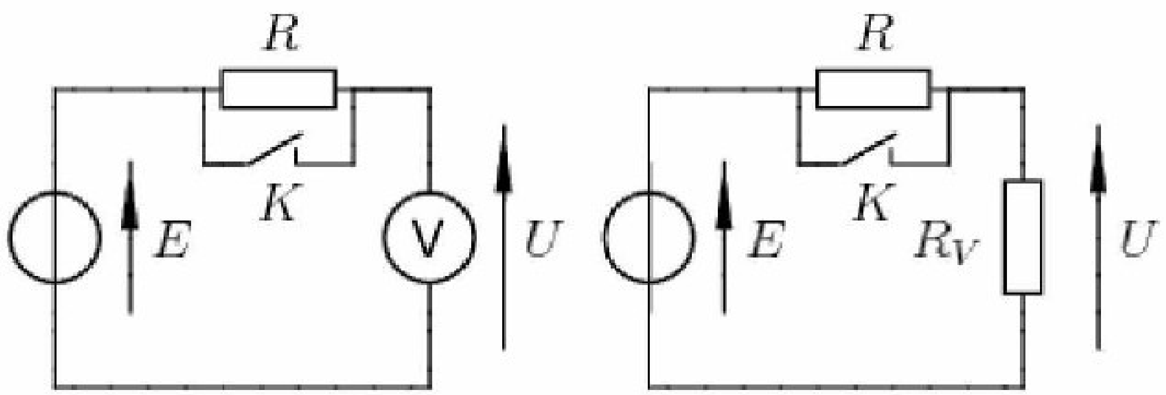
À lire avec soin avant de commencer :
Les résultats doivent toujours être exprimés sous forme littérale avant d'en donner une application numérique (si elle est demandée) : aucun calcul semi-numérique n'est admis.
On demande d'encadrer les résultats littéraux et de souligner les résultats numériques pour les mettre en évidence.
De manière générale, il sera tenu compte dans la notation des qualités de présentation et de rédaction de la copie.
Toutes les affirmations doivent notamment être justifiées avec précision. La mauvaise foi sera sévèrement sanctionnée.
La manipulation des unités dans les applications numériques est imposée.

I – Défauts des instruments de mesure – 4 pts

A / Voltmètre

On considère le montage ci-dessous. Le voltmètre peut-être modélisé par un résistor de résistance R_V .



1. L'interrupteur K est tout d'abord fermé.

Quelle est la valeur de la tension affichée par le voltmètre $U=U_0$ si l'on considère qu'il est idéal, c'est à dire équivalent à un résistor de résistance infinie ?

2. Démontrer qu'un voltmètre idéal, qui ne perturbe pas la mesure, doit avoir une résistance infinie.

3. On ouvre ensuite K, quelle est la valeur indiquée si le voltmètre est idéal ?

4. Mêmes questions si le voltmètre est équivalent à un résistor de résistance R_V ? Exprimer alors U en fonction de E, R et R_V .

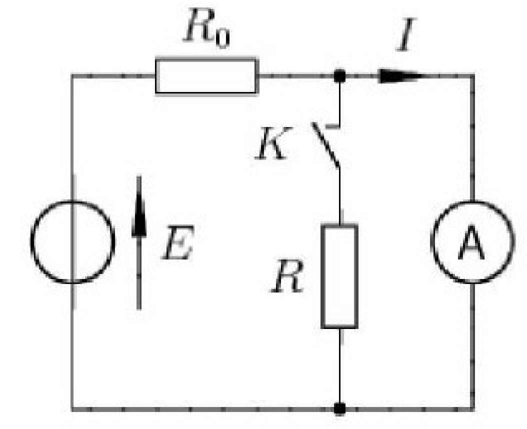
5. Pour quelle valeur de R a-t-on $U=\frac{U_0}{2}$?

6. En pratique, pour un voltmètre numérique, de bonne qualité, on se contentera plutôt d'obtenir $U=\frac{9}{10}U_0$.

Expliquer pourquoi.

B/Ampèremètre

On considère le montage représenté ci-dessous avec une résistance variable $R \ll R_0$.



1. Lorsque l'interrupteur K est ouvert, quelle est l'intensité I_0 mesurée par l'ampèremètre si l'on suppose qu'il est idéal, c'est à dire si sa présence ne modifie en rien les grandeurs électriques présentes dans le circuit ?

2. K est maintenant fermé.

a. Pour quelle valeur de R, l'intensité du courant mesurée vaut-elle $\frac{I_0}{2}$? On rappelle que $R \ll R_0$ et on supposera l'ampèremètre équivalent à un résistor de résistance $R_A \ll R_0$.

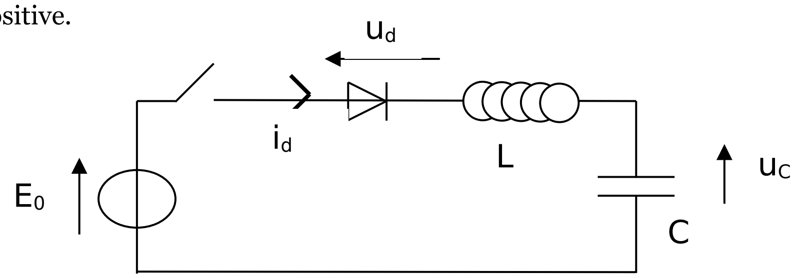
b. En déduire une méthode de mesure de R_A.

