La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les réponses aux questions doivent être encadrées.

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

Résolution de problèmes : durée d'un éclair.

Les nuages d'orage sont des cumulonimbus qui se chargent fortement en électricité lors des orages. Globalement, le sommet du nuage est chargé positivement alors que sa base possède une charge négative. La partie du nuage qui se trouve en regard de la Terre étant chargée négativement, le sol se charge positivement par influence. Par temps d'orage, on peut comparer le système formé à un gigantesque condensateur constitué par de l'air placé entre le bas du nuage et le sol.
Dans certaines conditions, l'air devient localement conducteur. Il s'établir alors un canal ionisé qu'on peut modéliser comme un conducteur ohmique situé entre le sol et le nuage dans lequel une ou plusieurs décharges se produisent. Ces décharges constituent la foudre proprement dite. L'éclair est le phénomène lumineux qui accompagne la foudre lors de la décharge. Le tonnerre est un son produit par l'expansion brutale de la fine colonne d'air qui a été chauffée très rapidement par la foudre.

On peut considérer les ordres de grandeurs suivants pour un éclair :

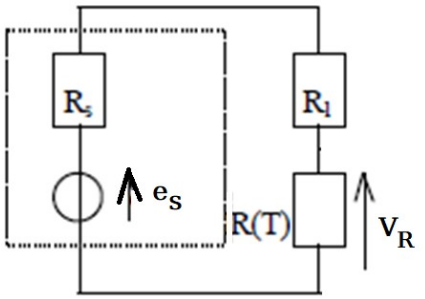
- Tension maximale atteinte avant décharge 100 millions de volts.
- Intensité électrique maximale atteinte 30 kiloampères.
- L'énergie électrique accumulée avant la décharge est de 50 millions de Joule.
- La décharge est considérée finie lorsque la tension a diminué de 99 %.

1. Estimer la durée d'un éclair.

Donnée numérique : $\ln(100) \approx 4{,}6$

Problème 1 : Thermistances et montages thermométriques.

On cherche à comparer les performances de deux montages électriques pour mesurer les variations d'une thermistance en fonction de la température.



Etude du montage simple :

Dans un premier temps on considère le circuit ci-contre dans lequel le générateur est représenté par son modèle de Thévenin (e_S, R_S) et un voltmètre idéal mesure la tension V_R aux bornes de la thermistance de résistance R dépendant de la température T.

1. En utilisant la relation du diviseur de tension, déterminer l'expression de V_R en fonction de R(T), R_S, R_1 et e_S.

On suppose qu'à partir d'une température T_O pour laquelle la résistance prend une valeur $R(T_O)$, la température augmente de δT et la résistance augmente d'une valeur δR.

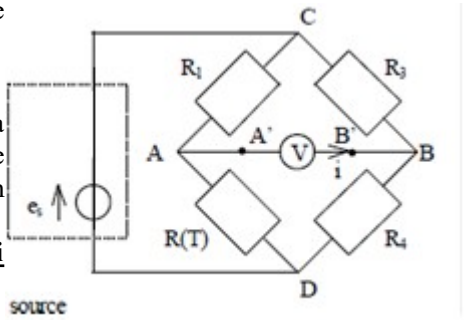
2. Exprimer la variation δV_R de la tension obtenue aux bornes de la résistance en fonction de δR, $R(T_O)$, R_S, et R_1. Simplifier alors son expression en tenant compte du fait que δR est petite devant les autres résistances.

Pour une température T_A, la tension obtenue au voltmètre est $V_R(T_A)$=2,35V, après augmentation de la température de δT, la tension lue au voltmètre est $V_R(T_A+\delta T)$ =2,29V, on se trouve alors sur le calibre (2 à 20V) pour lequel la notice donne une incertitude évaluée à 0,1% de la valeur lue + 3 digits.

3. Expliquer pourquoi ce montage ne permet pas de déterminer précisément la variation de tension observée.

Etude du pont de Wheatstone :

Pour obtenir des mesures de bonne précision des variations de la résistance R(T), on préfère utiliser le circuit avec pont de Wheatstone présenté ci contre. Dans cette modélisation, on suppose le générateur de résistance interne négligeable.



On suppose qu'aucun courant ne circule dans le voltmètre qui est pris comme idéal.

4. Déterminer la tension U mesurée entre les points A et B en fonction de e_S, R_1, R_3, R_4 et R(T).
5. L'équilibre du pont est réalisé pour la température T_{eq} et alors la tension U s'annule. Déterminer la relation liant R_1, R_3, $R(T_{eq})$ et R_4.

Lorsque la température passe de T_{eq} à $T_{eq}+\delta T$, la résistance passe de $R(T_{eq})$ à $R(T_{eq}) + \delta R$.

