

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte.

Les candidats sont très fortement invités à encadrer les réponses finales aux questions posées. L'usage de la calculatrice est autorisé.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Exercice 1 : déviation de la lumière par le Soleil.

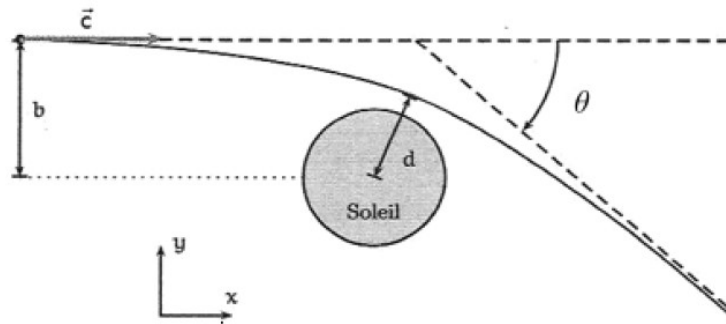
Einstein éditée en 1915 la théorie de la relativité générale. Il y décrit la gravitation comme une modification de l'espace-temps, prédisant ainsi des effets tels que la déviation de la lumière par des corps massifs. Einstein avait prévu par exemple qu'en cas d'éclipse de Soleil, on devait pouvoir observer des étoiles qui auraient dû être occultées par le bord de celui-ci. Cet effet a été observé pour la première fois en 1919 et largement confirmé depuis. Le but de cet exercice est de déterminer, de manière simple, l'ordre de grandeur de l'angle de déviation d'un rayon lumineux frôlant le Soleil.

Données :

Masse du Soleil $M_s = 2,00 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

Rayon du Soleil $R_s = 7,00 \cdot 10^8 \text{ m}$

Constante de gravitation universelle
 $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$



Un rayon lumineux arrive au voisinage du Soleil avec un paramètre d'impact noté b (cf figure ci-dessus), b est donc la distance entre le Soleil et le rayon lumineux incident s'il était non dévié c'est-à-dire si sa trajectoire restait rectiligne.

Soient M_s et R_s la masse et le rayon du Soleil, supposé sphérique et homogène. On note c la vitesse de la lumière dans le vide et G la constante de la gravitation universelle.

1. Rappeler la liste des 7 dimensions fondamentales du système international, indiquer les symboles associés et les unités dans le système international dans lesquelles elles s'expriment.
2. Donner la dimension de R_s le rayon du soleil et la dimension de M_s la masse du Soleil.
3. Rappeler l'expression du périmètre d'un cercle, en déduire que du point de vue dimensionnel, un angle exprimé en radian est sans dimension.
4. A l'aide d'une relation de votre choix, établir la dimension de c la vitesse de la lumière dans le vide. Donner la valeur numérique de la vitesse de la lumière avec 3 chiffres significatifs.
5. A l'aide d'une relation de votre choix, établir la dimension d'une force. Rappeler l'unité de force usuelle (nom et symbole), et la traduire en fonction des unités associées aux dimensions fondamentales.

On rappelle que la force d'interaction gravitationnelle entre deux systèmes de masse m_1 et m_2 séparés d'une distance r s'exprime sous la forme $\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{u}$ où $\vec{u}$ est un vecteur unitaire sans dimension associée et dont la direction et le sens permet de traduire l'attractivité de cette force.

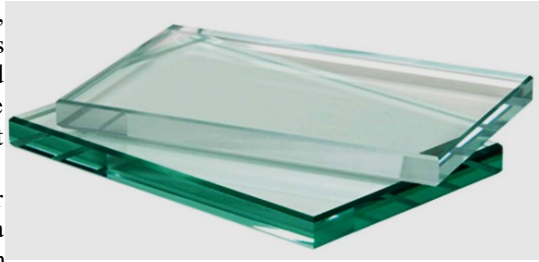
6. A l'aide de l'expression de la force fournie, déterminer la dimension de la constante de gravitation universelle G .

On procède à une analyse dimensionnelle en cherchant une expression de θ sous la forme $\theta = K G^\alpha M_s^\beta R_s^\gamma c^\delta$ où K est une constante numérique sans unité.

7. Etablir le système de trois équations algébriques vérifiées par le quadruplet $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$.
8. Etablir le quadruplet dans l'hypothèse la plus simple qui amène à une valeur $\alpha = 1$, puis l'expression de l'angle de déviation θ .
9. La théorie de la relativité générale d'Einstein prédit une valeur $K = 4,00$ pour la constante numérique. Evaluer l'angle de déviation θ en radian, puis le convertir en degrés, et enfin le convertir en seconde d'arc.

Exercice 2 : le coté obscur du verre.

Lorsqu'on observe les bords d'une plaque de verre ordinaire, ceux-ci apparaissent souvent sombres et légèrement verts (plaque du bas sur la figure ci contre). Ce phénomène ne prend pas lieu dans les verres à faible teneur en oxyde de fer (plaque du haut sur la figure ci contre). L'objectif de ce problème est d'expliquer ces observations.

