

TD 2 RELATIONS DE CONJUGAISON DES LENTILLES

1. Petit calcul d'entraînement...

L'image par une lentille convergente de focale f' se situe à $\overline{OA'} = \frac{9}{10}f'$.

- En déduire \overline{OA} et le grandissement.
- Interpréter les résultats (réel, virtuel, agrandissement ?...)

2. Étude graphique de la relation de conjugaison

On considère une lentille convergente, de focale notée f' .

- Rappeler les relations de Descartes (conjugaison, grandissement)

On introduit les variables réduites $x = \frac{\overline{OA}}{f'}$ et $x' = \frac{\overline{OA'}}{f'}$: $x = -2,5$ signifie donc que l'objet est à 2,5 fois la focale, avant la lentille.

- Démontrer que $x' = \frac{x}{1+x}$ et que $x' = \gamma x$.

c) En étudiant la fonction $x'(x)$, justifier que la courbe passe par l'origine, que sa limite en $\pm\infty$ vaut 1, que sa limite en -1 vaut $-\infty$ par valeur supérieure et $+\infty$ par valeur inférieure.

Tracer l'allure de cette courbe : x' en fonction de x .

- Marquer les zones du plan du graphique correspondant à des objets réels ou virtuels, à des images réelles ou virtuelles.

Proposez le plus d'affirmations possibles, du type :

« Pour une lentille convergente, si l'objet est réel, l'image est toujours virtuelle »

(On remarquera que l'affirmation ci-dessus est fausse...)

- On utilise maintenant la seconde équation incluant le grandissement : ajouter sur le graphique le lieu des points (droite ? courbe?) tels que $\gamma = -1$. On utilisera une autre couleur pour ce tracé.

Avec cette nouvelle couleur, trouvez les zones du plan correspondant à une image droite ou inversée, agrandie ou réduite.

Proposez des affirmations (vraies) concernant le grandissement, comme à la question précédente.

- Pour faire la même étude avec une lentille divergente, il est judicieux de définir

$$x = \frac{\overline{OA}}{|f'|} = -\frac{\overline{OA}}{f'} \text{ pour que le signe de } x \text{ garde son sens physique, et de même : } x' = \frac{\overline{OA'}}{|f'|} = -\frac{\overline{OA'}}{f'}$$

On en déduira que $x' = \frac{x}{1-x}$.

3. Encombrement minimum

a) On a (Chasles) : $\overline{AA'} = \overline{AO} + \overline{OA'} = \overline{OA'} - \overline{OA}$, ainsi que la relation de conjugaison de Descartes : $\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{f'}$, ce qui donne $\overline{OA'} = \frac{\overline{OA}f'}{\overline{OA} + f'}$, donc $\overline{AA'} = \frac{\overline{OA}f'}{\overline{OA} + f'} - \overline{OA}$, qu'il faut dériver par rapport à \overline{OA} .

Formule du quotient : $\frac{d\overline{AA'}}{d\overline{OA}} = \frac{f'(\overline{OA} + f') - \overline{OA}f' \times 1}{(\overline{OA} + f')^2} - 1$ qui donne exactement le résultat demandé.

b) On trouve le minimum en annulant la dérivée, donc $\left(\frac{f'}{\overline{OA} + f'}\right)^2 = 1$ soit (attention aux

maths !) $\frac{f'}{\overline{OA} + f'} = 1 \Leftrightarrow \overline{OA} = 0$ mais l'énoncé l'interdit : A et O sont distincts ;

soit $\frac{f'}{\overline{OA} + f'} = -1 \Leftrightarrow \overline{OA} = -2f'$, puis avec la conjugaison $\overline{OA'} = +2f'$: on reconnaît la conjugaison de $\gamma = -1$.

4. Objectif de microscope

a) On utilise les relations de Newton $\gamma = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'}$ donc $f' = \frac{D}{-\gamma}$. L'image et l'objet étant réels, la conjugaison est inversée et le grandissement est négatif.

AN : on trouve respectivement, pour le x40 et le x100, $f' = 5 \text{ mm}$ et $f' = 2 \text{ mm}$.

b) On utilise encore Newton : $\gamma = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} \Leftrightarrow \overline{FA} = \frac{+f'}{\gamma}$.

AN : $\overline{FA} = \frac{5 \text{ mm}}{-40} = -125 \mu\text{m}$ puis $\overline{FA} = \frac{2 \text{ mm}}{-100} = -20 \mu\text{m}$, donc objet situé très peu avant le foyer objet de l'objectif.

5. Affirmation toujours vraie

On a par la relation de conjugaison de Newton $\overline{F'A'}\overline{FA} = \overline{F'O}\overline{FO} = -f'^2$: que la lentille soit convergente ou divergente, $\overline{F'A'}$ et \overline{FA} sont donc de signes opposés.

6. Objectif macro

A	B	C	D	E	F	G
Objectif macro						
			SI			
"f1"	75 mm		0,075		V2	3 δ
τ	4,25 mm		0,00425		"f2"	0,333333333 m
					O2O1	5 cm
"f1+τ"	79,25 mm		0,07925			0,05 m
O1A	-35 cm		-0,35			
AB	1 cm					
1.	<u>Conjugaison Descartes directement</u>					
O1A'	95,455 mm		0,095455			trop loin
A'B'	-0,273 cm					
2. a.	<u>A → Ai → A'</u>					
si A' sur f1, Ai à l'infini et A sur F2, donc AO2 =					0,333333333 m	
					AO1 =	0,383333333 m
						38,33333333 cm
si A' à f1+τ	<u>Conjugaison Descartes pour avoir Ai</u>					
O1Ai	-1,399 m					
O2Ai	-1,349 m					
O2A	-0,267 m					
AO1	0,3173 m		31,7269 cm			
2.b						
O2A	-0,3 m					
O2Ai	-3 m		AiBi		10 cm	
O1Ai	-3,05 m					
O1A'	0,0769 m		76,89076 mm			bien placée
			A'B'		-0,25210084 cm	
					-2,521008403 mm	