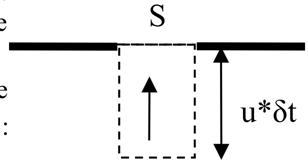
Problème 1 : Enrichissement de l'uranium.

1. La température cinétique est par définition reliée à l'énergie cinétique moyenne d'un atome constitutif d'un gaz monoatomique parfait par la relation $\langle E_C \rangle = \frac{3}{2} k_B T$.

D'autre part la vitesse quadratique moyenne est reliée à l'énergie cinétique moyenne de cet atome par la relation $\langle E_C \rangle = \frac{1}{2} m (u^*)^2$ d'où $u^* = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

2. Les particules qui vont passer par le trou d'aire S pendant une durée δt sont ceux qui présentent une vitesse orientée vers le trou et qui auront le temps d'atteindre le trou dans la durée δt.



Leur vitesse est orientée selon $\vec{e}_z$, ils sont situés dans le cylindre de base S et de hauteur u*δt.Le gaz est homogène dans le compartiment (1), il y a donc : $N_1 \frac{Su^* \delta t}{V}$ particules dans le volume désigné. Par isotropie, il y a 1/6 des particules qui présentent une vitesse orientée vers S.

On obtient alors : $\boxed{\delta N_{1\to 2} = \frac{Su^* \delta t}{6V} N_1(t)}$ et de même, on a : $\boxed{\delta N_{2\to 1} = \frac{Su^* \delta t}{6V} N_2(t)}$

3. On obtient pour bilan de particules dans le compartiment (1) entre les instants t et t+δt :

$N_1(t+\delta t) - N_1(t) = -\delta N_{1\to 2} + \delta N_{2\to 1}$ Par DL1 : $N_1(t+\delta t) - N_1(t) = \frac{dN_1}{dt}.\delta t$

d'où les ED $\boxed{\frac{dN_1}{dt} = -\frac{Su^*}{6V} N_1(t) + \frac{Su^*}{6V} N_2(t)}$ (1) et $\boxed{\frac{dN_2}{dt} = \frac{Su^*}{6V} N_1(t) - \frac{Su^*}{6V} N_2(t)}$ (2)

4. En sommant (1) et (2), on obtient pour S(t)=N_1(t)+N_2(t) : $\frac{dS}{dt} = 0$ce qui donne S(t)=N_O

En soustrayant (2) à (1), on obtient pour D(t)=N_1(t)-N_2(t) : $\frac{dD}{dt}(t) + \frac{Su^*}{3V} D(t) = 0$

Ce qui donne avec les C.I.$D(t) = N_O \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ Où $\boxed{\tau = \frac{3V}{Su^*}}$

On obtient alors : $\boxed{N_1(t) = \frac{S+D}{2} = \frac{N_O}{2}\left(1+\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)}$ $\boxed{N_2(t) = \frac{S-D}{2} = \frac{N_O}{2}\left(1-\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)}$

La durée caractéristique du phénomène est : $\boxed{\tau = \frac{3V}{Su^*} = \frac{V}{S}\sqrt{\frac{3M}{RT}}}$

5. A.N : $\boxed{\tau = 1{,}8.10^{12}\, s = 5{,}7.10^{4}\, ans}$ Le phénomène d'effusion gazeuse s'effectue dans ces conditions de manière extrêmement lente ce qui valide (très) largement le fait que les compartiments (1) et (2) soient proches d'états d'équilibre thermodynamique.
6. Si on prend une durée δt de une seconde (très petite devant τ) et qu'on suppose maintenues N_1=N_O et N_2=0, le nombre de particules passant le trou par seconde s'exprime : $\boxed{\delta N_{1\to 2} - \delta N_{2\to 1} = \Phi = \frac{Su^*}{6V} N_O = \frac{Sn^*}{2}\sqrt{\frac{RT}{3M}}}$
7. On obtient pour le rapport des temps caractéristiques : $\boxed{\frac{\tau_8}{\tau_5} = \sqrt{\frac{M_8}{M_5}} = 1{,}004}$ $^{235}UF_6$diffuse donc (vraiment un tout petit peu) plus vite que $^{238}UF_6$vers le compartiment (2) dans lequel le gaz sera enrichi en $^{235}UF_6$.
8. Le taux d'enrichissement est$\frac{\Phi_5}{\Phi_8} = \frac{n_5^*}{n_8^*}\sqrt{\frac{M_8}{M_5}}$on obtient $\boxed{\eta_e = \sqrt{\frac{M_8}{M_5}} = 1{,}004}$ l'enrichissement est de 0,4%.
9. Avec P étages d'enrichissement en cascade on obtient un taux d'enrichissement $\eta_P = \eta_e^P = \left(\frac{M_8}{M_5}\right)^{\frac{P}{2}}$

