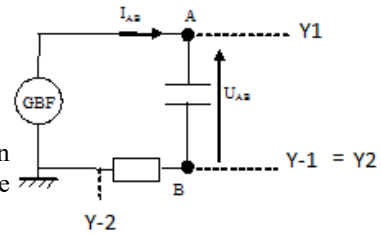


Etude des circuits linéaires du premier ordre.

1. Etude du circuit RC.

1.1. Etude expérimentale.

On réalise le circuit de la figure suivante où le GBF est supposé être un générateur idéal délivrant une tension crête à crête de valeur minimale 0V et de valeur maximale $E_0 \approx 5V$.

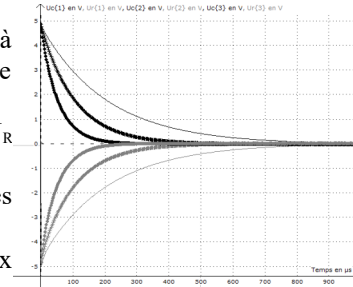


a. Régime libre.

On observe par acquisition sur l'ordinateur la réponse du circuit consécutive à un front descendant de la f.e.m délivrée par le GBF. On parle dans ce cas de régime libre.

Les courbes relevées à l'ordinateur sont les suivantes, U_C toujours en noir et U_R toujours en gris.

- Courbes continues avec points expérimentaux représentés par des ronds pour $R=1,0k\Omega$ et $C=0,05\mu F$.
- Courbes continues avec points expérimentaux représentés par des croix pour $R=1,0k\Omega$ et $C=0,10\mu F$.
- Courbes continues sans mise en évidence des points expérimentaux pour $R=2,0k\Omega$ et $C=0,10\mu F$.



On observe sur la courbe expérimentale relevée pour la tension U_C aux bornes du condensateur :

- Un régime transitoire se déroulant sur une durée Δt au cours duquel la tension aux bornes du condensateur décroît de manière continue de sa valeur avant basculement $U_C(t<0) = E_0$ à une valeur $U_{C\infty} = 0$ (en V).
- Un régime permanent pour lequel la tension aux bornes du condensateur reste fixe à la valeur $U_{C\infty} = 0$.

On modélise alors la courbe donnant l'évolution de $U_C(t)$ par la fonction exponentielle : $U_C(t) = A \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$, on obtient les valeurs suivantes pour les paramètres du modèle dans les différentes conditions :

- 1^{er} cas : $R=1,0k\Omega$ et $C=0,05\mu F$; $A = 4,86V$ et $\tau = 5,3 \cdot 10^{-5}s$.
- 2^{ème} cas : $R=1,0k\Omega$ et $C=0,10\mu F$; $A = 4,84V$ et $\tau = 1,06 \cdot 10^{-4}s$.
- 3^{ème} cas : $R=2,0k\Omega$ et $C=0,10\mu F$; $A = 4,83V$ et $\tau = 2,06 \cdot 10^{-4}s$.

On observe sur la courbe expérimentale relevée pour la tension U_R aux bornes du conducteur ohmique :

- Une bascule quasiment instantanée de la tension vers une valeur négative de l'ordre de $-A$ alors qu'elle était nulle juste avant.
- Un régime transitoire se déroulant sur une durée Δt au cours duquel la tension aux bornes du conducteur ohmique croît de manière continue de la valeur $-A$ à une valeur $U_{R\infty} = 0$ (en V).
- Un régime permanent pour lequel la tension U_R reste fixe à la valeur $U_{R\infty}$.

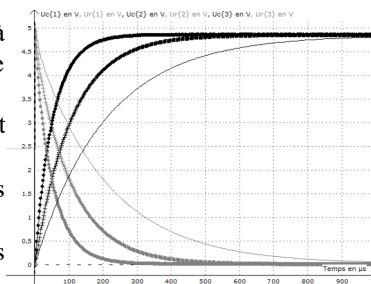
On modélise alors la courbe donnant l'évolution de $U_R(t)$ par la fonction exponentielle : $U_R(t) = B \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau'}\right)$, on obtient que $B \approx -A$ et $\tau' \approx \tau$.

b. Réponse à un échelon de tension.

On observe par acquisition sur l'ordinateur la réponse du circuit consécutive à un front montant de la f.e.m délivrée par le GBF. On parle dans ce cas de réponse à un échelon de tension.

Les courbes relevées à l'ordinateur sont les suivantes, U_C toujours en noir et U_R toujours en gris.

- Courbes continues avec points expérimentaux représentés par des ronds pour $R=1,0k\Omega$ et $C=0,05\mu F$.
- Courbes continues avec points expérimentaux représentés par des croix pour $R=1,0k\Omega$ et $C=0,10\mu F$.
- Courbes continues sans mise en évidence des points expérimentaux pour $R=2,0k\Omega$ et $C=0,10\mu F$.



On observe sur la courbe expérimentale relevée pour la tension U_C aux bornes du condensateur :

- Un régime transitoire se déroulant sur une durée Δt au cours duquel la tension aux bornes du condensateur croît de manière continue de sa valeur avant basculement $U_C(t<0) = 0$ à une valeur $U_{C\infty} \approx E_0$ (en V).
- Un régime permanent pour lequel la tension aux bornes du condensateur reste fixe à la valeur $U_{C\infty} \approx E_0$.

On modélise alors la courbe donnant l'évolution de $U_C(t)$ par : $U_C(t) = A \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right)$.

On obtient les valeurs suivantes pour les paramètres du modèle dans les différentes conditions :

- 1^{er} cas : $R=1,0k\Omega$ et $C=0,05\mu F$; $A=4,87V$ et $\tau=5,3.10^{-5}s$.
- 2^{ème} cas : $R=1,0k\Omega$ et $C=0,10\mu F$; $A=4,88V$ et $\tau=1,06.10^{-4}s$.
- 3^{ème} cas : $R=2,0k\Omega$ et $C=0,10\mu F$; $A=4,84V$ et $\tau=2,06.10^{-4}s$.

On observe sur la courbe expérimentale relevée pour la tension U_R aux bornes du conducteur ohmique :

Une bascule quasiment instantanée de la tension vers une valeur de l'ordre de A alors qu'elle était nulle juste avant.

Un régime transitoire se déroulant sur une durée Δt au cours duquel la tension aux bornes du conducteur ohmique décroît de manière continue de la valeur A à une valeur $U_{R\infty} = 0$ (en V).

Un régime permanent pour lequel la tension U_R reste fixe à la valeur $U_{R\infty}$.

On modélise la courbe donnant l'évolution de $U_R(t)$ par : $U_R(t) = B \exp\left(-\frac{t}{\tau'}\right)$, on obtient que $B \approx A$ et $\tau' \approx \tau$.

c. Conclusion sur ces observations.

Lorsqu'on soumet le circuit RC à une modification de la tension imposée à ses bornes :

La tension aux bornes du condensateur est continue lors du basculement de la valeur de la fem.

