Problème 1 : supercondensateurs.

1. la loi des mailles donne $E=u_R(t)+u_C(t)$

les lois de comportement donnent $u_R(t)=Ri(t)$; $i(t)=\frac{dq}{dt}(t)=C\frac{du_C}{dt}(t)$

On obtient l'équation différentielle $\frac{du_C}{dt}(t)+\frac{1}{\tau}u_C(t)=\frac{E}{\tau}$ avec le temps caractéristique : $\tau=RC$.

2. On peut lire la fem lorsque le régime stationnaire est atteint en fin de charge.

On lit une valeur $E=5{,}0\,V$ avec une incertitude qu'on peut estimer rapidement à $u(E)=0{,}1\,V$

3. On peut lire le temps caractéristique τ en traçant la tangente à l'origine de la courbe de tension $u_C(t)$ et en déterminant quand cette tangente atteint la valeur E.

On lit alors $\tau=1{,}0\,ms$ avec une incertitude liée à la précision du tracé de la tangente et à la lecture difficile sur le graphique qu'on peut estimer à $u(\tau)=0{,}1\,ms$

4. La relation $\tau=RC$ liant R, C et τ est de type produit, on en déduit : $\left(\frac{u(C)}{C}\right)^2=\left(\frac{u(R)}{R}\right)^2+\left(\frac{u(\tau)}{\tau}\right)^2$

On obtient alors $C=\tau/R=1{,}0\,\mu F$ avec l'incertitude $u(C)=0{,}1\,\mu F$

5. La tension avant qu'on lance la charge est $\boxed{u_C(0^-)=U_O}$

Cette tension est la somme de la tension aux bornes de la capacité $u_1(t)$ qui est continue et de la tension aux bornes de la résistance $u_2(t)$ qui respecte la loi d'Ohm. On en déduit $u_2(t=0^-)=R_O i(t=0^-)=0$; $u_1(t=0^-)=U_O$

La tension $u_1(t)$ aux bornes de la capacité est continue et la tension $u_2(t)$ est toujours donnée par la loi d'Ohm, on en déduit $u_1(t=0^+)=u_1(t=0^-)=U_O$ et $u_2(t=0^+)=R_O i(t=0^+)=RI$

Finalement on obtient $\boxed{u_C(0^+)=U_O+RI}$

On établit alors l'équation différentielle

la loi des mailles donne $u_C(t)=u_1(t)+u_2(t)$

les lois de comportement donnent $u_2(t)=Ri(t)=RI$; $i(t)=I=C_O\frac{du_1}{dt}(t)$

On intègre alors facilement la seconde relation $u_1(t)=\frac{I}{C_O}t+U_O$

On aboutit à $\boxed{u_C(t)=\frac{I}{C_O}t+U_O+RI}$

6. Pour estimer R_O, on relève $u_C(0^-)=1{,}55\,V$ avec une incertitude estimée à 0,01V et on relève $u_C(0^+)=1{,}67\,V$ avec une incertitude estimée à 0,01V

On en déduit la valeur de R_O par $R_O=\frac{u_C(0^+)-u_C(0^-)}{I}$ et on compose les incertitudes pour cette relation de type somme par $u^2(R_O)=\frac{1}{I^2}\left(u^2(u_C(0^+))+u^2(u_C(0^-))\right)$ ce qui donne $R_O=1{,}2\,m\Omega$ avec $U(R_O)=0{,}2\,m\Omega$

Cette valeur de résistance est très faible par rapport à celle des conducteur ohmiques vus en TP.

Pour estimer C_O, on relève également $u_C(t_{fin}=10^-)=2{,}01\,V$ avec une incertitude estimée à 0,01V.

On en déduit alors $C_O=\frac{I\,t_{fin}}{u_C(10^-)-u_C(0^+)}$ On obtient : $C_O=2{,}9\,10^3\,F$ avec $u(C_O)=2\,10^2\,F$ par Monte-Carlo

Cette valeur de capacité est colossale par rapport à celle des condensateurs vus en TP.

7. On sait que $u_c=u_1+u_2$ u_1 tension aux bornes du condensateur, u_2 tension aux bornes de la résistance.

La loi d'Ohm donne $u_2=R_O i$; l'équation caractéristique donne $i=C_O\frac{du_1}{dt}$

On obtient alors $\frac{du_C}{dt}=\frac{du_1}{dt}+\frac{du_2}{dt}=\frac{i}{C_O}+R_O\frac{di}{dt}$

