Exo 2

1. Source de courant : $i_1=-0{,}3\,A$ (sens opposé)

   $i_2=-0{,}1\,A$: Ohm mais convention inversée

   $i_3=0{,}8\,A$, $i_4=0{,}7\,A$: loi des nœuds

   $i_5=-0{,}4\,A$: loi des nœuds en D, et en C.

2. $U_1=+6{,}0\,V$: Ohm, convention inversée

   $U_3=+8{,}0\,V$, $U_4=+7{,}0\,V$: Ohm

   Pas de loi pour U_0 : source de courant.

3. $+U_3+U_4-15\,V=0$ est vérifiée

   $+6\,V+U_2-U_4=0$ est vérifiée

   $+U_0+U_1-U_3-U_2=0$: $U_0=U_2+U_3-U_1=+3{,}0\,V$

4. On doit impérativement trouver un fonctionnement récepteur pour les résistances : elles ne peuvent que recevoir de l'énergie de la part des charges et pas en fournir.

   Si le dipôle est en convention générateur, la puissance reçue est alors $P=-U\,i$

   $P_1=+1{,}8\,W$, $P_2=+0{,}1\,W$, $P_3=+6{,}4\,W$, $P_4=+4{,}9\,W$: c'est correct.

   $P_{15\,V}=-16{,}5\,W$, $P_{6\,V}=+2{,}4\,W$, $P_{0{,}3\,A}=+0{,}9\,W$: les deux dernières sources ont un fonctionnement récepteur, elles sont forcées.

   On vérifie que la somme des puissances reçues est bien nulle : il y a simplement échange entre dipôles, et non création d'énergie.

Exo 1.

e	1,60E-19	C
Na	6,02E+23	Mol-1
Mcu	6,35E-02	kg/mol
µCu	8960	kg/m³
S	1,00E-06	m²
I	1	A
v	7,35538E-05	m/s
	73,55377752	µm/s

6. Résistance équivalente

1. Les 3 résistances de droite sont en série : on peut les remplacer par une résistance de valeur $3R$.
   Cette résistance se retrouve en parallèle avec une résistance R : on donc $\frac{1}{R_1}=\frac{1}{R}+\frac{1}{3R}=\frac{4}{3R}$.
   On trouve finalement $R_1=\frac{3}{4}R$
2. Les 3 à droite sont en parallèle, on peut les remplacer par R' telle que $\frac{1}{R'}=\frac{1}{R}+\frac{1}{R}+\frac{1}{R}=\frac{3}{R}$ soit $R'=\frac{R}{3}$. R' est maintenant en série avec R, le groupe est donc équivalent à $R_2=R+R'=\frac{4}{3}R$
3. Première étape : R série R en haut à droite donc $2R$
   Deuxième étape : $R//2R$ donc $\frac{2}{3}R$
   Troisième étape : R série $\frac{2}{3}R$ soit $\frac{5}{3}R$
   Quatrième étape : $R//\frac{5}{3}R$ soit $\frac{5}{8}R$
   Dernière étape : R série $\frac{5}{8}R$ soit $R_3=\frac{13}{8}R$
4. 1. Série à droite : $3R$
   2. $R//R$ en haut à gauche soit $\frac{R}{2}$
   3. En série avec R : $\frac{3}{2}R$
   4. Groupement série des deux résistances à côté du « Y » : $2R$
   5. Les trois groupes obtenus sont en parallèle avec R : de droite à gauche
   $$R_4=3R//R//2R//\frac{3}{2}R=\frac{2}{5}R$$

5. Méthode indirecte

(a) On trouve un courant $\boxed{i-i_1}$ vers la droite dans la résistance en bas à gauche par la loi des nœuds. En fléchant les tensions avec la convention récepteur, puis en orientant la maille dans le sens trigonométrique, on trouve $\boxed{(i)\ 2Ri_1+Ri_2-R(i-i_1)=0}$ soit $\boxed{(i)\ 3i_1+i_2=i}$.

La loi des nœuds en haut donne un courant vers la droite $\boxed{i_1-i_2}$.
Sur le nœud du bas, on trouve que le courant $\boxed{i'}$ traversant de gauche à droite la résistance $\boxed{2R}$ est $\boxed{i'=i-i_1+i_2}$. On retrouve bien sûr que $\boxed{i_B=i_1-i_2+i-i_1+i_2=i}$.
Après avoir fléché les tensions, orientons la maille de droite dans le sens horaire : $\boxed{(ii)\ Ri_2-R(i_1-i_2)+2R(i-i_1+i_2)=0}$ soit $\boxed{(ii)\ -3i_1+4i_2=-2i}$

(b) Ajoutons les deux : $\boxed{5i_2=-i}$ soit $\boxed{i_2=-\frac{1}{5}i}$; en remplaçant dans $\boxed{(i)}$ on obtient $\boxed{i_1=\frac{2}{5}i}$.

Or $\boxed{u=2Ri_1+R(i_1-i_2)=3Ri_1+R(-i_2)=Ri\left(3\times\frac{2}{5}+\frac{1}{5}\right)=\frac{7}{5}Ri}$

Finalement $\boxed{R_{éq}=\frac{7}{5}R}$.

3. Charge d'une batterie de voiture

(a) On utilise la convention récepteur pour la batterie: c'est un choix possible car ici elle se comporte comme un récepteur. En fléchant correctement les tensions aux bornes des résistances : $\boxed{I=\frac{E-e}{R+r}=2{,}0\ \text{A}}$

(b) On a simplement $P_E=E\,I=26\ \text{W}$. La puissance Joule est celle dissipée dans les deux résistances $P_J=R\,I^2+r\,I^2=(R+r)\,I^2=2{,}0\ \text{W}$.
Comme la batterie est en convention récepteur, sa puissance reçue est $P_e=e\,I=24\ \text{W}$.
On vérifie bien que l'énergie se conserve.