La tension aux bornes du conducteur ohmique et l'intensité du courant présente un saut lors du basculement.

Les deux tensions évoluent alors vers un régime stationnaire pour lequel la fem du générateur se reporte entièrement aux bornes du condensateur, la tension aux bornes du conducteur ohmique et l'intensité du courant sont nulles.

La transition d'un état stationnaire à un autre s'effectue par la mise en place d'un régime transitoire dont la durée caractéristique τ augmente avec la valeur de la résistance R et avec la valeur de la capacité C .

1.2. Réponse en régime libre du circuit RC.

a. Etablissement de l'équation différentielle.

On mène l'étude théorique de la première situation analysée précédemment expérimentalement.

À l'instant $t = 0$, on suppose que la fem du générateur bascule de la valeur E_0 à la valeur 0 .

Sur l'intervalle $t \in]0, +\infty[$, la loi des mailles pour ce circuit s'exprime : $0 = U_R(t) + U_C(t)$

On écrit alors les lois de comportement des composants : $U_R(t) = RI(t)$; $I(t) = \frac{dq}{dt}(t) = C \frac{dU_C}{dt}(t)$

On obtient l'équation différentielle qui régit le comportement du circuit RC : $0 = RC \frac{dU_C}{dt}(t) + U_C(t)$

On met cette équation sous forme canonique en introduisant le temps caractéristique : $\tau = RC$.

$$\frac{dU_C}{dt}(t) + \frac{1}{\tau} U_C(t) = 0 \quad \text{avec : } \tau = RC$$

b. Détermination de la solution à cette équation différentielle.

Expérimentalement, on a constaté que :

Propriété : La tension aux bornes d'un condensateur est une grandeur physique continue (en fonction du temps).

En théorie, la tension aux bornes du condensateur est proportionnelle à la charge portée par les armatures. Une évolution non continue de cette charge supposerait qu'un saut instantané peut être observé sur sa courbe d'évolution et mènerait à une intensité instantanée infinie dans le circuit ce qui est peu crédible physiquement.

On cherche à résoudre le problème suivant :

- sur le domaine temporel $t > 0$ la tension vérifie l'équation différentielle $\frac{dU_C}{dt}(t) + \frac{1}{\tau} U_C(t) = 0$
- La condition initiale à respecter en $t=0^+$ est obtenue par continuité de la tension aux bornes du condensateur.
 $U_C(t=0^+) = U_C(t=0^-) = E_0$

On identifie une équation différentielle linéaire homogène à coefficient constant d'ordre 1. Les solutions de cette équation s'écrivent sous la forme générale suivante : $S_H(t) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$.

On détermine alors la constante A en traduisant la condition initiale $U_C(t=0^+) = E_0 = A$. On en déduit $E_0 = A$.

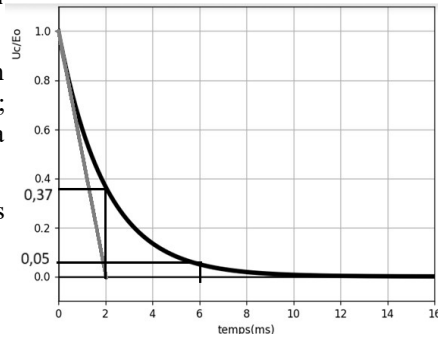
La solution finale est alors : $\forall t \in]0, +\infty[\quad U_C(t) = E_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ avec $\tau = RC$

L'intensité dans le circuit s'exprime alors : $\forall t \in]0, +\infty[\quad I(t) = C \frac{dU_C}{dt} = -\frac{E_0}{R} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

c. Tracé de la courbe d'évolution de la tension aux bornes du condensateur au cours du temps.

Lorsqu'on trace la courbe exponentielle décroissante, on met en évidence la droite tangente à l'origine qui passe par les points ($t=0$; tangente= E_0) et ($t=\tau$; tangente=0) ainsi que les valeurs prises par la fonction en ($t=\tau$, $U_C(\tau)=0,37E_0$) et ($t=3\tau$, $U_C(3\tau)=0,05E_0$).

Ci contre un exemple de tracé de $U_C(t)/E_0$ pour un temps caractéristique $\tau=2\text{ms}$.



1.3. Réponse du circuit RC à un échelon de tension.

1. Etablissement de l'équation différentielle.

On mène à présent l'étude théorique de la seconde situation analysée précédemment expérimentalement.

A l'instant $t = 0$, on suppose que la fem du générateur bascule de la valeur 0 à la valeur E_0 .

Sur l'intervalle $t \in]0, +\infty[$, la loi des mailles pour ce circuit s'exprime : $E_0 = U_R(t) + U_C(t)$

On écrit les lois caractéristiques des composants : $U_R(t) = RI(t)$; $I(t) = \frac{dq}{dt}(t) = C \frac{dU_C}{dt}(t)$

On obtient l'équation différentielle qui régit le comportement du circuit RC : $E_0 = RC \frac{dU_C}{dt}(t) + U_C(t)$

On met cette équation sous forme canonique en introduisant le temps caractéristique : $\tau = RC$.

$$\frac{dU_C}{dt}(t) + \frac{1}{\tau} U_C(t) = \frac{E_0}{\tau} \quad \text{avec : } \tau = RC$$

2. Détermination de la solution.

On cherche à résoudre le problème suivant :

- sur le domaine temporel $t > 0$ la tension vérifie l'équation différentielle $\frac{dU_C}{dt}(t) + \frac{1}{\tau} U_C(t) = \frac{E_0}{\tau}$
- La condition initiale à respecter en $t=0^+$ est obtenue par continuité de la tension aux bornes du condensateur. $U_C(t=0^+) = U_C(t=0^-) = 0$

On identifie une équation différentielle linéaire à coefficient constant d'ordre 1 avec un second membre constant

On cherche alors une solution particulière que l'équation complète sous forme d'une constante et on trouve facilement que : $S_p(t) = E_0$

La solution générale de l'équation homogène associée est toujours $S_H(t) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

La solution générale de cette équation est alors $S_G(t) = S_p + S_H(t) = E_0 + A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

On détermine alors la constante A en traduisant la condition initiale $U_C(t=0^+) = 0 = E_0 + A$ d'où $A = -E_0$

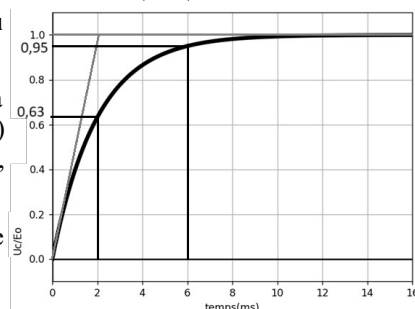
La réponse à un échelon de tension du circuit RC est : $\forall t \in]0, +\infty[\quad U_C(t) = E_0 \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)$

L'intensité dans le circuit s'exprime alors : $\forall t \in]0, +\infty[\quad I(t) = C \frac{dU_C}{dt} = \frac{E_0}{R} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

3. Tracé de la courbe d'évolution de la tension aux bornes du condensateur au cours du temps.

Lorsqu'on trace la courbe, on met en évidence la droite tangente à l'origine qui passe par les points ($t=0$; tangente=0) et ($t=\tau$; tangente= E_0) ainsi que les valeurs prises par la fonction en ($t=\tau$, $U_C(\tau)=0,63E_0$) et ($t=3\tau$, $U_C(3\tau)=0,95E_0$).