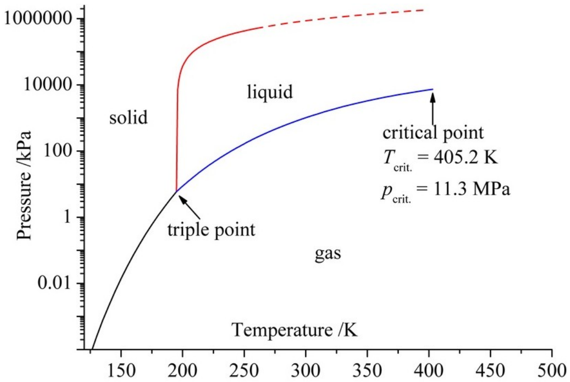
On souhaite obtenir un taux de 4% à partir d'un taux initial de 0,73% il faut$\eta_P = \frac{R_F}{R_O}$D'où : $\boxed{p = \frac{2\ln\left(\frac{R_F}{R_O}\right)}{\ln\left(\frac{M_8}{M_5}\right)}}$

A.N : $\boxed{p = 397{,}5}$ Il faudra donc 398 étages pour obtenir le taux d'$^{235}UF_6$ voulu.

Problème 2 : stockage de l'ammoniac.

1. Le diagramme a l'allure suivante :

a.



b. T est le point triple, donnant les conditions de température et de pression rendant possible l'observation des trois phases (solide, liquide, gaz) dans le même système. C est le point critique, au-delà duquel la transition liquide-gaz n'est plus observée par un système diphasé mais donne lieu à une évolution continue des caractéristiques d'un fluide qu'on qualifie alors de super-critique.

c. On lit une distance de 1,7cm entre T=150K et T_T, et une distance de 10cm entre T=150K et T=500K, on en déduit par exploitation de l'échelle linéaire.

$\boxed{T_T = 150 + \frac{1,7}{10}(500-150) = 210K}$, de même $\boxed{T_C = 150 + \frac{8,2}{10}(500-150) = 402K}$

On lit une distance de 3,6cm entre $P=10^{-1}$Pa et P_T, et une distance de 7,6cm entre $P=10^{-1}$Pa et $P=10^9$Pa, on en déduit par exploitation de l'échelle log.

$log\frac{P_T}{10^{-1}} = \frac{3,6}{7,6}\log\frac{10^9}{10^{-1}}$ d'où $\boxed{P_T = 10^{-1+10\frac{3,6}{7,6}} = 5,5.10^3\,Pa}$ de même $\boxed{P_C = 10^{-1+10\frac{6,0}{7,6}} = 7,8.10^8\,Pa}$

<u>*On voit que la lecture est très imprécise sur l'échelle log.*</u>

2. Le diagramme a l'allure suivante :

a. On lit par l'exploitation de l'échelle log $\boxed{P_C = 10^{-1+3\frac{6,4}{6,3}} = 1,1.10^2\,bar = 1,1.10^7\,Pa}$ plus conforme à la valeur réelle. A nouveau par échelle log $log\frac{v_c}{2.10^{-3}} = \frac{1,1}{11,4}\log\frac{10}{2.10^{-3}}$ alors $\boxed{v_c = 2.10^{-3+\frac{1,1}{11,4}\log\left(\frac{10}{2.10^{-3}}\right)} = 4,5.10^{-3}\,m^3.mol^{-1}}$

b. En C se rejoignent les courbes de rosée (« à droite ») donnant les caractéristiques de la phase vapeur saturante en équilibre avec le liquide, et d'ébullition (« à gauche ») donnant les caractéristiques de la phase liquide saturante en équilibre avec le gaz.

c. Voir le diagramme.

3. Toujours sur le diagramme (a) et (b) On place l'isobare 8,6 bar à l'aide de l'échelle logarithmique, puis on lit les volumes massiques par l'échelle logarithmique (où grossièrement à l'œil, parce que les calculs sont toujours les mêmes) $\boxed{v_L = 1,7.10^{-3}\,m^3.mol^{-1}}$ et $\boxed{v_V = 1,5.10^{-1}\,m^3.mol^{-1}}$.

4. …

a. On exploite la définition du coefficient de compressibilité isotherme : $\chi_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$

Ce qui donne $\chi_T dP = -\frac{1}{V}dV$ et par ordre de grandeur $\chi_T \Delta P = -\ln\left(1+\frac{\Delta V}{V_L}\right) \xrightarrow{DL1} -\frac{\Delta V}{V_L}$

Finalement : $\boxed{\frac{\Delta V}{V_L} \approx -\chi_T \Delta P = -4.10^{-2}}$ soit une variation de 4% très faible.

