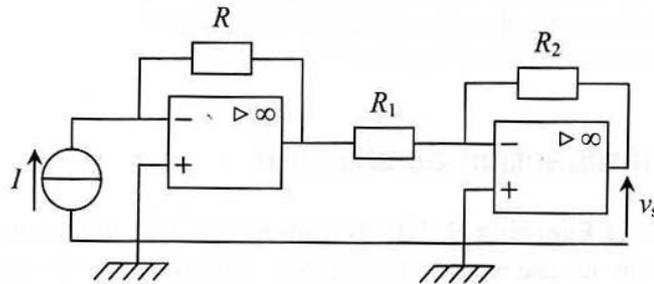


## TD 9 – ALI : AMPLIFICATEUR LINÉAIRE INTÉGRÉ

ou AO : « Amplificateur Opérationnel »

### 1. Convertisseur courant-tension

Déterminer  $v_s$  en fonction de  $I$  et des différentes résistances. Les AO sont supposés idéaux.



Les ALI sont en fonctionnement linéaire, car bouclés de S vers -.

Premier étage : On note  $u$  la tension en sortie de l'ALI.

Comme  $i_- = 0$ , la tension aux bornes de  $R$  est  $RI$  (convention récepteur)

Une loi des mailles donne immédiatement  $u = -RI$  car  $\varepsilon = 0$ .

Deuxième étage : c'est un amplificateur inverseur, donc  $v_s = -\frac{R_2}{R_1}u$

Finalement  $v_s = +\frac{RR_2}{R_1}I$ , d'où le nom du montage.

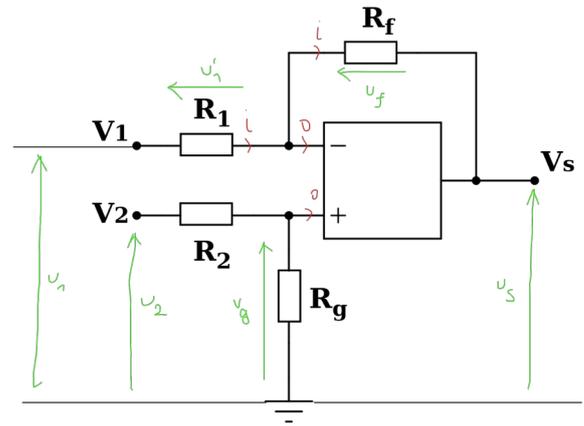
→ Raisonner par étages.

## 2. Que fait ce montage ?

On introduira les tensions  $U_k = V_k - 0$  donc prises entre les points aux potentiels  $V_k$  et la Terre.

- Trouver  $U_s$  en fonction des tensions d'entrée.
- Répondre à la question du titre quand on choisit

$$\frac{R_f}{R_1} = \frac{R_g}{R_2}$$



- Cas particulier quand ce rapport vaut l'unité.

a) + est un faux nœud :  $U_g = \frac{R_g}{R_2 + R_g} U_2 =$  maille avec  $U_2$

Grande maille :  $+U_s + U_f + U'_1 - U_1 = 0$

Maille avec  $U_s$  et  $U_g$  :  $+U_s + U_f - U_g = 0$

Même courant dans  $R_1$  et  $R_f$  :  $i = \frac{U'_1}{R_1} = \frac{U_f}{R_f}$

On combine :

$$U_s = U_1 - (U_f + U'_1) = U_1 - U_f \left(1 + \frac{R_1}{R_f}\right) = U_1 - (U_g - U_s) \left(1 + \frac{R_1}{R_f}\right) = U_1 - \left(\frac{R_g}{R_2 + R_g} U_2 - U_s\right) \left(1 + \frac{R_1}{R_f}\right)$$

donc  $U_s = U_1 - \frac{R_g}{R_2 + R_g} \left(1 + \frac{R_1}{R_f}\right) U_2 + U_s + U_s \frac{R_1}{R_f}$  :  $U_s \frac{R_1}{R_f} = -U_1 + \frac{R_g}{R_2 + R_g} \left(1 + \frac{R_1}{R_f}\right) U_2$  et finalement

$$U_s = -\frac{R_f}{R_1} U_1 + \frac{R_g}{R_2 + R_g} \left(\frac{R_f}{R_1} + 1\right) U_2$$