Ci contre un exemple de tracé de $U_C(t)/E_0$ pour un temps caractéristique $\tau=2\text{ms}$.



1.4. Etude énergétique pour le circuit RC soumis à un échelon.

Reprenons la loi des mailles dans le circuit : $E_O = U_R(t) + U_C(t)$

On obtient le bilan de puissance pour ce circuit composé d'une seule maille en multipliant la loi des mailles par l'intensité dans le circuit : $E_O I(t) = U_R(t) I(t) + U_C(t) I(t)$

$$P_{\text{gén}} = P_{\text{joule}} + P_{\text{stockée}}$$

La puissance fournie par le générateur est consommée d'une part dans le conducteur ohmique et dissipée par effet Joule et stockée d'autre part sous forme d'énergie électrostatique dans le condensateur.

La puissance instantanée fournie par le générateur s'exprime : $P_G(t) = E_O I(t) = E_O \cdot C \frac{dU_C}{dt}(t)$

Et ainsi l'énergie fournie par le générateur pour passer de l'état initial à l'état final est

$$E_G = \int_{t=0}^{t=+\infty} C E_O \frac{dU_C}{dt}(t) dt = C E_O [U_C]_{t=0}^{t=+\infty} = C E_O^2.$$

D'après la relation vue dans le cours précédent l'énergie stockée dans le condensateur passe de la valeur nulle pour l'état initial pour une tension nulle aux bornes du condensateur à la valeur $E_C = \frac{1}{2} \cdot C E_O^2$ car dans l'état final la tension aux bornes du condensateur est E_O .

Le bilan énergétique sur le régime transitoire entre l'état initial et l'état final s'écrit $E_G = E_{\text{Joule}} + E_{\text{stockée}}$

On exprime l'énergie dissipée par effet Joule lors de la charge du condensateur $E_{\text{Joule}} = E_G - E_{\text{stockée}} = \frac{1}{2} C E_O^2$

AD1 : Etude d'un circuit RC en série.

A l'instant $t=t_0$, on branche aux bornes d'un condensateur de capacité $C=100\text{nF}$, un générateur de Thévenin de $\text{fem } e_0=5\text{V}$ et de résistance interne $R=1\text{k}\Omega$.

- Faire un schéma du circuit.
- Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$ portée par l'armature d'entrée du condensateur sur l'intervalle $[t_0, +\infty[$.

On a mesuré que juste avant de brancher le générateur, la charge portée par l'armature est $q_0=100\text{nC}$.

- Déterminer l'expression de la charge $q(t)$ sur l'intervalle $[t_0, +\infty[$.
- Représenter la charge $q(t)$ et définir le temps caractéristique associé à la charge du condensateur.
- Déterminer l'intensité du courant $i(t)$ dans le circuit.
- Faire un bilan de puissance dans le circuit. Calculer l'énergie dissipée par effet Joule lors de la charge du condensateur.

2. Etude du circuit RL.**2.1. Réponse en régime libre du circuit RL.****a. Etablissement de l'équation différentielle.**

A l'instant $t = 0$, on suppose que la fem du générateur bascule de la valeur E_O à la valeur 0.

Sur l'intervalle $t \in]0, +\infty[$, la loi des mailles pour ce circuit s'exprime : $0 = U_R(t) + U_L(t)$

On écrit alors les équations caractéristiques des composants $U_R(t) = R I(t)$; $U_L(t) = L \frac{dI}{dt}(t)$

On obtient l'équation différentielle qui régit le comportement du circuit RL : $L \frac{dI}{dt}(t) + R I(t) = 0$

On met cette équation sous forme canonique en introduisant le temps caractéristique du circuit : $\tau = \frac{L}{R}$.

$$\frac{dI}{dt}(t) + \frac{1}{\tau} I(t) = 0 \text{ avec : } \tau = \frac{L}{R}$$

b. Détermination de la solution.

Propriété : L'intensité du courant traversant une bobine est une grandeur physique continue (en fonction du temps).

Pour l'expliquer théoriquement, on peut s'appuyer sur l'équivalence avec le cas du condensateur :

- L'intensité traversant le circuit contenant le condensateur est la dérivée de la tension aux bornes de celui-ci. On a vu qu'envisager un saut de tension était physiquement impossible.
- La tension aux bornes de la bobine est la dérivée de l'intensité la traversant. Ceci rendra également impossible l'observation d'un saut de l'intensité traversant la bobine, la tension à ses bornes serait alors infinie.

On cherche à résoudre le problème suivant :

- sur le domaine temporel $t > 0$ l'intensité vérifie l'équation différentielle $\frac{dI}{dt}(t) + \frac{1}{\tau} I(t) = 0$
- La condition initiale à respecter en $t=0^+$ est obtenue par continuité de l'intensité dans la bobine $I(t=0^+) = I(t=0^-)$. On la détermine en étudiant le circuit juste avant extinction et on obtient $I(t=0^-) = \frac{E_O}{R}$

On identifie une équation différentielle linéaire homogène à coefficient constant d'ordre 1. Les solutions de cette équation s'écrivent sous la forme générale suivante : $S_H(t) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$.

On détermine alors la constante A en traduisant la condition initiale $I(t=0^+) = \frac{E_0}{R} = A$. On en déduit $\frac{E_0}{R} = A$

La solution finale est alors : $\forall t \in]0, +\infty[\quad I(t) = \frac{E_0}{R} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

La tension aux bornes de la bobine s'exprime alors $\forall t \in]0, +\infty[\quad U_L(t) = L \frac{dI}{dt} = -E_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

c. Graphique donnant l'évolution de l'intensité au cours du temps (à vous de jouer).

2.2. Réponse du circuit RL à un échelon de tension.

a. Etablissement de l'équation différentielle.

On mène à présent l'étude théorique de la seconde situation analysée précédemment expérimentalement.

A l'instant $t = 0$, on suppose que la fem du générateur bascule de la valeur 0 à la valeur E_0 .

Sur l'intervalle $t \in]0, +\infty[$, la loi des mailles pour ce circuit s'exprime : $E_0 = U_R(t) + U_L(t)$

On écrit alors les équations caractéristiques des composants : $U_R(t) = RI(t)$; $U_L(t) = L \frac{dI}{dt}(t)$

On obtient l'équation différentielle qui régit le comportement du circuit RL : $L \frac{dI}{dt}(t) + RI(t) = E_0$

On met cette équation sous forme canonique en introduisant le temps caractéristique du circuit : $\tau = \frac{L}{R}$.

$$\frac{dI}{dt}(t) + \frac{1}{\tau} I(t) = \frac{E_0}{R\tau} \quad \text{avec } \tau = \frac{L}{R}$$

b. Détermination de la solution.

