TD 6 RÉGIME HARMONIQUE

1. Formes des sinusoïdes

On utilise dans tous les cas le passage, retrouvé avec la formule d'addition $\begin{cases} A=+X_m \cos\varphi \\ B=-X_m \sin\varphi \end{cases}$ d'où l'on tire $X_m=\sqrt{A^2+B^2}$ et, sauf cas évidents, en posant $c=\dfrac{A}{X_m}$, $\varphi=-\operatorname{sgn}(B)\ \arccos(c)$ (le signe de *B* est l'opposé de celui du sinus de φ).

a) On trouve $X_m=5\,\mathrm{V}$ et $c=3/5=0{,}6$ avec $B>0$ donc $\varphi=-\arccos(c)=-53{,}1\,°$

b) $A=-X_m=-5\,\mathrm{V}$ et $B=0$

c) $X_m=5\,\mathrm{V}$ et $\varphi=-\arccos(-0{,}8)=-143{,}1\,°$

d) $X_m=|B|=2\,\mathrm{V}$ et $\cos\varphi=0$, $\sin\varphi>0$: $\varphi=90\,°$

e) $\varphi=\omega\tau=2\pi\dfrac{\tau}{T}=360\,°\dfrac{\tau}{T}$: $\varphi=-45\,°$ donc $A=B=X_m/\sqrt{2}=0{,}71\,\mathrm{V}$

f) La sinusoïde étant supposée centrée (= sans offset), on a $x(t)=A\cos\omega_0 t+B\sin\omega_0 t$.
Donc $x(0)=A=-1\,\mathrm{V}$ et $\mathring{x}(t)=-A\omega_0\sin\omega_0 t+B\omega_0\cos\omega_0 t$: $\mathring{x}_0=B\omega_0$, soit $B=1\,\mathrm{V}$.
Finalement $X_m=\sqrt{2}\,\mathrm{V}=1{,}41\,\mathrm{V}$ et $\varphi=-45\,°$.

3. Circuit LC série et source de tension E

a) Les tensions ont été obtenues en cours.

Pour obtenir les puissances, il faut multiplier les tensions par l'intensité :
$i=C\dfrac{du_C}{dt}=CE\dfrac{d}{dt}(1-\cos\omega_0 t)=CE\omega_0\sin\omega_0 t$.

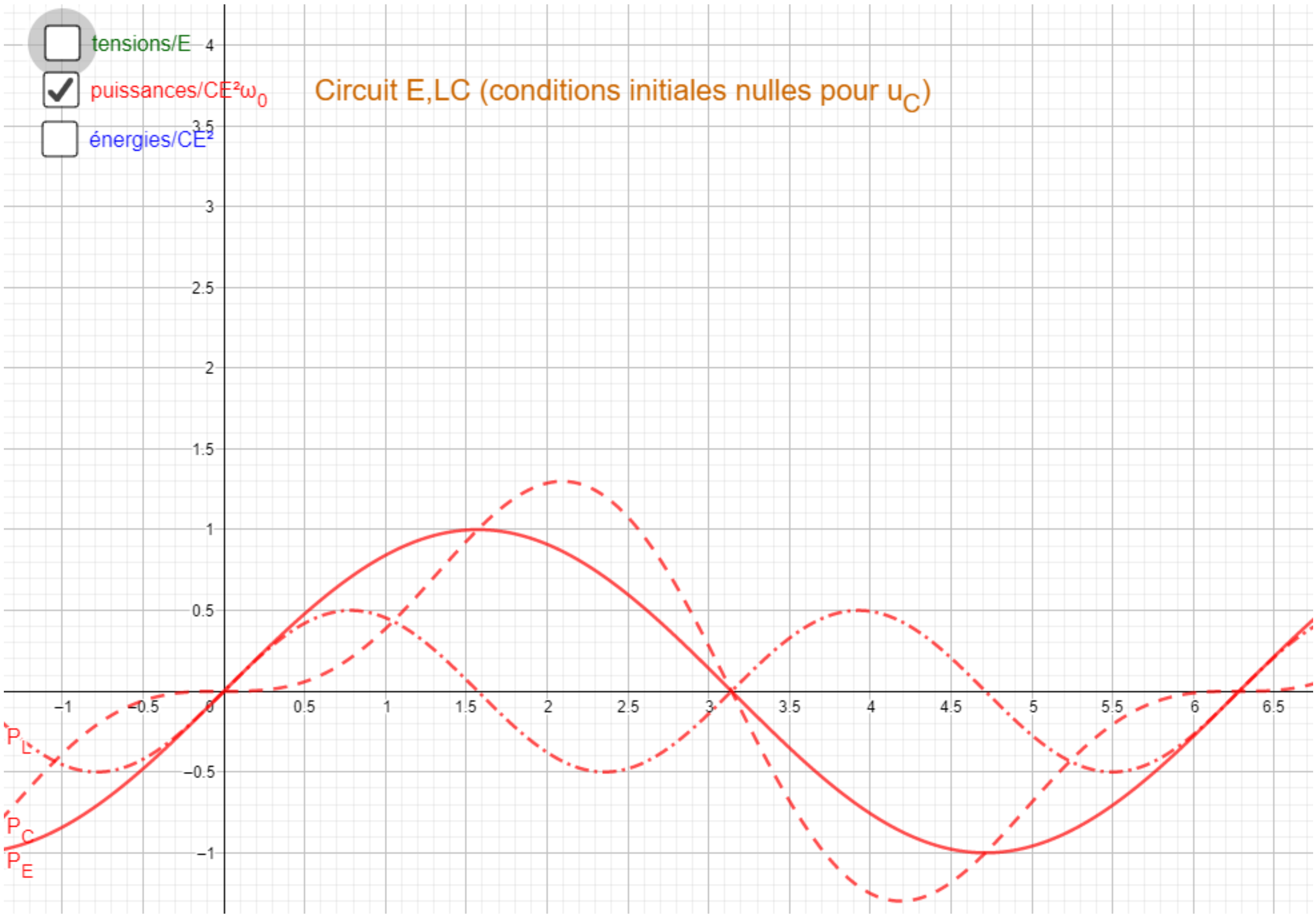
On retrouve bien les expressions demandées, avec P_C, P_L puissances reçues (conventions récepteur) , et P_E fournie (convention générateur).