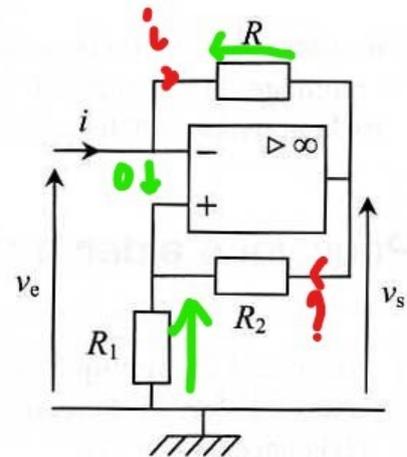
b) On pose  $k = \frac{R_f}{R_1} = \frac{R_g}{R_2}$  :  $U_s = -k U_1 + \frac{\frac{R_g}{R_2}}{1 + \frac{R_g}{R_2}} (k+1) U_2 = -k U_1 + \frac{k}{1+k} (k+1) U_2$  donc

$$U_s = k(U_2 - U_1)$$

c) Montage soustracteur : la sortie est égale à la différence des tensions d'entrée :  $U_s = U_2 - U_1$

### 3. Réalisation d'une résistance négative

On désire simuler une résistance négative de telle sorte que cette dernière puisse par exemple compenser les pertes joules d'une bobine réelle. On réalise donc à cet effet le montage ci-contre.



D'après Centrale-Supélec

1. Dans le cas où l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire, déterminer les relations donnant  $v_e$  en fonction de  $i$ , et  $v_s$  en fonction de  $i$ .
2. En déduire l'expression de la résistance négative  $-R_n$  en fonction de  $R$ ,  $R_1$  et  $R_2$ , avec  $R_n > 0$ .
3. À quel intervalle doit appartenir le courant  $i$  pour que l'amplificateur fonctionne en régime linéaire ?
4. Refaire un schéma pour avoir un circuit LC série dont on pourrait, à l'aide de ce montage, compenser les pertes Joule de la bobine. La bobine sera représentée par une inductance parfaite en série avec une résistance  $r$ .

1.  $i_+ = 0$  : le diviseur donne (éviter d'introduire les courants si ce n'est pas absolument nécessaire, et **surtout pas**  $i_s$  fourni par l'ALI, qui ne vérifie aucune loi)  $u_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_s$

La petite maille à gauche donne, en supposant l'ALI idéal linéaire,  $\varepsilon = 0$  soit  $u_1 = u_E$  ( $u_E + \varepsilon - u_1 = 0$ )

Maille sous l'ALI : à ne pas faire, car équivalente à l'utilisation du diviseur de tension

Grande maille :  $+u_s + Ri - u_E = 0$ , on introduit  $i$ , étant donnée la question posée...

Combinaison des équations :  $u_s = \frac{R_1 + R_2}{R_1} u_E$  :  $\frac{R_1 + R_2}{R_1} u_E + Ri - u_E = 0$  ( $\times R_1$ ) :