On cherche à résoudre le problème suivant :

- sur le domaine temporel $t > 0$ la tension vérifie l'équation différentielle $\frac{dI}{dt}(t) + \frac{1}{\tau} I(t) = \frac{E_0}{R\tau}$
- La condition initiale à respecter en $t=0^+$ est obtenue par continuité de l'intensité dans la bobine.
 $I(t=0^+) = I(t=0^-) = 0$

On identifie une équation différentielle linéaire à coefficient constant d'ordre 1 avec un second membre constant.

On cherche alors une solution particulière que l'équation complète sous forme d'une constante et on trouve facilement

que : $S_p(t) = \frac{E_0}{R}$

La solution générale de l'équation homogène associée est toujours $S_H(t) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

La solution générale de cette équation est alors $S_G(t) = S_p + S_H(t) = \frac{E_0}{R} + A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

On détermine alors la constante A en traduisant la condition initiale $I(t=0^+) = 0 = \frac{E_0}{R} + A$ d'où $A = -\frac{E_0}{R}$

La réponse à un échelon de tension du circuit RL est : $\forall t \in]0, +\infty[\quad I = \frac{E_0}{R} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)$

La tension aux bornes de la bobine est alors $\forall t \in]0, +\infty[\quad U_L(t) = L \frac{dI}{dt} = E_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

2.3. Etude énergétique pour le circuit RL soumis à un échelon.

Si on reprend la loi des mailles dans le circuit $E_0 = U_R(t) + U_L(t)$

Une même intensité circule dans tous les composants. Regardons alors ce qu'on obtient en multipliant la loi des mailles

par cette intensité : $E_0 I(t) = U_R(t) I(t) + U_L(t) I(t)$
 $P_{\text{gén}} = P_{\text{joule}} + P_{\text{stockée}}$

La puissance instantanée fournie par le générateur s'écrit : $P_G(t) = E_0 I(t)$ Puisque $I(t)$ tend vers une valeur constante en régime stationnaire, il n'est pas vraiment possible de finaliser un bilan énergétique pour ce circuit.

On peut toutefois rappeler que d'après la relation vue dans le cours précédent l'énergie stockée dans la bobine passe de la valeur nulle pour l'état initial pour une intensité nulle dans la bobine à la valeur $E_L = \frac{1}{2} \cdot L \left(\frac{E_0}{R} \right)^2$ car dans l'état final l'intensité traversant la bobine est E_0/R .

AD2 : Etude d'un circuit RL en parallèle.

A l'instant $t=t_0$, on branche aux bornes d'une bobine d'inductance $L=100\text{mH}$, un générateur de Norton d'intensité i_0 et de résistance interne $R=1\text{k}\Omega$.

- Faire un schéma du circuit.
- Déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'intensité $i_L(t)$ du courant circulant dans la bobine sur l'intervalle $[t_0, +\infty[$.

Aucun courant ne circulait dans la bobine avant que l'on branche le générateur à ses bornes.

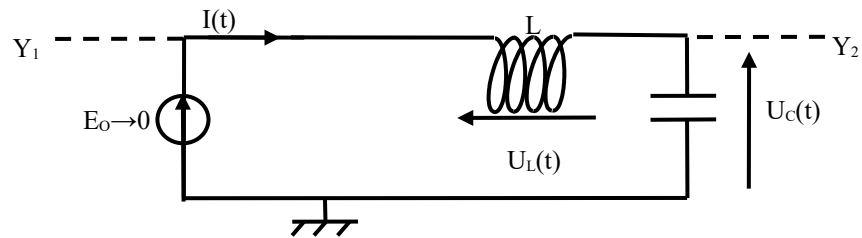
- Déterminer $i_L(t)$ dans la bobine sur l'intervalle $[t_0, +\infty[$.
- Représenter l'intensité $i_L(t)$ sur l'intervalle $[t_0, +\infty[$.
- Déterminer la tension $U(t)$ aux bornes de la bobine.
- Faire un bilan de puissance. Calculer l'énergie dissipée par effet Joule dans la résistance sur l'intervalle $[t_0, +\infty[$.

Capacités exigibles

- Distinguer graphiquement régime transitoire et régime permanent au cours de l'évolution d'un système du premier ordre soumis à un échelon.
- Déterminer les grandeurs électriques en régime permanent en remplaçant les bobines et les condensateurs par des interrupteurs fermés ou ouverts.
- Établir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par une grandeur électrique dans un circuit comportant une ou deux mailles.
- Déterminer des conditions initiales en utilisant les continuités de la tension aux bornes d'un condensateur et de l'intensité dans une bobine.
- Déterminer analytiquement la réponse temporelle dans le cas d'un régime libre ou d'un échelon.
- Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire : graphiquement ou bien par analyse de la solution de l'équation différentielle.
- Réaliser des bilans énergétiques.

Oscillateurs en régime transitoire.**2. Oscillateurs harmoniques.****2.1. Exemple en électrocinétique : le circuit LC.**

On envisage le circuit où on suppose qu'un générateur de tension idéal délivre une tension de valeur $E_0=5V$ jusqu'à l'instant $t=0$ où il bascule à une tension délivrée nulle. Le circuit LC est alors en régime libre.



Loi des mailles pour ce circuit sur

l'intervalle de temps $t \in]0, +\infty[$: $0 = U_L(t) + U_C(t)$

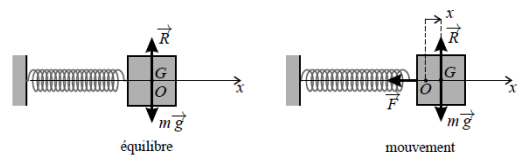
On écrit alors les équations caractéristiques $U_L(t) = L \frac{dI}{dt}(t)$; $I(t) = C \frac{dU_C}{dt}(t)$

On obtient alors l'équation différentielle suivante $0 = LC \frac{d^2 U_C}{dt^2}(t) + U_C(t)$

$$\text{Forme canonique } \frac{d^2 U_C}{dt^2}(t) + \omega_0^2 U_C(t) = 0 \text{ avec la pulsation propre } \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

2.2. Exemple en mécanique : le système masse-ressort.

On considère un objet de masse m relié à un point O par un ressort de longueur à vide l_0 et de raideur k . La masse est astreinte à se déplacer sur un axe horizontal (par exemple, à l'aide d'une liaison glissière).