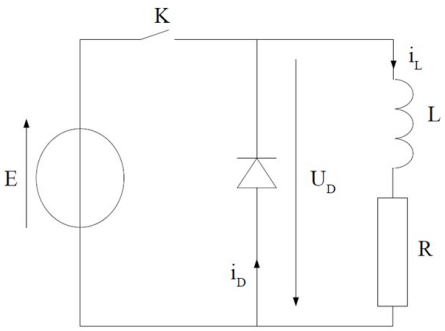
6. Déterminer la tension δU lorsque la température est fixée à $T_{eq} + \delta T$ puis simplifier son expression en tenant compte du fait que δR est petite devant les autres résistances.
7. Comparer alors les expressions de δU et δV_R Quel avantage y a-t-il à utiliser le pont ?

Problème 2 : Diode de roue libre.

Le comportement d'un moteur peut-être modélisé par l'association série d'une résistance et d'une bobine idéale. Lorsqu'on ouvre le circuit, une surtension peut apparaître aux bornes du moteur et peut provoquer une étincelle de rupture au niveau de l'interrupteur qui peut-être dommageable. Pour prévenir ce phénomène, on installe une diode, dite de roue libre en parallèle du moteur comme sur la figure ci contre

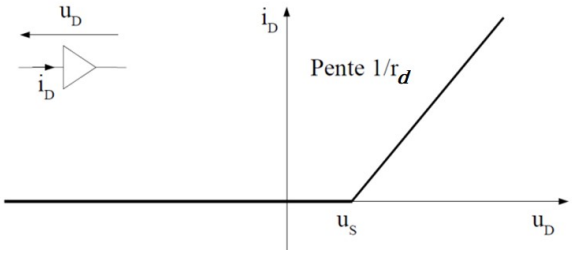
Cette diode court-circuite le moteur à partir du moment où on ouvre l'interrupteur correspondant dans la suite à l'instant initial (t = 0).

On notera également le fait que $\boxed{E > 0}$.



En convention récepteur, on donne la caractéristique de la diode sur la figure ci contre :

- u_S est la tension seuil de la diode,
- r_d est sa résistance interne.



La diode présente deux régimes de fonctionnement :

- diode bloquée si « $u < u_S$ » : la diode équivaut alors à un interrupteur ouvert
- diode passante si « $i > 0$ » ⇔ « $u \geq u_S$ » : la diode équivaut alors à l'association série d'une source de tension u_S et d'une résistance r_d.

On étudie d'abord le régime stationnaire avant modification du circuit c'est-à-dire avec l'interrupteur fermé.

1. Quelle est la tension U_D aux bornes de la diode dans cette situation ? En déduire le dipôle équivalent.
2. Quel est le dipôle équivalent de la bobine en régime stationnaire ?
3. Dessiner alors le schéma équivalent du circuit et donner l'expression de $i_L(t<0)$.
4. En déduire l'expression de l'énergie dans la bobine en fonction de L, E et R. Faire l'application numérique pour R=0,1Ω, E=100V et L=0,5mH.

Dans une première étude, on considère que la diode est parfaite : $r_d = 0$ et $u_S = 0$.

5. Déterminer $i_L(t=0^+)$ en précisant bien l'argument utilisé. En déduire en précisant proprement le raisonnement que la diode est passante. Dessiner alors le circuit équivalent qu'il faut étudier.
6. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par $i_L(t)$ sur l'intervalle $t>0$ s'écrit comme ci-dessous et préciser l'expression et la valeur numérique du temps caractéristique τ : $\frac{di_L}{dt}(t)+\frac{1}{\tau}i_L(t)=0$
7. Résoudre cette équation pour obtenir l'expression de $i_L(t)$. Vérifier que la diode reste toujours passante.
8. Tracer alors proprement $i_L(t)$.

Dans une seconde étude, on reprend le modèle de la diode en supposant que $r_d \neq 0$ et $u_S \neq 0$.

9. Proposer un circuit équivalent pour l'étude du régime transitoire sur le domaine $t>0$.
10. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par $i_L(t)$ se met sous la forme suivante en précisant l'expression du temps caractéristique τ_d : $\frac{d\,i_L}{dt}(t)+\frac{1}{\tau_d}i_L(t)=-\frac{u_S}{(r_d+R)\tau_d}$
11. Déterminer alors l'expression de l'intensité $i_L(t)$.
12. Montrer qu'il existe un temps t_b à partir duquel la diode change de régime et donner son expression en fonction de r_d, R, E et u_S.

