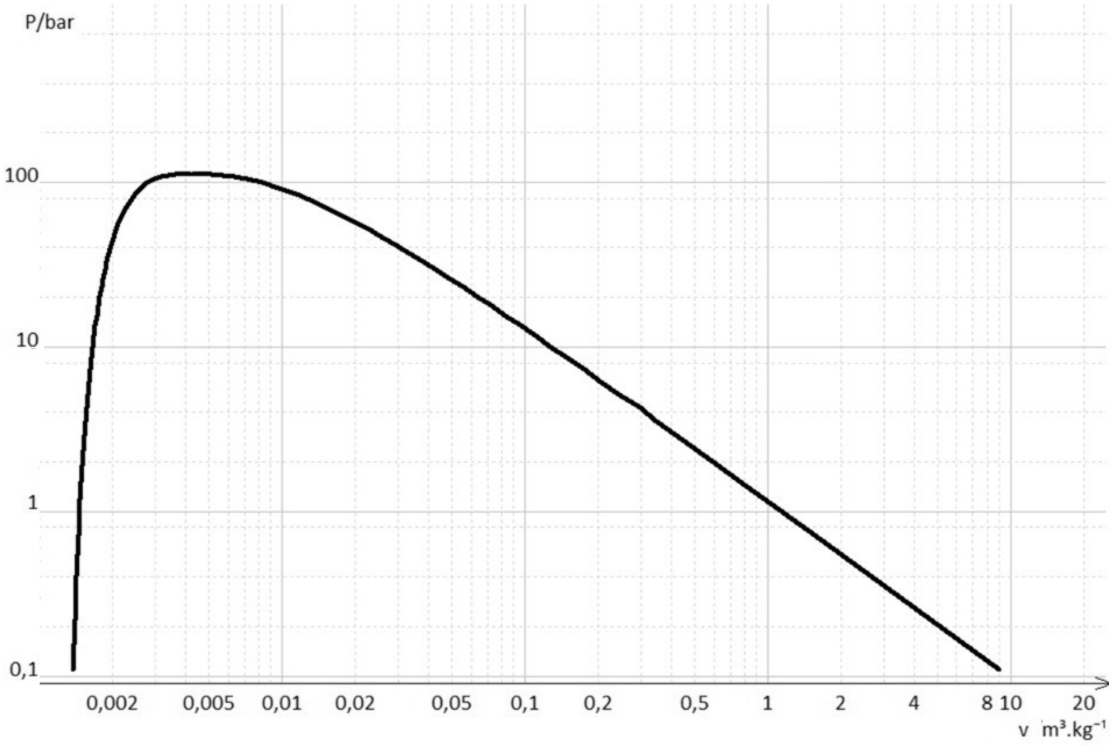


Diagramme (P,v) de l'ammoniac NH_3.