- On mène l'étude dans le **référentiel terrestre local supposé galiléen**.
- On place l'origine spatiale en O position d'équilibre de la masse le long de (Ox) .
- On choisit une base de projection cartésienne $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$

Bilan des forces s'appliquant sur la masse :

La force de rappel élastique : $\vec{F}_{el} = -k(l - l_0)\vec{u} = -kx\vec{e}_x$

La force de gravité : $\vec{P} = m\vec{g}$

La réaction du support supposée sans frottement $\vec{R} = R_z\vec{e}_z + R_y\vec{e}_y$

On applique la 2^{de} loi de Newton dans le référentiel terrestre supposé galiléen. $\frac{d\vec{p}_{M/R}}{dt} = \vec{P} + \vec{F}_{el} + \vec{R}$

On projette selon la direction $\vec{e}_x$ et on obtient $m\ddot{l} = -k(l - l_0)$ qui se traduit par

l'équation de l'oscillateur harmonique. $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ où on introduit la pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{k/m}$

2.3. Solution du problème de l'oscillateur harmonique (OH) en régime libre.**a. Solution générale de l'équation de l'OH en régime libre.**

On cherche tout d'abord la solution générale de l'équation de l'OH $\frac{d^2 S}{dt^2}(t) + \omega_0^2 S(t) = 0$.

Propriété : La solution générale de l'équation de l'OH s'écrit sous la forme

$$S_H(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = A_1 \cos(\omega_0 t) + A_2 \sin(\omega_0 t)$$

b. Solution du problème étudié.

Pour poser le problème complet, il faut alors donner deux conditions indépendantes permettant de déterminer les paramètres (A, φ_0) et (A_1, A_2) .

Exemple 1 : Pour le circuit (LC), on peut supposer que le circuit a d'abord atteint un régime stationnaire pour l'intervalle de temps $t < 0$, auquel cas, la tension aux bornes du condensateur vérifie :

$$\blacktriangleright U_C(t=0^+) = U_C(t=0^-) = E_0 ; \quad \frac{dU_C}{dt}(t=0^+) = \frac{dU_C}{dt}(t=0^-) = \frac{1}{C} i(t=0^-) = 0$$

Ces conditions initiales se traduisent $\begin{cases} S(t=0) = A \cos(\varphi_0) = A_1 = E_0 \\ \frac{dS}{dt}(t=0) = -A \omega_0 \sin(\varphi_0) = A_2 \omega_0 = 0 \end{cases}$ On obtient $U_C(t) = E_0 \cos(\omega_0 t)$

Exemple 2 : Pour le système masse-ressort, on impose comme conditions initiales, une masse située à l'origine et lancée avec une vitesse v_0 dans la direction et le sens de (Ox).

$$\blacktriangleright x(t=0^+) = x(t=0^-) = 0 ; \frac{dx}{dt}(t=0^+) = \frac{dx}{dt}(t=0^-) = v_0$$

Ces conditions initiales se traduisent $\begin{cases} S(t=0) = A \cos(\varphi_0) = A_1 = 0 \\ \frac{dS}{dt}(t=0) = -A \omega_0 \sin(\varphi_0) = A_2 \omega_0 = v_0 \end{cases}$ On obtient $x(t) = \frac{v_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t)$

Exemple 3 : cas général $S(t=0^+) = S(t=0^-) = S_0$ $\frac{dS}{dt}(t=0^+) = \frac{dS}{dt}(t=0^-) = \dot{S}_0$

$$\text{On obtient } \begin{cases} S(t=0) = A \cos(\varphi_0) = A_1 = S_0 \\ \frac{dS}{dt}(t=0) = -A \omega_0 \sin(\varphi_0) = A_2 \omega_0 = \dot{S}_0 \end{cases}$$

La solution générale est $S(t) = S_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{\dot{S}_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) = \sqrt{S_0^2 + \left(\frac{\dot{S}_0}{\omega_0}\right)^2} \cos\left(\omega_0 t - \arctan\left(\frac{\dot{S}_0}{\omega_0 S_0}\right)\right)$.

2.4. Écritures et graphique d'une fonction sinusoïdale.

a. Deux écritures d'une même fonction.

Une fonction sinusoïdale de pulsation ω peut s'écrire :

$$S(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0) \quad \text{ou bien} \quad S(t) = A_1 \cos(\omega t) + A_2 \sin(\omega t)$$

- $\blacktriangleright$ A est l'amplitude, elle est de même dimension que le paramètre physique $f(t)$ exprimé.
- $\blacktriangleright$ φ_0 est la phase à l'origine, $\varphi(t) = \omega t + \varphi_0 = \omega(t - t_0)$ est la phase à l'instant t.

Les phases s'expriment en radians (rad). t_0 est le retard temporel du signal par rapport au signal sinusoïdal de référence présentant un maximum à l'instant initial $t=0$. t_0 s'exprime en seconde (s).

- $\blacktriangleright$ ω est la pulsation exprimée en radian par seconde (rad.s^{-1}) reliée à la fréquence f exprimée en (Hz) et à la période T exprimée en seconde par : $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

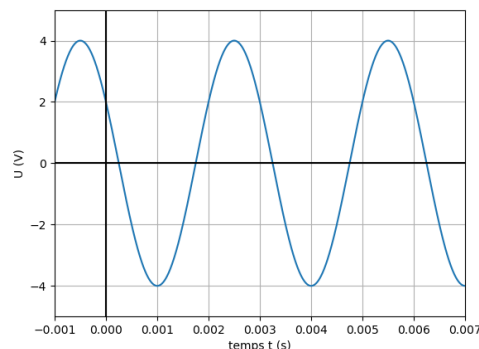
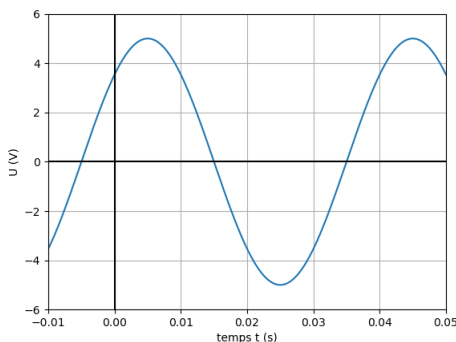
Il existe des liens entre les paramètres (A, φ_0) et (A_1 , A_2) qui expriment la même fonction sinusoïdale, on les trouve à partir de l'expression à $t=0$ de la fonction et de sa dérivée

$$\begin{cases} S(t=0) = A \cos(\varphi_0) = A_1 \\ \frac{dS}{dt}(t=0) = -A \omega \sin(\varphi_0) = A_2 \omega \end{cases} \text{ ce qui donne } \begin{cases} A_1 = A \cos(\varphi_0) \\ A_2 = -A \sin(\varphi_0) \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \\ \tan(\varphi_0) = -\frac{A_2}{A_1} \end{cases}$$

b. Graphique d'une fonction sinusoïdale du temps et lecture.