8. En série, les dipôles sont traversés par la même intensité et l'additivité des tensions donnent : $u_{tot}=u_A+u_B$ On obtient donc d'une part $\frac{du_A}{dt}=\frac{i}{C_O}+R_O\frac{di}{dt}$ d'autre part $\frac{du_B}{dt}=\frac{i}{C_O}+R_O\frac{di}{dt}$

d'où $\frac{du_{tot}}{dt}=\frac{du_A}{dt}+\frac{du_B}{dt}=2\frac{i}{C_O}+2R_O\frac{di}{dt}=\frac{i}{C_S}+R_S\frac{di}{dt}$ on en déduit $\boxed{R_S=2R_O}$ et $\boxed{C_S=C_O/2}$

Dans une branche avec n super-condensateurs en série, on aura $\boxed{R_n=nR_O}$ et $\boxed{C_n=C_O/n}$

9. En dérivation, les deux dipôles sont soumis à la même tension et la loi des nœuds donne que l'intensité totale passant dans le dipôle équivalent est $i_{tot}=i_A+i_B$

On obtient donc d'une part $\frac{du_C}{dt}=\frac{i_A}{C_O}+R_O\frac{di_A}{dt}=\frac{i_B}{C_O}+R_O\frac{di_B}{dt}$ On en déduit $\boxed{R_d=R_O/2}$ et de capacité $\boxed{C_d=2C_O}$.

Pour m supercondesateurs en parallèle, on aura alors $\boxed{R_m=R_O/m}$ et de capacité $\boxed{C_m=mC_O}$.

10. Dans chaque branche, $\boxed{R_n=nR_O}$ et $\boxed{C_n=C_O/n}$. Pour M branches en parallèle $\boxed{R_{n,m}=\frac{n}{m}R_O}$ et $\boxed{C_{n,m}=\frac{m}{n}C_O}$

Problème 2 : étude d'une photodiode.

1. La photodiode est étudiée en convention récepteur.
2. En exploitant la courbe correspondant à 8mW pour une tension de 0,5V, on lit l'intensité $\boxed{I_1\approx -3,0mA}$.

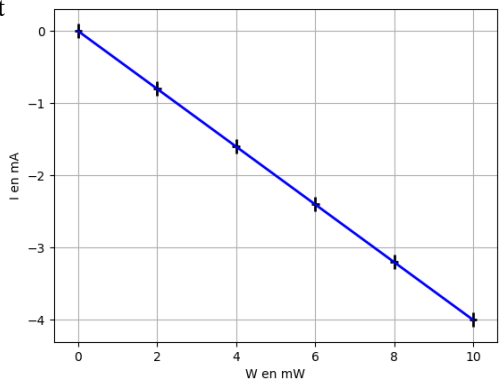
La puissance électrique s'exprime $\boxed{P_1=U_1I_1=-1,5mW}$

3. En exploitant la courbe correspondant à 6mW pour une tension de -1,0V, on lit l'intensité $\boxed{I_2\approx -2,4mA}$.

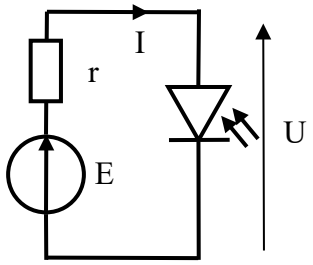
La puissance électrique s'exprime $\boxed{P_2=U_2I_2=2,4mW}$

4. **Dans le cas étudié question 2**, la puissance reçue est négative, la photodiode fournit donc de la puissance, **elle se comporte en générateur**.**Dans le cas étudié question 3**, la puissance reçue est positive, la photodiode reçoit donc de la puissance, **elle se comporte en récepteur**.
5. A l'aide des 6 courbes proposées sur la figure, on peut construire le tableau suivant :

W (mW)	0	2	4	6	8	10
I (mA)	0	-0,8	-1,6	-2,4	-3,2	-4,0



On obtient alors la courbe ci-contre pour la représentation graphique de I=f(W). Une analyse qualitative de l'alignement des points montrent une tendance linéaire pour l'évolution de l'intensité du courant électrique inverse en fonction de la puissance lumineuse reçue.



6. On obtient le circuit ci contre.
7. L'équation caractéristique du générateur dans le modèle de Thévenin étudié ici s'écrit $\boxed{U=E-rI}$

8. On reprend la courbe utile, à savoir la plus basse. On ajoute la droite correspondant à la caractéristique du générateur de Thévenin de pente -1/r ce qui donne pour l'application numérique -5mA/V passant par le point limite donné soit une puissance luminseuse de 10mW, une tension de -0,5V ce qui donne une intensité de –4mA. On lit alors la force électromotrice correspondante à l'intersection de la caractéristique et de l'axe des abscisses ce qui donne E_{max}=-1,5V.Par le calcul, on impose le point de coordonnées (U=-0,5V, I=-4mA) et on utilise l'équation caractéristique du générateur de Thévenin ce qui donne $\boxed{E=U+rI=-1,5V}$