Problème 3 : Stratégie de charge des super condensateurs. DS3 2024-2025

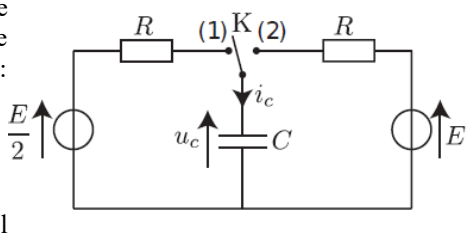
Un "supercondensateur" est un condensateur de technique particulière, qui permet d'obtenir une capacité élevée pour un encombrement réduit. Ils sont utilisés dans des domaines variés, dont la propulsion de bateaux, de bus ou de tramway. Leur faible résistance interne permet des courants élevés et donc des charges rapides et des puissances de sortie importantes. Nous étudions ici un exemple d'application des supercondensateurs, et en particulier nous voyons ce qui contraint leur dimensionnement (quelle capacité, quelle résistance interne ?).

Document : En 2009, la RATP et Alstom ont expérimenté en service commercial un tramway Citadis équipé de supercondensateurs sur la ligne T3 du réseau francilien. La rame a été équipée de 50 modules de supercondensateurs (15 kg pièce) pour le stockage de l'énergie à bord. L'ensemble est équivalent à 50 supercondensateurs montés en parallèle sous une tension de 1000 V. Ceci permet aux trams de circuler en autonomie sur les sections dépourvues de ligne aérienne de contact. En autonomie la rame peut franchir 400 m, soit la distance entre deux stations sur la ligne T3, avec une vitesse moyenne d'environ 4 $m.s^{-1}$.
Les moteurs développent une puissance moyenne continue de 500 kW, et sont alimentés sous 1000 V. Présentant une résistance interne très faible, les supercondensateurs autorisent le passage d'intensités très importantes pendant les 25 secondes que dure un rechargement en station, et sont donc en cela plus adaptés que les batteries conventionnelles.
https://www.ville-rail-transports.com/ferroviaire/alstom-et-la-ratp-testent-les-supercondensateurs-2/

1. A l'aide du document proposé, des approximations nécessaires et de formules du cours, déterminer et évaluer numériquement les caractéristiques suivantes :

- E_{Tot} l'énergie totale nécessaire au trajet entre deux stations
- C la capacité d'un des 50 supercondensateurs installés dans la rame de tramway, commenter la valeur obtenue.
- R la résistance du circuit de charge.

On appelle "rendement de la charge du condensateur" le rapport entre l'énergie stockée par le condensateur à l'issue de la charge et de l'énergie fournie par le générateur au cours de cette charge : $\eta = \frac{E_{stockée}}{E_{fournie}}$



Premier procédé de charge.

L'interrupteur K est d'abord dans la position intermédiaire où il n'établit aucun contact.
Le condensateur étant initialement déchargé, on bascule l'interrupteur K dans la position (2) à t=0.

2. Indiquer le temps caractéristique τ de cette charge. Etablir l'expression de la tension aux bornes du condensateur à l'instant initial t=0 et dans l'état final $t_1 \approx 5\tau$ pour lequel on suppose que le régime stationnaire a été atteint.
3. Donner l'expression de $E_{Stockée}$ l'énergie stockée par le condensateur au cours de la charge.
4. Déterminer l'expression de $E_{Fournie}$ l'énergie fournie par le générateur au cours de la charge.
5. Déterminer le rendement de la charge avec la méthode envisagée. Peut-il être optimisé en changeant la résistance R ?

Second procédé de charge.

On réalise une charge en deux temps. Le condensateur est initialement déchargé. L'interrupteur K est d'abord dans la position intermédiaire où il n'établit aucun contact. Puis il est fermé en position (1) à t = 0. Lorsque le régime transitoire qui s'ensuit est achevé à l'instant t_1=5%tau l'interrupteur est basculé en position (2).

6. Déterminer les expressions de $u_c(t=0)$; $u_c(t=5\tau)$ et $u_c(t=10\tau)$. Déterminer l'énergie électrique fournie par les deux générateurs avec ce second procédé.
7. En déduire le rendement pour cette nouvelle façon de procéder. Conclure sur les avantages et désavantages de ce second procédé par rapport au premier.

Généralisation à une charge en N étapes.

On note t_O=0 l'instant initial où le condensateur est déchargé. On suppose maintenant que la charge se fait en N étapes. L'étape numéro k de la charge (k =1 à N) a lieu de t_{k-1} à t_k, par un générateur de tension kE/N, à travers une résistance R. On suppose que chaque étape permet de passer d'un état stationnaire à un autre état stationnaire. Au début de l'étape k, $uc(t_{k-1}) = (k-1)\times E/N$, et à la fin de l'étape k, $uc(t_k) = k\times E/N$.

8. Lors de l'étape k de la charge, déterminer l'énergie fournie par le générateur. En déduire l'expression de l'énergie fournie par les générateurs lors de l'ensemble de la charge.
9. Montrer que le rendement pour une charge en N étapes s'écrit $\eta = \frac{N}{N+1}$.