Pour les fonctions sinusoïdales représentées ci-dessous en fonction du temps t :

1. Déterminer les valeurs numériques de A, T et t_0 par lecture graphique.
2. En déduire les valeurs de f, ω et φ_0 .
3. Le signal est-il en avance ou en retard de phase par rapport au signal de référence présentant un maximum en $t=0$?



2.5. Bilan énergétique sur le fonctionnement du circuit LC.

On reprend l'équation de structure du circuit LC série, c'est-à-dire la loi des mailles $0 = U_L(t) + U_C(t)$

On peut alors tout multiplier par l'intensité dans le circuit : $0 = i(t) U_L(t) + i(t) U_C(t)$

Ainsi on obtient le bilan de puissance dans le circuit : $0 = P_L(t) + P_C(t) = \frac{d}{dt}(E_L + E_C)$

La puissance totale reçue à chaque instant par le circuit est nulle. L'énergie stockée dans le circuit est constante.

$$E_C(t) = \frac{C}{2} E_0^2 \cos^2(\omega_0 t) ; E_L(t) = \frac{L}{2} \omega_0^2 C^2 E_0^2 \sin^2(\omega_0 t) = \frac{C}{2} E_0^2 \sin^2(\omega_0 t)$$

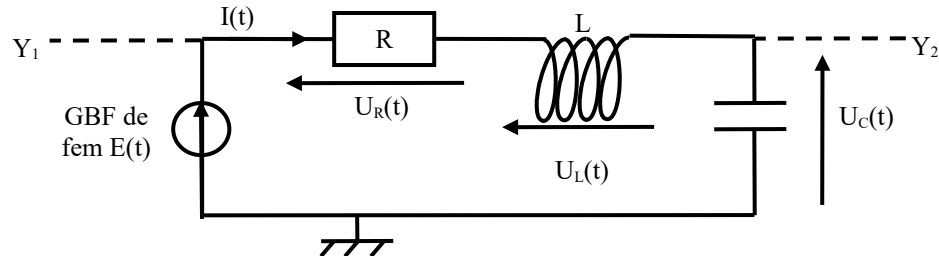
- L'énergie stockée dans le circuit est constante égale à $E_C(t) + E_L(t) = \frac{C}{2} E_0^2$
- Cette énergie est échangée continuellement entre le condensateur et la bobine.
- Elle est équi-répartie en moyenne entre le condensateur et la bobine $\langle E_C(t) \rangle = \langle E_L(t) \rangle = \frac{C}{4} E_0^2$

2. Oscillateurs amortis.

2.1. Exemple en électrocinétique : le circuit RLC.

a. Montage expérimental.

On réalise le montage correspondant à la figure suivante où le GBF est supposé être un générateur de tension idéal délivrant une tension crête à crête de valeur minimale 0V et de valeur maximale $E_0 = 5V$.



On emploie une boîte à décade pour conducteur ohmique de résistance variable R' , la bobine présente une résistance $r = 10 \Omega$ qui s'associe en série avec celle de la boîte à décade, la résistance totale sera donc $R = R' + r$. La bobine présente une inductance $L = 80 \text{ mH}$, le condensateur présente une capacité $C = 10 \text{ nF}$.

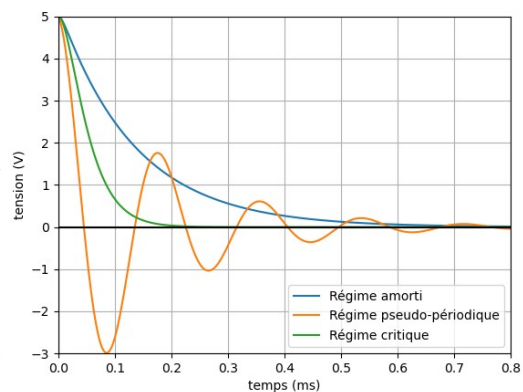
Pour étudier le régime libre, on observe d'abord à l'oscilloscope puis par acquisition à l'ordinateur la réponse en tension aux bornes du condensateur après un front descendant de la tension délivrée par le GBF.

b. Allure de la réponse expérimentale en régime libre.

On étudie la réponse en régime libre lorsque la fem du GBF bascule de E_0 à 0 à condition que le temps caractéristique d'établissement du régime stationnaire soit plus petit qu'un demi période du signal crête à crête.

On observe trois comportements :

- Lorsque l'amortissement est faible, la réponse du circuit présente des oscillations pseudo-périodiques de pseudopériode T avec un temps d'atténuation de l'amplitude τ . On parle de réponse pseudo-périodique.
- Lorsque l'amortissement est fort, la réponse du circuit est une décroissance lente de la tension. On parle de régime amorti.
- Lorsque l'amortissement prend une valeur particulière, la décroissance est rapide mais sans mise en place de pseudo-oscillation. On parle alors de régime critique.



c. Mise en équation pour l'étude du régime libre.

Loi des mailles pour ce circuit sur l'intervalle de temps $t \in]0, +\infty[: 0 = U_R(t) + U_L(t) + U_C(t)$

On écrit alors les lois de comportement pour le conducteur ohmique, la bobine et le condensateur :

$$U_R(t) = R I(t) \quad ; \quad U_L(t) = L \frac{dI}{dt}(t) \quad ; \quad I(t) = C \frac{dU_C}{dt}(t)$$

On obtient alors l'équation différentielle suivante : $0 = RC \frac{dU_C}{dt}(t) + LC \frac{d^2 U_C}{dt^2}(t) + U_C(t)$

On écrit cette équation sous la forme canonique : $\frac{d^2 U_C}{dt^2}(t) + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dU_C}{dt}(t) + \omega_0^2 U_C(t) = 0$

Dans laquelle on identifie la pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ et le facteur de qualité $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$

2.2. Un exemple en mécanique : le sismographe.

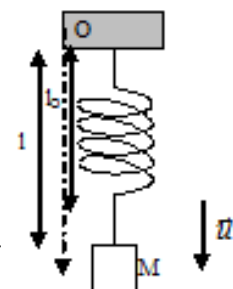
On considère un point matériel de masse m relié à l'aide d'une ressort à un point fixe du bâti d'un sismographe. On suppose qu'il existe une force de frottement visqueux s'appliquant sur le point matériel. On suppose que le mouvement du bâti est connu noté $z_0(t)$

Le bilan des forces est :

La force de rappel élastique : $\vec{F}_{el} = -l(l - l_0)\vec{u}$ La force de gravité : $\vec{P} = m\vec{g}$

La force de frottement linéaire : $\vec{F}_f = -\lambda \vec{v}_{M/R}$

On choisit une base de projection cartésienne telle que $\vec{e}_z$ soit vertical vers le haut et pour origine spatiale la position du point O lorsque le bâti est immobile alors $z_0 = 0$



On applique la 2nd loi de Newton sur la masse dans le référentiel terrestre supposé galiléen : $\frac{d\vec{p}_{M/R}}{dt} = \vec{P} + \vec{F}_{el} + \vec{F}_f$

On projette sur la direction verticale $m\ddot{z}(t) = -mg + k(z_o(t) - z(t) - l_o) - \lambda\dot{z}(t)$

On commence par étudier la position d'équilibre pour laquelle la somme des forces sur la masse est nulle en absence de mouvement du bâti $z_o(t) = 0$ ce qui donne $z_{eq} = -l_o - \frac{mg}{k}$. On introduit alors la nouvelle variable $Z = z - z_{eq}$.

