

Exercice 1 : déviation de la lumière par le Soleil.

1. Les réponses sont regroupées dans le tableau ci-dessous :

Dimension	Symbole	Unité S.I.
Longueur	L	mètre (m)
Masse	M	kilogramme (kg)
Temps	T	seconde (s)
Température	Θ	kelvin (K)
Intensité électrique	I	ampère (A)
Quantité de matière	N	mole (mole)
Intensité lumineuse	J	candela (cd)

2. Le rayon R_s du Soleil est une longueur. $[R_s] = L$; La masse du Soleil a pour dimension $[M_s] = M$

3. Le périmètre P d'un cercle s'exprime en fonction du rayon R par la relation $P = 2\pi R$.

La dimension de l'angle de valeur 2π en radian est alors $[\theta = 2\pi]_{\text{radian}} = \frac{[P]}{[R]} = \frac{L}{L} = \emptyset$

Un angle est donc un objet physique sans dimension.

4. En mécanique, la vitesse est la dérivée de la position au cours du temps : $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$; $v_x = \frac{dx}{dt}$

La dimension de c la vitesse de la lumière dans le vide est donc $[c] = [v_x] = \frac{[x]}{[t]} = \frac{L}{T}$

La valeur numérique de la vitesse de la lumière est $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

5. A l'aide de la seconde loi de Newton : $m\vec{a}_M = \sum \vec{F}_M$ et à l'aide de la définition de l'accélération $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$; on établit la dimension d'une force $[F] = [m][a] = M L T^{-2}$

Dans le système international, la norme d'une force s'exprime en Newton (N). $1 N = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

6. On reprend l'expression et on en déduit que $[F] = \frac{[G][m_1][m_2]}{[r]^2}$

Alors $M L T^{-2} = [G] M^2 L^{-2}$ on obtient finalement $[G] = L^3 T^{-2} M^{-1}$

7. On mène l'analyse dimensionnelle pour aboutir à $[\theta] = [G]^\alpha [M_s]^\beta [R_s]^\gamma [c]^\delta$

D'après les questions précédentes $\emptyset = L^0 M^0 T^0 = L^{3\alpha+\gamma+\delta} M^{-\alpha+\beta} T^{-2\alpha-\delta}$ d'où le système
$$\begin{cases} 3\alpha + \gamma + \delta = 0 \\ -\alpha + \beta = 0 \\ -2\alpha - \delta = 0 \end{cases}$$

8. On part de l'hypothèse $\alpha = 1$; on en déduit $\begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 1 \\ \gamma = -1 \\ \delta = -2 \end{cases}$ et $\theta = K \frac{G M_s}{R_s c^2}$

9. Les évaluations numériques donnent $\theta = 8,47 \cdot 10^{-6} \text{ rad} = 4,85 \cdot 10^{-4} \text{ degrés} = 1,75''$ ce qui est une valeur très petite.

Exercice 2 : le coté obscur du verre.

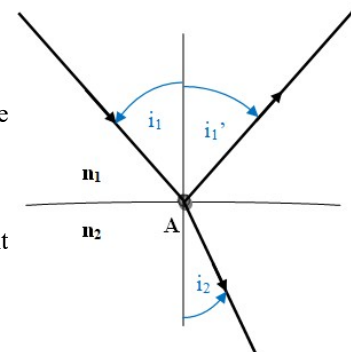
Partie A : lumière entrant par le bord de la plaque

1. Les lois de Snell-Descartes (LSD) pour la réflexion s'énoncent alors :

- Le rayon réfléchi appartient au plan d'incidence.
- Le rayon réfléchi est symétrique du rayon incident. L'angle i_1' de réflexion et l'angle i_1 d'incidence sont liés par la relation $i_1' = -i_1$

Les lois de Snell-Descartes (LSD) pour la réfraction s'énoncent alors :

- Le rayon réfracté appartient au plan d'incidence.
- L'angle de réfraction i_2 et l'angle d'incidence i_1 vérifient $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$



2. A la face d'entrée (Σ_e), on passe de l'air d'indice optique unitaire au verre d'indice optique $n > 1$.

Dans LSD $\sin \theta = n \sin \theta_1$; on en déduit que $\theta > \theta_1$ et que l'angle d'incidence θ prendra ses valeurs dans $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ pendant que l'angle de réfraction prendra ses valeurs dans $\left[0; \theta_L < \frac{\pi}{2}\right]$

Conclusion : l'angle θ_1 est nécessairement inférieur à un angle θ_L vérifiant $\sin \frac{\pi}{2} = n \sin \theta_L$

On en déduit $\theta_L = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$ A.N : $\theta_L = 7,30.10^{-1} \text{ rad} = 41^\circ 49'$

3. A l'aide de la géométrie du triangle, on obtient que l'angle d'incidence i_1 en I_1 vérifie $i_1 + \theta_1 + \pi/2 = \pi$ on en déduit que $i_1 = \pi/2 - \theta_1$. Puisque $\theta_1 < \theta_L$; $i_1 > \pi/2 - \theta_L$

L'application numérique donne $i_1 > 48^\circ 51' > \theta_L$

Sur l'interface (Σ_{sup}) depuis le verre vers l'air, il ne peut y avoir réfraction que si $i_1 < \theta_L$, et on vient de montrer que cet angle vérifie nécessairement $i_1 > 48^\circ 51' > \theta_L$. Il ne peut donc pas y avoir de rayon réfracté.