$$R_2 u_E + R R_1 i = 0 \text{ donc } u_E = -\frac{R R_1}{R_2} i$$

puis  $u_s = \frac{R_1 + R_2}{R_1} u_E = -\frac{R(R_1 + R_2)}{R_2} i$

2. Montage équivalent vu de l'entrée à une résistance négative, puisqu'on trouve  $u_E = -R_n i$  avec

$$R_n = \frac{R R_1}{R_2} > 0$$

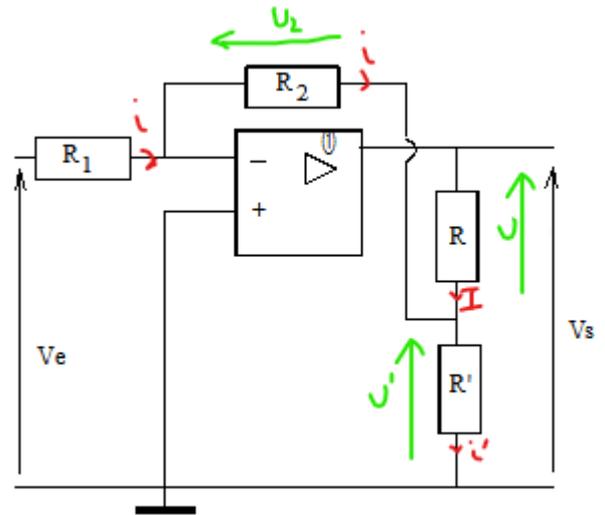
3.  $V_{\text{sat},-} < u_s < V_{\text{sat},+}$  donc  $-\frac{R_2}{R(R_1 + R_2)} V_{\text{sat},+} < i < -\frac{R_2}{R(R_1 + R_2)} V_{\text{sat},-}$

4. cf précédent TP (Transitoires : LC série), on choisit  $R_n = r$  pour compenser la résistance interne de la bobine.

#### 4. Amplificateur de fort gain

Calculer le gain  $\frac{v_s}{v_e}$  du montage ci-contre où l'ALI est supposé idéal.

Application numérique pour :  $R_1 = 4,7 \text{ k}\Omega$  ;  $R_2 = 47 \text{ k}\Omega$  ;  $R = 10 \text{ k}\Omega$  ;  $R' = 1 \text{ k}\Omega$



1. On trouve facilement  $i$  : ALI idéal en régime linéaire

donc  $\epsilon$  nul, donc maille :  $i = \frac{V_E}{R_1}$

2. On en déduit, puisque pas de courant entrant dans l'ALI :  $u_2 = R_2 i$

3. Maille : on en déduit  $u' = -u_2 = -R_2 i$  puisque ALI idéal en régime linéaire.

4. puis  $i'$  dans  $R'$  :  $i' = \frac{u'}{R'} = -\frac{R_2}{R'} i = -\frac{R_2}{R_1 R'} V_E$

5. On en déduit  $I$  dans  $R$  :  $I + i = i'$  :  $I = i' - i = -\left(\frac{R_2}{R_1 R'} + \frac{1}{R_1}\right) V_E$

6. puis la tension aux bornes de  $R$  :  $u = R I = -\frac{R}{R_1} \left(\frac{R_2}{R'} + 1\right) V_E$

7. et finalement  $V_s = u' + u$  :  $V_s = -\frac{R_2}{R_1} V_E - \frac{R}{R_1} \left(\frac{R_2}{R'} + 1\right) V_E$  soit  $V_s = -\frac{V_E}{R_1} \left[ R_2 + R \left(\frac{R_2}{R'} + 1\right) \right]$

On ne peut pas appliquer de diviseur en sortie : l'ALI délivre  $i_s$  inconnu qu'il ne faut pas faire intervenir dans les équations (on peut le déterminer à la fin).

$$\frac{R_2}{R'} + 1 = 48, \text{ donc } R_2 + R \left(\frac{R_2}{R'} + 1\right) = (480 + 47) \text{ k}\Omega = 527 \text{ k}\Omega \text{ et } V_s = -V_E \frac{527}{4,7} = -112 V_E$$

## 5. Simulation d'une bobine réelle

Le circuit suivant est équivalent, entre les bornes M et N, à une bobine idéale d'inductance  $L$  montée en parallèle avec une résistance  $r$ .