L'équation du mouvement vérifiée par $Z(t)$ est alors $m\ddot{Z}(t) + \lambda\dot{Z}(t) + kZ(t) = k z_o(t)$

On écrit cette équation sous la forme canonique : $\frac{d^2 Z}{dt^2}(t) + \frac{\omega_o}{Q} \frac{dZ}{dt}(t) + \omega_o^2 Z(t) = \omega_o^2 z_o(t)$

Dans laquelle on identifie la pulsation propre $\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et le facteur de qualité $Q = \frac{1}{\lambda} \sqrt{km}$

2.3. Détermination de la solution en régime libre.

a. Recherche de la solution générale de l'équation homogène.

On présente ici la méthode pour mener la recherche de la solution générale de l'équation suivante qui est linéaire à coefficients constants, d'ordre 2 et homogène : $\frac{d^2 S}{dt^2}(t) + \frac{\omega_o}{Q} \frac{dS}{dt}(t) + \omega_o^2 S(t) = 0$

On cherche une solution sous la forme $S_H(t) = A \exp(rt)$ L'équation différentielle se traduit alors en une équation polynomiale d'ordre deux pour le paramètre introduit r : $r^2 + \frac{\omega_o}{Q} r + \omega_o^2 = 0$

On cherche alors les racines du polynôme qu'on appelle polynôme caractéristique de l'équation.

Les racines s'expriment différemment selon la valeur du discriminant $\Delta = \omega_o^2 \left(\frac{1}{Q^2} - 4 \right)$

➤ $\Delta > 0 \Leftrightarrow Q < \frac{1}{2}$ les racines sont réelles négatives $r_1 = -\frac{\omega_o}{2} \left(\frac{1}{Q} + \sqrt{\frac{1}{Q^2} - 4} \right)$ et $r_2 = -\frac{\omega_o}{2} \left(\frac{1}{Q} - \sqrt{\frac{1}{Q^2} - 4} \right)$

La solution générale s'écrit alors $S_H(t) = A_1 \exp(r_1 t) + A_2 \exp(r_2 t)$

➤ $\Delta = 0 \Leftrightarrow Q = \frac{1}{2}$ la racine double et négative est $r = -\omega_o$

La solution générale s'écrit alors $S_H(t) = (A_1 + A_2 t) \exp(-\omega_o t)$

➤ $\Delta < 0 \Leftrightarrow Q > \frac{1}{2}$ les racines sont complexes $r_1 = -\frac{\omega_o}{2} \left(\frac{1}{Q} + j \sqrt{4 - \frac{1}{Q^2}} \right)$ et $r_2 = -\frac{\omega_o}{2} \left(\frac{1}{Q} - j \sqrt{4 - \frac{1}{Q^2}} \right)$

La solution générale s'écrit alors $S_H(t) = \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \left(A_1 \cos(\omega t) + A_2 \sin(\omega t) \right)$ où $\frac{1}{\tau} = \frac{\omega_o}{2Q}$ et $\omega = \omega_o \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2Q}\right)^2}$

b. Détermination de la solution au problème étudié, exploitation des conditions initiales.

On s'appuie ici sur l'exemple du circuit RLC vu dans la partie 2.1.

On suppose qu'un régime stationnaire s'est établi avant la bascule de la f.e.m de E_o à 0. L'étude du circuit équivalent en régime stationnaire permet d'établir $U_C(t=0^-) = E_o$ et $I(t=0^-) = C \frac{dU_C}{dt}(t=0^-) = 0$

Sur l'intervalle $t \in]0, +\infty[$ on obtient alors les conditions initiales suivantes :

- La tension aux bornes du condensateur est continue, on en déduit que $U_C(t=0^+) = U_C(t=0^-) = E_o$
- L'intensité traversant la bobine est continue, on en déduit que : $\frac{dU_C}{dt}(t=0^+) = \frac{dU_C}{dt}(t=0^-) = 0$

Selon les cas, on établit alors :

➤ $\Delta > 0 \Leftrightarrow Q < \frac{1}{2}$ on obtient les deux équations $A_1 + A_2 = E_o$; $r_1 A_1 + r_2 A_2 = 0$

On obtient alors : $U_C(t) = E_o \left(\frac{r_2}{r_2 - r_1} \exp(r_1 t) + \frac{r_1}{r_1 - r_2} \exp(r_2 t) \right)$

➤ $\Delta = 0 \Leftrightarrow Q = \frac{1}{2}$ on obtient les deux équations $A_1 = E_o$; $-\omega_o A_1 + A_2 = 0$

On obtient alors : $U_C(t) = E_o (1 + \omega_o t) \exp(-\omega_o t)$

➤ $\Delta < 0 \Leftrightarrow Q > \frac{1}{2}$ on obtient les deux équations $A_1 = E_o$; $\frac{-1}{\tau} A_1 + \omega A_2 = 0$

On obtient alors : $U_C(t) = E_o \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \left(\cos(\omega t) + \frac{1}{\omega \tau} \sin(\omega t) \right)$

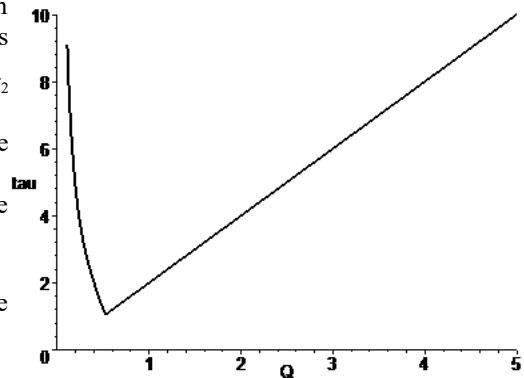
2.4. Nature de la réponse en fonction du facteur de qualité.

L'allure des courbes expérimentales peut être commentée à partir des expressions théoriques des solutions établies.

- Pour le facteur de qualité $Q = 0,2 < 0,5$ on observe le régime amorti.
- Pour le facteur de qualité $Q = 0,5$ on observe le régime critique.
- Pour le facteur de qualité $Q = 3 > 0,5$ on observe le régime pseudo-périodique.