Conclusion : il y a nécessairement réflexion totale en I_1 .

4. A l'aide d'un schéma mettant en œuvre la LSD sur la réflexion, on montre que les angles d'incidence et de réflexion en I_2 et en tous les points I_k où une réflexion a lieu sur l'interface verre $\rightarrow$ air sont tous égaux à i_1 .

Par le même raisonnement qu'en I_1 à la question précédente, on en déduit que le rayon lumineux connaîtra une succession de réflexions totales alternativement sur les dioptrés inférieur (Σ_{inf}) et supérieur (Σ_{sup}).

5. Le rayon lumineux subissant des réflexions totales à chaque fois qu'il arrive sur les faces (Σ_{inf}) et supérieur (Σ_{sup}), il ne peut émerger que par le dioptré de sortie (Σ_s).

En poursuivant sur le même schéma à l'aide des lois de Snell Descartes sur la réflexion et de la géométrie dans le triangle, on montre que l'angle d'incidence sur la face (Σ_s) est θ_1 .

Par les LSD sur l'interface de sortie on obtient finalement que l'angle de réfraction en sortie est égal à θ , identique à l'angle d'incidence en entrée.

Partie B : lumière entrant par les faces inférieur ou supérieur de la plaque

6. On obtient la figure ci contre.

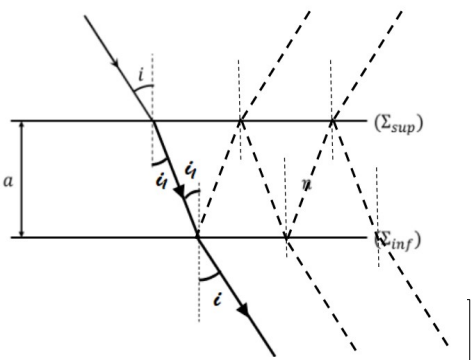
7. L'angle de réfraction sur la face (Σ_{sup}) est lié à l'angle d'incidence par LSD $\sin i = n \sin i_1$

L'angle d'incidence sur la face (Σ_{inf}) est alterne interne avec l'angle de réfraction sur la face (Σ_{sup}), il est donc égale à i_1 .

Pour finir on applique LSD sur la face inférieure. Notons alors i' l'angle de réfraction sur cette face : $\sin i' = n \sin i_1 = \sin i$

L'angle de réfraction sur (Σ_{inf}) est égale à l'angle d'incidence sur (Σ_{sup}).

Ainsi le rayon réfracté à travers (Σ_{inf}) sera parallèle au rayon incident sur (Σ_{sup})



8. Lorsqu'on passe du verre vers l'air, lorsque l'angle d'incidence dépasse la valeur limite θ_L on observe un phénomène de réflexion totale.

Il est logique que la réflectance prenne une valeur unitaire sur la plage d'angle $\left[\theta_L, \frac{\pi}{2}\right]$.

En appliquant une loi d'échelle : $90^\circ \Leftrightarrow 6 \text{ cm}$ on obtient $\theta_L = 41^\circ 15'$ ce qui correspond bien aux incertitudes de mesure près sur la courbe à la valeur obtenue en question 2.

9. On exploite la courbe à l'aide d'une loi d'échelle $1 \Leftrightarrow 4,5 \text{ cm}$
 $R_{10}(\theta_i = 0) = R_{01}(\theta_i = 0) \Leftrightarrow 0,2 \text{ cm}$

On en déduit que $R_{10}(\theta_i = 0) = R_{01}(\theta_i = 0) \approx 5\%$

Il y a donc une proportion de 5 % de la lumière qui est réfléchi sur (Σ_{sup}).

Les 95 % restant sont transmis. 5 % de ces 95 % sont réfléchis sur (Σ_{inf}) et 95 % de ces 95 % est transmise.

Conclusion : Sur l'intensité lumineuse incidente 5 % est réfléchi sur (Σ_{sup}) ; 4,75 % est réfléchi sur (Σ_{inf}) et 90,25 % est transmise à travers la plaque en verre.

10. Avec l'étude précédente et la proportion de 84,5 % fournie, on devine que la proportion de lumière qui reste dans la plaque à chaque réflexion sur les faces (Σ_{sup}) et (Σ_{inf}) est faible. L'effet sera d'autant plus grand que le nombre de réflexion dans la plaque sera grand.