Dans le cas des énergies, on a directement l'expression de l'énergie stockée dans le condensateur $E_C=\dfrac{1}{2}Cu_C^2$, et celle stockée dans la bobine
$E_L=\dfrac{1}{2}Li^2=\dfrac{1}{2}LC^2E^2\omega_0^2\sin^2\omega_0 t=\dfrac{1}{2}CE^2\sin^2\omega_0 t$ car $LC\omega_0^2=1$.

Pour obtenir l'énergie fournie par la source, on peut intégrer la puissance, ou au choix, utiliser le bilan énergétique $E_E=E_L+E_C=\dfrac{1}{2}CE^2\left[(1-\cos x)^2+\sin^2 x\right]=\dfrac{1}{2}CE^2(2-2\cos x)$ avec $x=\omega_0 t$

b) On a pris pour la simulation $T=\dfrac{2\pi}{\omega_0}=6{,}28\,\mathrm{s}$

c) Le mode de fonctionnement est par définition lié au signe de la puissance.



Le générateur de tension fonctionne bien en générateur sur la première demi période $P_E \geq 0$, mais en récepteur ensuite.

C'est l'inverse pour le condensateur (mêmes signes mais convention opposée).

La bobine fonctionne en récepteur sur le premier et troisième quart de période.

4. Oscillations d'un circuit (L,r),C

a) Maille : $u_C + u_L = 0$; lois $u_L = L\dfrac{di}{dt} + ri$ et $i = C\dfrac{du_C}{dt}$ que l'on combine pour obtenir

$$u_C + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + rC\frac{du_C}{dt} = 0$$

b) En ajoutant la résistance négative, on a $u_C + LC\dfrac{d^2u_C}{dt^2} + (r-R)C\dfrac{du_C}{dt} = 0$ qui n'est harmonique que si le terme contenant la dérivée première s'annule, donc pour $R = r$.

Sous forme canonique, on a alors $\dfrac{d^2u_C}{dt^2} + \omega_0^2 u_C = 0$ avec $\omega_0 = 2\pi f = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ donc $f = 2{,}25\,\text{kHz}$ et $T = 444\,\mu\text{s}$.

c) $P(t) = u_R(t)\,i(t) = -R\,i^2(t) \leq 0, \forall t$. La puissance reçue est donc toujours négative, donc ce dipôle fournit de la puissance : il doit être alimenté (branché sur secteur).

d) Dans l'ordre, avec la Terre en bas du schéma :

C : on y connecte la voie 1 ; L,r ; -R : on y connecte la voie 2.

Avec les conventions d'orientation, *i* circule dans le sens trigonométrique, et u_R est dans le mauvais sens : on visualise donc $-u_R$ voie 2, mais cette tension est justement proportionnelle à *i* avec une constante positive, puisque $u_R = -Ri$.