3. Quelle est l'utilité de R_0 ?

II – Doubleur de schenkel – 4 pts

On considère le montage suivant où figure une diode <u>supposée idéale</u> (voir les explications du son comportement ci-dessous), un condensateur de capacité C et une bobine idéale de coefficient d'inductance L. On suppose le condensateur initialement déchargé. À $t=0$, on ferme l'interrupteur.

E_0 est une tension constante positive.



1°) Dans un premier temps, le condensateur étant déchargé, on peut supposer la diode **passante**, notion liée au sens du courant qui la traverse :

$$\text{Quand } i_D > 0 ,\ u_D = 0$$

Redessiner le circuit dans ce cas, pour $t \geq 0$.
Établir l'équation différentielle dont $u_C(t)$ est solution.
Résoudre cette équation différentielle en déterminant complètement les constantes d'intégration.

2°) Lorsque l'intensité s'annule, la diode devient **bloquante** :

$$\text{Quand } i_D = 0 ,\ u_D \leq 0$$

Montrer qu'à un instant t_1, la diode n'est plus passante. Donner l'expression de t_1. Que vaut u_C à cet instant ?

3°) Comment vont évoluer les grandeurs électriques de ce circuit pour $t > t_1$? Justifier précisément.
Justifier l'appellation de ce montage : « doubleur de Schenkle ».

III - Reverse engineering de circuits – 8 pts

A/ Circuit E,RLC série

On considère un circuit R,L,C série alimenté pour $t>0$ par une source de tension *E* constante, reliée à la Terre.

La tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur a l'expression suivante, où ω_0 est l'un des paramètres de l'équation différentielle canonique qu'elle vérifie, l'autre étant *Q*.

$$\boxed{u_C(t)=E\left\{1-\exp\left(-\frac{\omega_0}{2}t\right)\left[\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\omega_0 t\right)+\frac{1}{\sqrt{3}}\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\omega_0 t\right)\right]\right\}}$$

1. Faire un schéma du montage, avec les voies de l'oscilloscope et la Terre, permettant de visualiser simultanément la tension constante *E*, sur la voie 1, et la tension $u_C(t)$, sur la voie 2.

2. Obtenir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$, sous forme canonique. Comment nomme-t-on *Q* ?

3. Déduire de l'expression donnée de $u_C(t)$ sa valeur initiale, sa valeur finale en régime permanent, ainsi que la valeur initiale du courant $i(t)$ dans le circuit.

L'intensité du courant est-elle mathématiquement continue en $t=0$ ou non ? Pourquoi ?

4. Déduire de l'expression de $u_C(t)$ la valeur de *Q*. On prouvera l'affirmation par un calcul précis.

On peut écrire $u_C(t)$ sous la forme équivalente $u_C(t)=E\left\{1-A\exp\left(-\frac{\omega_0}{2}t\right)\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\omega_0 t+\varphi\right)\right\}$

5. Déterminer *A*, ainsi que φ en degrés et en radians. Comment nomme-t-on ce type de régime transitoire d'ordre 2 ? quels sont les autres types possibles et dans quels cas ?

6. On a $\omega_0=10000\,\mathrm{rad/s}=10^4\,\mathrm{rad/s}$ et $C=0{,}1\,\mu\mathrm{F}$. Déterminer les valeurs à prendre pour *L* et *R*.

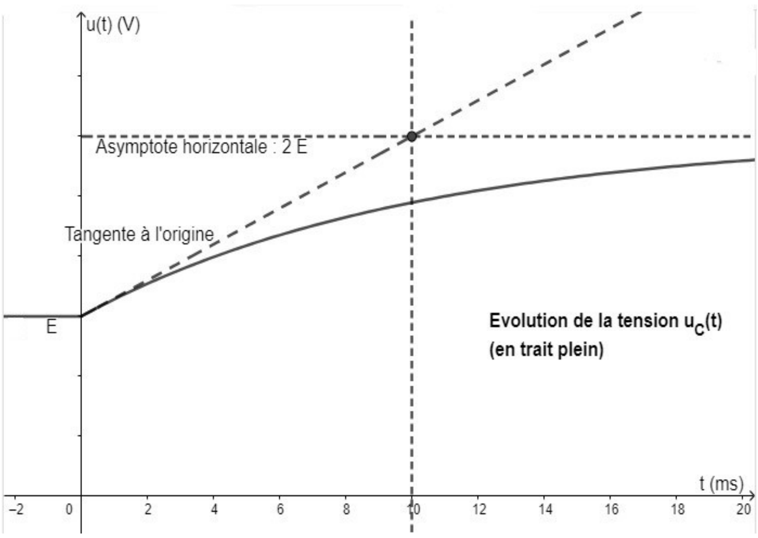
7. On cherche la valeur maximale atteinte par la tension $u_C(t)$ sous la forme $u_{C,\mathrm{MAX}}=k\,E$. Elle est atteinte à la **deuxième** date $t=t_{\mathrm{MAX}}$ (la **première date non nulle**) pour laquelle la dérivée de $u_C(t)$ s'annule.

a – En posant $\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}\omega_0 t_{\mathrm{MAX}}+\varphi$, montrer qu'on obtient l'équation $\tan(\alpha)=\mathrm{cte}$, puis prouver que $\alpha=\frac{5\pi}{6}$.

b – En déduire la valeur numérique de *k* et conclure sur l'amplitude des oscillations.