(c) La « capacité » de $50\ \text{A.h}$ représente la charge Q de la batterie, or $\frac{dQ}{dt}=I$ et ici I est constante car e ne change pas.
On en déduit $\Delta Q=I\,\Delta t$ avec $\Delta Q=90\,\%\cdot 50\ \text{A.h}=0{,}90\cdot 50\times 3600\ \text{A.s}=1{,}62\cdot 10^5\ \text{C}$ d'où $\Delta t=\frac{\Delta Q}{I}=8{,}1\cdot 10^5\ \text{s}=22\ \text{h}\,30\ \text{min}$

Exo 8. Adaptation de puissance

(a) On peut utiliser la loi de Pouillet : $I=\frac{E}{R+r}$ d'où $P=R\,I^2=\frac{R\,E^2}{(R+r)^2}$.

On peut aussi utiliser un pont diviseur de tension et utiliser $P=\frac{U^2}{R}=G\,U^2$.

(b) $P'(R)=\frac{1\cdot(R+r)^2-R\cdot 2\,(R+r)}{(R+r)^4}E^2$ soit $P'(R)=\frac{r^2-R^2}{(R+r)^4}E^2=\frac{r-R}{(R+r)^3}E^2$ qui s'annule pour $R=r$, d'abord positive, puis négative. Il s'agit donc d'un maximum.

(c) On définit le rendement du transfert par $\eta=\frac{P}{P_{géné}}$ où $P_{géné}$ représente la puissance fournie par le générateur. Que vaut ce rendement quand le montage est adapté ?
On a $P_0=E\,I$ avec lorsque c'est adapté $I=\frac{E}{2r}$ puisque $R=r$.
On en déduit $P_0=\frac{E^2}{2r}$ et $P=\frac{r\,E^2}{(2r)^2}=\frac{E^2}{4r}$: $\eta=50\,\%$, la puissance fournie par la source se répartit à parts égales dans la résistance de charge (utile), et dans la résistance interne (énergie perdue) .

Exo 4. Thévenin

a) $U=E-r\,I$: en circuit ouvert, $U=E=4{,}5\ \text{V}$

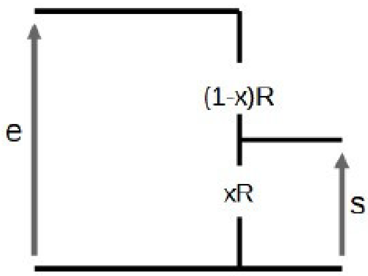
b) $r=\frac{E-U}{I}=0{,}4\ \Omega$.

En fonctionnement normal, $P_J=r\,I^2=0{,}1\ \text{W}$

En cc, $U=0$, donc $P_J=\frac{E^2}{r}=50{,}6\ \text{W}$

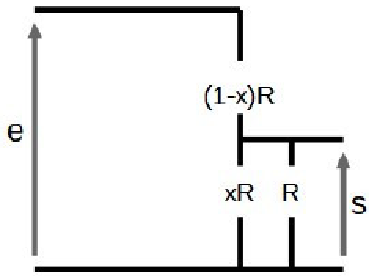
7. Potentiomètre

a) Comme la sortie est ouverte, il ne sort par définition aucun courant, et le nœud entre les résistances ne comporte en réalité que 2 fils (c'est un « faux nœud ») : on peut appliquer le diviseur de tension.



On a évidemment $R_{éq}=R$ et donc $\boxed{s=x\,e}$: ce montage sert à obtenir une tension réglable en sortie, variant entre 0 % et 100 % de *e*.

b) La sortie n'est plus ouverte : les intensités se divisent, on ne peut donc plus appliquer directement le diviseur de tension.



En revanche , on pourra l'appliquer après fusion des résistances en dérivation, car la tension aux bornes restera *s*.

$$\frac{1}{R//xR}=\frac{1}{R}+\frac{1}{xR}=\frac{1+x}{xR} \quad \text{soit} \quad R//xR=\frac{x}{1+x}R$$

Le diviseur de tension s'écrit alors $s=e\dfrac{\dfrac{x}{1+x}R}{(1-x)R+\dfrac{x}{1+x}R}$,

expression brute qu'on simplifie immédiatement en multipliant par $1+x$ en haut et en bas :

$s=e\dfrac{x}{(1-x)(1+x)+x}$ (*R*, factorisée, s'en va), ce qui donne $\boxed{s=e\dfrac{x}{1+x-x^2}}$

Quand $x=0$, on retrouve bien $s=0$, et quand $x=1=100\,\%$, on a encore $s=e$.

Entre ces deux valeurs, le comportement est cependant différent : étudions $f(x)=1+x-x^2$: $f'(x)=1-2x$ qui s'annule en $x=0{,}5$

C'est une fonction du second degré, avec un coefficient négatif : *f* a donc une concavité vers le bas et sera donc maximale pour cette valeur. On calcule $f(0{,}5)=1{,}25=5/4$ (elle vaut bien évidemment 1 aux deux bords 0 et 1).

Conclusion : le potentiomètre fonctionne encore qualitativement, mais l'indication en pourcentage est fausse en dehors des extrêmes 0 % et 100 %. Par exemple, pour $x=0{,}5=50\,\%$, on trouve $s=e\times 50\,\%\times\dfrac{4}{5}=40\,\%\times e$ au lieu des 50 % attendus.