Une isotherme d'Andrews sur le domaine du liquide suit donc une évolution à volume quasi-constant, donc une droite quasiment verticale (décroissante).

b. Sous la courbe de saturation, les états d'équilibre liquide-vapeur se trouvent à la pression de vapeur saturante lorsque la température est fixée. L'isotherme d'Andrews est alors une droite horizontale.

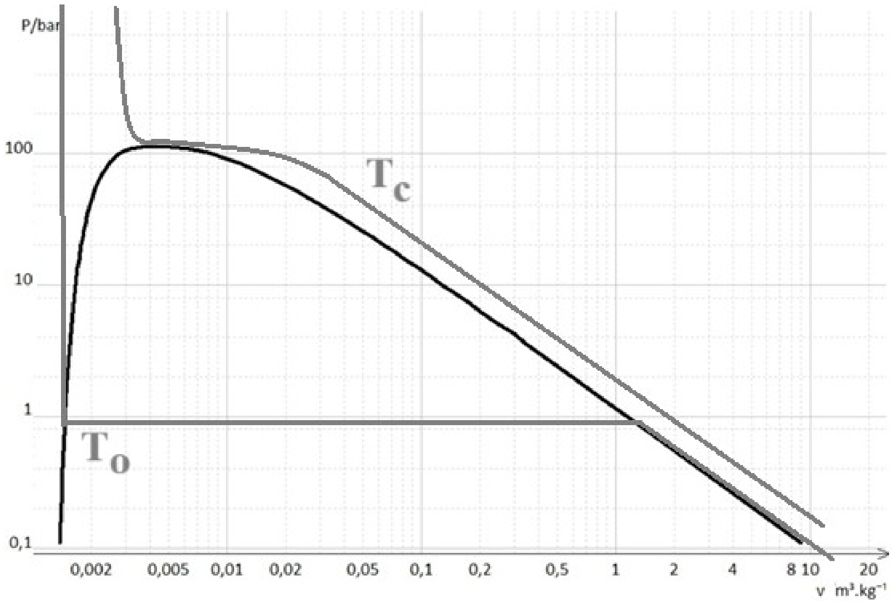
5. Modèle gaz parfait…

a. A partir de la loi des gaz parfaits, on écrit $PV = nRT$ puis $n = {}^{m}/_{M}$ et $v = {}^{V}/_{m}$ d'où $\boxed{v = \frac{RT}{MP}}$

On obtient $\boxed{v = 1,66.10^{-1}\,m^3.kg^{-1}}$ qu'il faut comparer à la valeur lue précédemment $\boxed{v_V = 1,5.10^{-1}\,m^3.mol^{-1}}$ ce qui donne un écart de l'ordre de 10% qui peut être attribuer à une erreur d'estimation par la lecture graphique sur l'échelle log ou à un écart du gaz réel par rapport au modèle du gaz parfait.

b. Dans Le modèle du GP, l'allure d'une isotherme d'Andrews en double échelle linéaire est une hyperbole associée à la loi en inverse P=A/V, en échelle log-log, on observerait une droite de pente égale à -1.

6. On obtient l'allure suivante :



7. Chauffe accidentelle :

a. La transformation dans la citerne se fait à volume constant, elle est donc isochore.

b. Si le volume massique de l'ammoniac est inférieur à v_c une augmentation de température à $T_1 > T_C$ implique une augmentation de pression très importante (par exemple pour une température T_C et un volume massique de $0{,}003 m^3.kg^{-1}$ la pression serait de 200 bars) alors que la même chauffe implique une augmentation de pression moins importante (par exemple pour une température T_C et un volume massique de $0{,}1 m^3.kg^{-1}$ la pression serait de 20 bars). On maintient donc le volume massique au dessus de la valeur v_c pour éviter que la pression dans la citerne augmente de manière trop importante, ce qui pourrait entrainer son explosion.

8. Avec un volume massique $v_M = 1{,}0.10^{-2} m^3.kg^{-1}$.

a. Le volume massique choisi est clairement au dessus de v_C, le critère précédent est bien vérifié.

b. La citerne présente un volume $V = 40 m^3$ et un volume massique v_M, la masse d'ammoniac dans la citerne est alors $\boxed{m = V / v_M = 4{,}0.10^3 kg}$.

c. On exploite le caractère extensif du volume pour obtenir $V = V_L + V_V$ ce qui donne $mv_M = m_L v_L + m_V v_v$

Finalement les fractions massiques w_L et w_V vérifient le système $\begin{cases} v_M = w_L v_L + w_V v_v \\ 1 = w_L + w_V \end{cases}$

On en déduit $\boxed{w_L = \dfrac{v_V - v_M}{v_V - v_L} ; w_V = \dfrac{v_M - v_L}{v_V - v_L}}$ les A.N donnent : $\boxed{w_L = 0{,}34 ; w_V = 0{,}66}$