2.5. Durée du régime transitoire dans les différents régimes.

- Lorsque $Q < 0,5$, les fonctions génératrices de la solution présentent des temps caractéristiques $\tau_1 = \frac{-1}{r_1} = \frac{2Q}{\omega_0(1+\sqrt{1-4Q^2})}$ et $\tau_2 = \frac{-1}{r_2} = \frac{2Q}{\omega_0(1-\sqrt{1-4Q^2})}$ τ_2 est le plus grand et donne la durée caractéristique du régime transitoire amorti.
- Lorsque $Q = 0,5$, le temps caractéristique du régime critique est donné par $\tau = \frac{1}{\omega_0}$
- Lorsque $Q > 0,5$, le temps caractéristique du régime pseudopériodique est donné par $\tau = \frac{2Q}{\omega_0}$



La courbe représentative de la durée caractéristique du régime transitoire présente alors l'allure suivante.

On retiendra que le régime critique correspond à la durée de régime transitoire la plus courte.

2.6. Détermination de la réponse à un échelon de tension.**a. Problème étudié.**

Maintenant le circuit bascule d'un régime stationnaire où le générateur est éteint présentant une fem nulle à un régime transitoire où la fem du générateur prend la valeur E_0 sur l'intervalle de temps $t \in]0, +\infty[$.

Avant que le générateur soit allumé $U_C(t=0^-) = 0$ et $I(t=0^-) = C \frac{dU_C}{dt}(t=0^-) = 0$

La mise en équation du problème amène à résoudre l'équation $\frac{d^2 U_C}{dt^2}(t) + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dU_C}{dt}(t) + \omega_0^2 U_C(t) = \omega_0^2 E_0$

vérifiant les conditions initiales : $U_C(t=0^+) = U_C(t=0^-) = 0$; $\frac{dU_C}{dt}(t=0^+) = \frac{dU_C}{dt}(t=0^-) = 0$

b. Recherche des solutions.

L'équation différentielle linéaire à coefficients constants d'ordre 2 présente maintenant un second membre. On obtient l'allure de la solution générale de cette équation en appliquant la même méthode que pour les équations linéaires à coefficients constants d'ordre 1 :

- On trouve une solution particulière de l'équation complète ce qui est facile ici puisque le second membre est constant. On obtient $S_p(t) = E_0$
- On expose la solution générale de l'équation homogène $S_H(t)$ déjà établie précédemment et on obtient.

$\Delta > 0 \Leftrightarrow Q < \frac{1}{2}$ La solution générale s'écrit $S_G(t) = S_p(t) + S_H(t) = E_0 + A_1 \exp(r_1 t) + A_2 \exp(r_2 t)$

Les C.I. imposent $E_0 + A_1 + A_2 = 0$ et $r_1 A_1 + r_2 A_2 = 0$ On obtient $U_C(t) = E_0 \left(1 + \frac{r_2}{r_1 - r_2} \exp(r_1 t) + \frac{r_1}{r_2 - r_1} \exp(r_2 t) \right)$

$\Delta = 0 \Leftrightarrow Q = \frac{1}{2}$ La solution générale s'écrit $S_G(t) = S_p(t) + S_H(t) = E_0 + (A_1 + A_2 t) \exp(-\omega_0 t)$

Les C.I. imposent $A_1 + E_0 = 0$; $-\omega_0 A_1 + A_2 = 0$ On obtient $U_C(t) = E_0 (1 - (1 + \omega_0 t) \exp(-\omega_0 t))$

$\Delta < 0 \Leftrightarrow Q > \frac{1}{2}$ La solution générale s'écrit $S_G(t) = S_p(t) + S_H(t) = E_0 + \exp(-\frac{t}{\tau}) (A_1 \cos(\omega t) + A_2 \sin(\omega t))$

Les C.I. imposent $A_1 + E_0 = 0$; $\frac{-1}{\tau} A_1 + \omega A_2 = 0$ On obtient $U_C(t) = E_0 \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \left(\cos(\omega t) + \frac{1}{\omega \tau} \sin(\omega t) \right) \right)$

2.7. Etude énergétique.

Reprenons la loi des mailles pour la réponse à un échelon de tension : $E_0 = U_R(t) + U_L(t) + U_C(t)$

Pour le bilan de puissance, on la multiplie par l'intensité dans la maille

$$\begin{matrix} E_0 I(t) & = & U_R(t) I(t) & + & U_L(t) I(t) & + & U_C(t) I(t) \\ P_{\text{gene}} & & P_{\text{Joule}} & & P_{\text{cond}} & & P_{\text{bob}} \end{matrix}$$

On peut la traduire par $\frac{d}{dt}(E_C + E_L) = P_{\text{gén}} - P_{\text{Joule}}$

Le bilan énergétique lors du régime transitoire donne alors

Pour le condensateur $E_C(t \rightarrow +\infty) - E_C(t=0) = \frac{1}{2} C E_O^2$ Pour la bobine $E_L(t \rightarrow +\infty) - E_L(t=0) = 0$

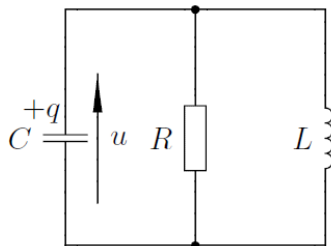
Pour le générateur fournit le travail électrique $W_{\text{gén}} = \int_{t=0}^{t \rightarrow +\infty} P_{\text{gén}} dt = \int_{t=0}^{t \rightarrow +\infty} C E_O \frac{dU_C}{dt} dt = \int_{U_C=0}^{U_C=E_O} C E_O dU_C = C E_O^2$

L'énergie dissipée par effet joule sous forme thermique dans le conducteur ohmique est alors $W_{\text{joule}} = W_{\text{gén}} - (E_C(t \rightarrow \infty) - E_C(t=0)) = \frac{1}{2} C E_O^2$

Capacités exigibles

- Analyser, sur des relevés expérimentaux, l'évolution de la forme des régimes transitoires en fonction des paramètres caractéristiques.
- Interpréter l'évolution du système à partir de considérations énergétiques.
- Écrire sous forme canonique l'équation différentielle afin d'identifier la pulsation propre et le facteur de qualité.
- Décrire la nature de la réponse en fonction de la valeur du facteur de qualité.
- Déterminer analytiquement la réponse dans le cas d'un régime libre ou d'un système soumis à un échelon en recherchant les racines du polynôme caractéristique et en déterminant des conditions initiales.
- Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire selon la valeur du facteur de qualité.

AD1 : Circuit RLC parallèle



Un condensateur est chargé et présente alors une tension constante U_O sur l'intervalle de temps $t < 0$. A l'instant initial, on le connecte à un circuit constitué d'un conducteur ohmique et d'une bobine en parallèle dans lequel ne circule aucun courant sur l'intervalle de temps $t < 0$.

- Déterminer les conditions initiales de ce problème en exprimant $u(t=0^+)$ et $i_L(t=0^+)$.
- Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ sur l'intervalle $t > 0$. La mettre sous forme canonique et exprimer les paramètres introduits en fonction de C , R et L .
- Exprimer R_C la résistance pour laquelle on observe un régime critique.

On suppose que la résistance est égale à R_C .

- Déterminer l'expression de $u(t)$ sur l'intervalle de temps $t > 0$.