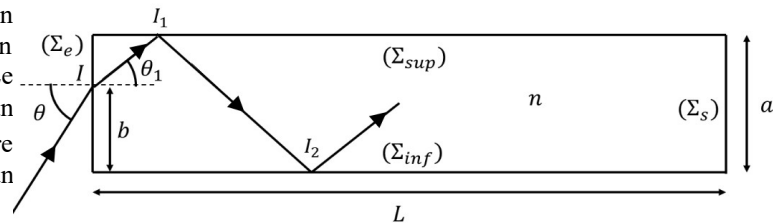


On considère une plaque de verre de longueur L et d'épaisseur $a \ll L$. On supposera que la plaque de verre est infinie selon la troisième dimension, ce qui permettra de réduire l'étude dans un plan. L'indice du verre est supposé de valeur $n=1,50$. La plaque est environnée d'air, d'indice optique égal à 1,00.

Dans tout cet exercice, les angles ne sont pas orientés et sont positifs.

Partie A : lumière entrant par le bord de la plaque

Dans cette partie, on s'intéresse à un rayon entrant par un bord de la plaque avec un angle d'incidence θ (voir schéma). Le rayon frappe le dioptré d'entrée (Σ_e) en un point I , à une distance $b < a$ du dioptré inférieur (Σ_{inf}) . Le rayon réfracté en I a un angle de réfraction θ_1 .

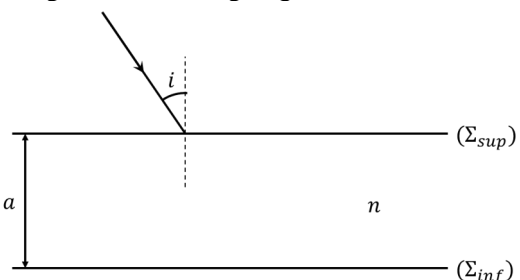


1. Rappeler, en précisant bien ce que sont les différentes grandeurs sur un seul schéma, les lois de Snell-Descartes pour la réflexion ainsi que les lois de Snell-Descartes pour la réfraction.
2. Montrer que l'angle θ_1 est nécessairement inférieur à un angle θ_L qu'on nommera et dont on précisera l'expression en fonction de n . Evaluer numériquement θ_L en radians puis en degrés-minutes.
3. Montrer qu'il y a nécessairement réflexion totale en I_1 .
4. A l'aide d'un schéma, expliquer pourquoi il y a une succession de réflexions totales qui prennent place alternativement sur les dioptré inférieur (Σ_{inf}) et supérieur (Σ_{sup}) .
5. Expliquer pourquoi le rayon émergera finalement par le dioptré (Σ_s) et déterminer la valeur de l'angle de réfraction en sortie lorsque l'angle d'incidence sur (Σ_e) est θ .

Partie B : lumière entrant par les faces inférieur ou supérieur de la plaque

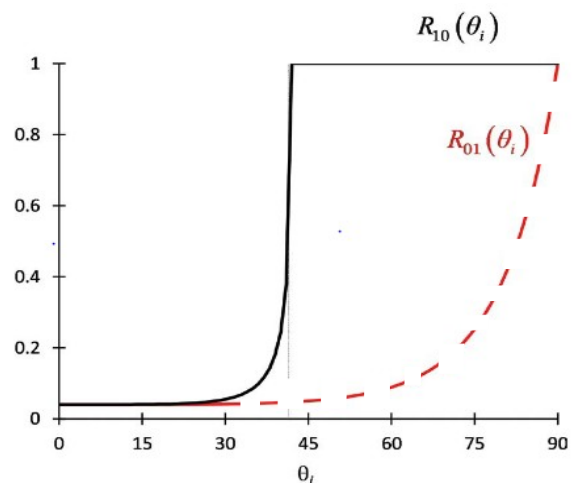
Dans cette partie, on considère un rayon lumineux arrivant sur la face supérieure de la plaque de verre avec un angle d'incidence i (voir figure ci contre).

6. Reproduire le schéma de la figure ci contre sur votre copie et tracer l'allure des rayons réfléchis et réfractés sur (Σ_{sup}) puis sur (Σ_{inf}) .
7. Montrer que les rayons transmis à travers le dioptré a (Σ_{inf}) sont parallèles au rayon incident sur (Σ_{sup}) .



On représente sur la figure ci contre la réflectance R (proportion de l'énergie lumineuse réfléchie) en fonction de l'angle d'incidence θ_i , pour un dioptré air/verre ($R_{01}(\theta_i)$) et un dioptré verre/air ($R_{10}(\theta_i)$).

8. Expliquer pourquoi la courbe $R_{10}(\theta_i)$ est égale à 1 au-delà d'un angle particulier. Vérifier la concordance de la courbe avec la valeur déterminée en question 2.



On considère un rayon arrivant sur la plaque en incidence normale ($i=0$).