Il y aura finalement très peu de lumière sur le dioptré (Σ_s) en provenance des faces (Σ_{sup}) et (Σ_{inf})

11. Le raisonnement est le même qu'en question 3. L'angle d'incidence sur les faces (Σ_{sup}) et (Σ_{inf}) est compris dans $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$; l'angle de réfraction compris dans $\left[0; \theta_L\right]$ alors l'angle d'incidence sur le dioptré de sortie (Σ_s) sera compris dans l'intervalle $\left[i_L = \frac{\pi}{2} - \theta_L; \frac{\pi}{2}\right]$ ce qui arrivera comme en question 3 que le rayon sera totalement réfléchi.

Le peu de lumière qui arrivera sur (Σ_s) en provenance des faces (Σ_{sup}) et (Σ_{inf}) sera totalement réfléchi.

Partie C : couleur observée au bord de la plaque.

12. A l'aide d'un schéma, pour chaque portion de rayon lumineux de longueur d_k entre les faces (Σ_{sup}) et (Σ_{inf}), correspondant à un déplacement de longueur l_k le long de la plaque, on montre que $l_k = d_k \cos \theta_1$. La distance totale parcourue est la somme des longueurs de chaque portion du rayon lumineux

$$d = \sum_k d_k = \sum_k \frac{l_k}{\cos \theta_1} = \frac{1}{\cos \theta_1} \sum_k l_k \text{ et comme } \sum_k l_k = L, \text{ on obtient bien } d = \frac{L}{\cos \theta_1}$$

On en déduit que $d_{\min} = L$ et que $d_{\max} = \frac{L}{\cos \theta_L}$. Mais on sait que $\sin \theta_L = \frac{1}{n}$ et on en déduit que $\cos \theta_L = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}$

Finalement : $d_{\min} = L$ et $d_{\max} = \frac{nL}{\sqrt{n^2 - 1}}$; les Applications Numériques donnent $d_{\min} = 70 \text{ cm}$ et $d_{\max} = 94 \text{ cm}$

13. Lorsque la lumière se propage dans le verre ordinaire, on observe un coefficient d'absorption relativement fort. Plus le rayon lumineux est long plus cet effet est important. Les rayons lumineux sortant des bords de la plaque ont parcouru des distances de l'ordre de la longueur de la plaque suffisamment grande pour que cette atténuation soit observable. Pour les faces de la plaque, la distance parcourue est de l'ordre de l'épaisseur faible de la plaque et donc l'atténuation reste faible. On explique ainsi pourquoi les faces de la plaque restent claires alors que les bords en sont assombris.
14. A l'aide de la courbe fournie, on observe que l'absorption est plus faible pour les longueurs d'onde autour de 500nm qui correspondent à la couleur verte. Ainsi, l'effet d'atténuation est plus faible pour cette couleur et explique pourquoi la lumière sortant sur les bords de la plaque de verre ordinaire présente une teinte verte.
15. On observe que la courbe d'absorption du verre à faible teneur en fer est située nettement en dessous de celle du verre ordinaire. On en déduit que l'effet d'assombrissement sera nettement plus faible et qu'on peut ainsi expliquer pourquoi les bords d'un verre à faible teneur en oxyde de fer ne sont pas assombris.

Résolution de problèmes : le vol du colibri.

1. On procède à une analyse dimensionnelle à partir des éléments présentés dans la description du problème.

Pour la force de gravité exercée sur le colibri $[F] = [mg] = ML T^{-2}$;

Pour la surface des ailes $[S] = L^2$;

Pour la masse volumique $[\rho] = M \cdot L^{-3}$

On suppose que la puissance est fonction des quatre paramètres introduits dans l'énoncé, on propose alors une expression de la forme : $P = k(mg)^\alpha S^\beta \rho^\gamma$

On en déduit que $ML^2 T^{-3} = (ML T^{-2})^\alpha (L^2)^\beta (ML^{-3})^\gamma$

$$\text{Le système vérifié par } (\alpha, \beta, \gamma) \text{ est alors } \begin{cases} \alpha + \gamma = 1 \\ \alpha + 2\beta - 3\gamma = 2 \\ -2\alpha = -3 \end{cases} \text{ ce qui donne } \begin{cases} \alpha = \frac{3}{2} \\ \beta = -\frac{1}{2} \\ \gamma = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

On en déduit $P = \sqrt{\frac{(mg)^3}{S\rho}}$ En prenant $k=1$.

Pendant une durée δt , le colibri fournit donc un travail mécanique $W = P \delta t$ dont l'évaluation numérique donne pour une durée de 5 heures $W \approx 5 kJ$ La masse de nectar M est alors $M = W/e$

La masse de nectar que doit ingérer le colibri chaque jour est de $M = W/e \approx 1,0 g$

Cette masse représente environ 1/10 de la masse corporelle de l'oiseau ce qui est considérable.