B/ Circuit E,RC série

Dans un circuit constitué d'une ou plusieurs sources de tension, d'une ou plusieurs résistances *R* et d'un condensateur unique *C*, on cherche à obtenir l'évolution suivante pour la tension aux bornes du condensateur :



1. Proposer un montage permettant d'obtenir la condition initiale voulue.

2. Proposer un montage permettant d'obtenir l'évolution souhaitée en fonction du temps.

On pourra si l'on préfère répondre simultanément aux questions précédentes, en schématisant un interrupteur à bascule.

3. Proposer des valeurs adéquates de *R* et de *C*, en prenant une capacité *C* raisonnable, de valeur dans la gamme de celles des condensateurs utilisés en travaux pratiques.

Justifier la réponse.

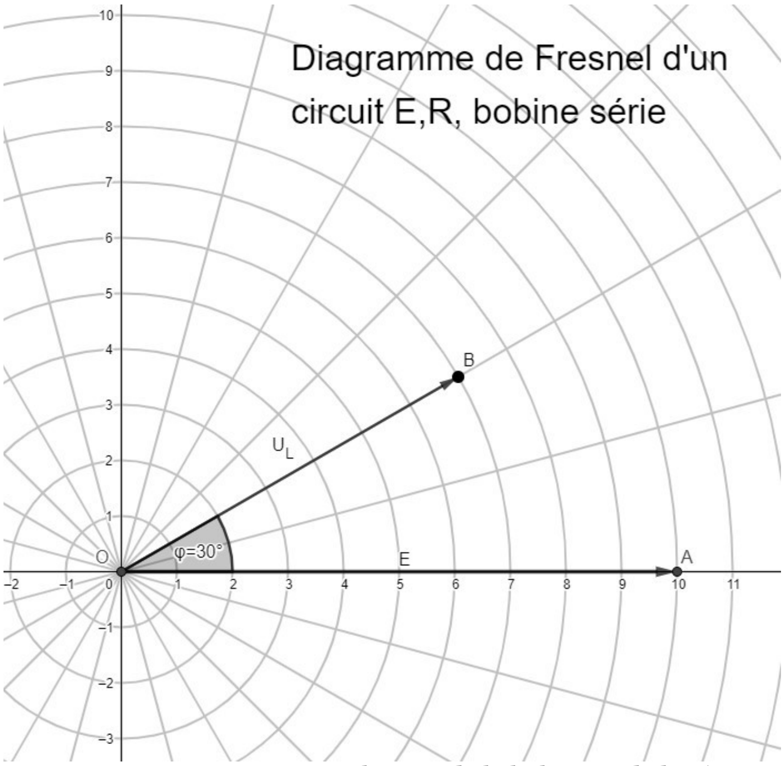
4. Obtenir du graphique l'équation littérale de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps.

IV – Diagramme de Fresnel – 4 pts

La dernière question du problème est non guidée (problème ouvert), et représentera l'essentiel du barème.

Une source de tension idéale sinusoïdale pure $e(t)=E\cos\omega t$ alimente depuis longtemps un circuit série constitué d'une bobine et d'une résistance $R=50\,\Omega$.

La fréquence du signal $e(t)$ est $f=50\,\mathrm{Hz}$.



On note $u_L(t)$ et $u_R(t)$ les tensions respectivement aux bornes de la bobine et de la résistance.

L'unité de tension sur le diagramme est le volt.

Les vecteurs de Fresnel correspondant sont notés $\vec{U}_L$ et $\vec{U}_R$ (les flèches du symbole de vecteur ne sont pas indiquées sur le diagramme).

1. Expliquer pourquoi le vecteur $\vec{E}$ est horizontal.

   Lire sur le graphique les amplitudes des deux tensions représentées, et donner l'expression complète de $u_L(t)$ (forme analogue à celle donnée pour $e(t)=E\cos\omega t$), en précisant les valeurs numériques des paramètres.

   Calculer la pulsation ω.

2. Compléter le diagramme de Fresnel sur **<u>l'annexe à rendre avec la copie</u>**.

3. *Cours* : Rappeler l'expression de l'impédance d'une bobine idéale et démontrer **complètement** ce résultat à partir de sa loi électrocinétique (dans les réels).

4. Par la méthode de votre choix, s'appuyant sur le diagramme de Fresnel, qu'on peut éventuellement enrichir, déterminer toutes les caractéristiques de la bobine utilisée.

FIN

<u>ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE</u> **NOM, PRÉNOM :**

Partie IV :