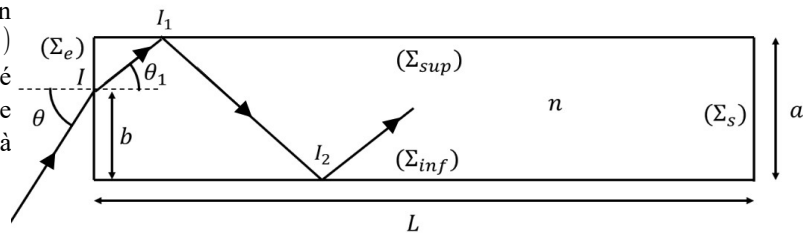
9. A l'aide des courbes, déterminer la proportion de lumière qui est réfléchi sur (Σ_{sup}), la proportion de lumière qui traverse directement les deux dioptrés et la proportion de lumière qui est réfléchi sur (Σ_{inf}).

En considérant l'ensemble des incidences possibles sur la plaque, on montre que 84,5% de la lumière traverse directement les deux dioptrés.

10. Expliquer qualitativement pourquoi très peu de lumière entrant par les faces de la plaque parvient à arriver jusqu'au dioptré (Σ_s).
11. Expliquer pourquoi la lumière parvenant jusqu'à (Σ_s) ne sort pas de la plaque.

Partie C : couleur observée au bord de la plaque.

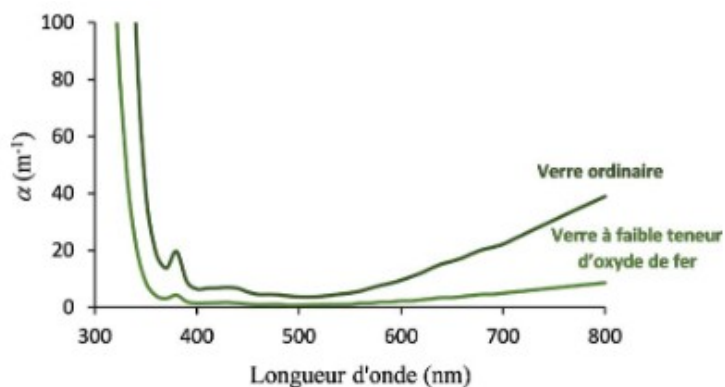
On considère à nouveau un rayon entrant dans la plaque de verre par (Σ_e) et en sortant par (Σ_s), comme étudié dans la partie A. On note d la distance parcourue par le rayon de (Σ_e) jusqu'à (Σ_s).



12. Montrer que $d = \frac{L}{\cos \theta_1}$. En déduire les expressions des valeurs minimale d_{min} et maximale d_{max} de cette distance. Évaluer les numériquement pour une longueur $L=70\text{cm}$.

La lumière parcourant le verre est atténuée selon la loi de Beer-Lambert. L'intensité lumineuse après traversée d'une longueur d de verre subit un facteur d'atténuation exprimé par $t = \exp(-\alpha d)$, où α est le coefficient d'absorption linéique, dont la valeur dépend de la longueur d'onde dans le vide de la lumière étudiée.

Le coefficient d'atténuation $\alpha(\lambda_0)$ est représenté sur la figure ci contre pour un verre ordinaire et pour un verre à faible teneur en oxyde de fer.



A l'aide de cette courbe et des éléments étudiés dans les parties précédentes :

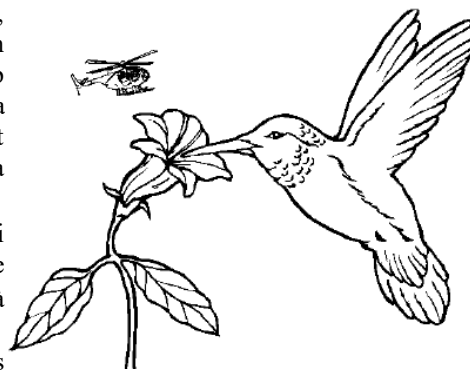
13. Expliquer pourquoi les bords de la plaque de verre ordinaire paraissent plus sombres que ses faces.
14. Expliquer pourquoi on observe une teinte verte sur les bords de la plaque de verre ordinaire.
15. Expliquer pourquoi les bords d'un verre à faible teneur en oxyde de fer ne sont pas assombris.

Résolution de problèmes : le vol du colibri.

Un colibri est un oiseau capable de faire du « sur place », un peu comme un hélicoptère, environ 5h par jour. On considère un spécimen de masse $m=10\text{g}$, dans le champ de pesanteur g qui est donc soumis au poids $F=mg$. La surface de la section verticale balayée par les ailes est $S=1,0 \cdot 10^{-2}\text{m}^2$. La masse volumique de l'air prend la valeur $\rho=1,2\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

La puissance mécanique moyenne P fournie par le colibri pour se maintenir à une altitude constante dépend de F , de S et de ρ . On supposera que la constante numérique à introduire prend une valeur unitaire ($k=1$).

La valeur nutritionnelle énergétique du nectar des fleurs est $e=5\text{kJ/g}$ de nectar consommé.



1. Quel est l'ordre de grandeur de la masse de nectar M que le colibri doit ingérer chaque jour?