TD 11 – SIGNAL PÉRIODIQUE

1. Rapport cyclique

On considère un signal créneau $e(t)$ de période T, délivré par un générateur de tension, non symétrique en temps :

- entre $t=0$ et $t=\alpha T$, la valeur de la tension délivrée est $+E$;
- sur le reste de la période, entre $t=\alpha T$ et $t=T$, cette tension est nulle.

On appelle α le rapport cyclique du signal, souvent exprimé en pourcentage.

a) Que vaut α dans le cas d'un créneau symétrique ?

b) Tracer la courbe de $e(t)$ pour $\alpha=40\%$

c) Calculer, en fonction de α quelconque, la valeur moyenne $<e>$ du signal et sa valeur efficace E_{eff}.

d) On règle une tension créneau de rapport cyclique α donné quelconque de telle sorte que sa valeur moyenne est nulle et sa valeur efficace soit égale à E.
Comment a-t-on choisi les 2 tensions, maximale et minimale, du créneau ?

2. Mesures au multimètre

On mesure une tension sinusoïdale au multimètre, et celui affiche $U_{\text{AC}}=2{,}121\text{ V}$ et $U_{\text{ACDC}}=3{,}279\text{ V}$.

En déduire toutes les caractéristiques de valeur (verticales) du signal sinusoïdal.

Existe-t-il une seule ou plusieurs possibilités ?

3. Signal triangulaire

Une tension triangulaire $e(t)$ de période T est fournie par le GBF (mode « Ramp »). Elle est symétrique en valeurs et en temps :

- première phase : elle démarre en 0 à $t=0$, et est croissante linéairement jusqu'à la valeur $+E$;
- ensuite : elle est décroissante ensuite de façon affine, avec la **même pente**, jusqu'à la valeur $-E$;
- puis : croissante avec la même pente jusqu'à sa valeur maximale, etc.

a) Tracer la courbe de $e(t)$ sur un peu plus d'une période, et graduer l'axe des temps aux points particuliers ($T, T/2, \text{etc.}$). Donner sans calcul sa valeur moyenne.

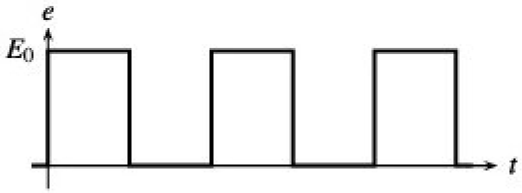
b) Déterminer l'équation de la droite $e(t)$ sur la première phase seulement, en fonction de E, T et du temps.

c) En déduire l'aire sous la courbe du **carré** $e^2(t)$ de $e(t)$ dans la première phase.

d) En déduire finalement (sans calcul supplémentaire : on raisonnera sur les aires sous la courbe pour des dates postérieurs à la première phase), la valeur efficace E_{eff} de ce signal triangulaire en fonction de E.

e) Calculer l’erreur commise en pourcentage si la tension est mesurée avec un multimètre qui n’est pas True RMS.

4. Décomposition de Fourier



$$e(t) = \frac{E_0}{2} + \frac{2E_0}{\pi} \sum_{n=1,3,5\ldots} \frac{1}{n} \sin\left(n \times 2\pi \frac{t}{T_e}\right)$$

On donne ci-dessus la décomposition de Fourier d'un signal créneau.

a) Tracer son spectre, avec la pulsation ω en abscisse, sous ses deux versions possibles (sin,cos) et (amplitude,phase). On se limitera à $n \leq 7$, et on prendra comme échelle verticale 5 cm pour E_0 .

On introduira ω_1 , la pulsation du fondamental, qu'on exprimera en fonction de T_e .

b) Donner la décomposition de Fourier de $f(t)$, signal créneau similaire à $e(t)$ (impair et de même période), mais symétrique, donc variant entre $-E$ et $+E$, en introduisant ω_1 dans la décomposition.

On fabrique grâce à un dispositif électronique le signal $F(t) = \omega_1 \int_0^t f(u)\,du$.

c) Quelle est l'unité de *F* si *f* est une tension ? Justifier le coefficient multiplicateur ω_1 .

d) Tracer les allures de $f(t)$ et de $F(t)$ sur le même graphique, pas à pas, sans calcul d'intégrale explicite, mais en raisonnant sur l'interprétation géométrique de l'intégrale.

e) On admet qu'on peut intégrer terme à terme la décomposition de Fourier pour obtenir celle de l'intégrale. En déduire celle de *F*.

Les amplitudes des harmoniques décroissent quand *n* augmente, pour des fonctions raisonnables (qui sont définies pour toute valeur de *t*).

f) Pour quel *n* minimal, respectivement dans le cas de $f(t)$ et de $F(t)$, l'amplitude de l'harmonique ne vaut-elle plus que 1/1000 de celle du signal ?