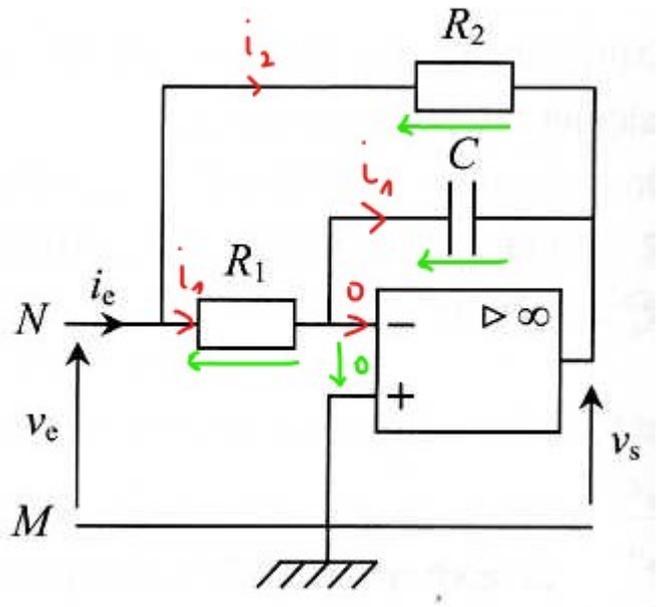
- (a) Obtenir l'admittance  $\underline{Y}$  d'une association  $L // r$ .
- (b) En appliquant la loi des nœuds, déterminer l'admittance d'entrée (vue entre les points M et N) du montage

$$\underline{Y} = \frac{\underline{I}_E}{\underline{U}_E}$$

- (c) En déduire par identification  $L$  et  $r$  en fonction de  $R_1, R_2$  et  $C$ .

AN pour  $R_1 = 1\text{k}\Omega$ ,  $R_2 = 2\text{k}\Omega$  et  $C = 15\text{ }\mu\text{F}$ .

- (d) Les inductances usuelles (de TP) valent au plus quelques dixièmes de henry. Quel est l'intérêt d'un tel montage ?



---

(a) :  $\underline{Y} = \frac{1}{r} + \frac{1}{j\omega L}$

(b) : L'énoncé demande donc d'exprimer  $i_1 + i_2 = i_E$  en fonction de  $u_E$  seulement.

Maille à gauche, ALI idéal linéaire, loi d'Ohm :  $i_1 = \frac{u_E}{R_1}$

Grande maille :  $+u_s + R_2 i_2 - u_E = 0$

$u_s$  est à éliminer ici :

Maille à droite (avec  $u_C$  et  $\varepsilon$ ) : C impose de passer dans les complexes :  $+u_s + u_C = 0$  et

$$\underline{u}_C = \frac{1}{j\omega C} \dot{i}_1 : \underline{u}_s = -\frac{1}{j\omega R_1 C} \underline{u}_E \text{ donc } \dot{i}_2 = \frac{\underline{u}_E - \underline{u}_s}{R_2} = \frac{1}{R_2} \left( 1 + \frac{1}{j\omega R_1 C} \right) \underline{u}_E$$

On trouve  $\dot{i}_E = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{j\omega R_1 R_2 C} \right) \underline{u}_E$

(c) : On identifie  $\frac{1}{r} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$  :  $r = 666\ \Omega$  et  $L = R_1 R_2 C = 30\ \text{H}$

(d) : à moins de contacter le CERN (accélérateur de particules), on ne peut pas obtenir une bobine d'inductance aussi élevée...

## 6. Que fait ce montage ?

a) Le courant est le même dans les 2 dipôles, car  $i_- = 0$  ; et comme l'ALI fonctionne en mode linéaire puisqu'il y a bouclage de S sur -, on a  $V_- = V_+$ , nul ici.

Donc  $\frac{1}{R}(V_e - 0) = C \frac{d}{dt}(0 - V_s)$  donc  $RC \frac{dV_s}{dt} = -V_e$

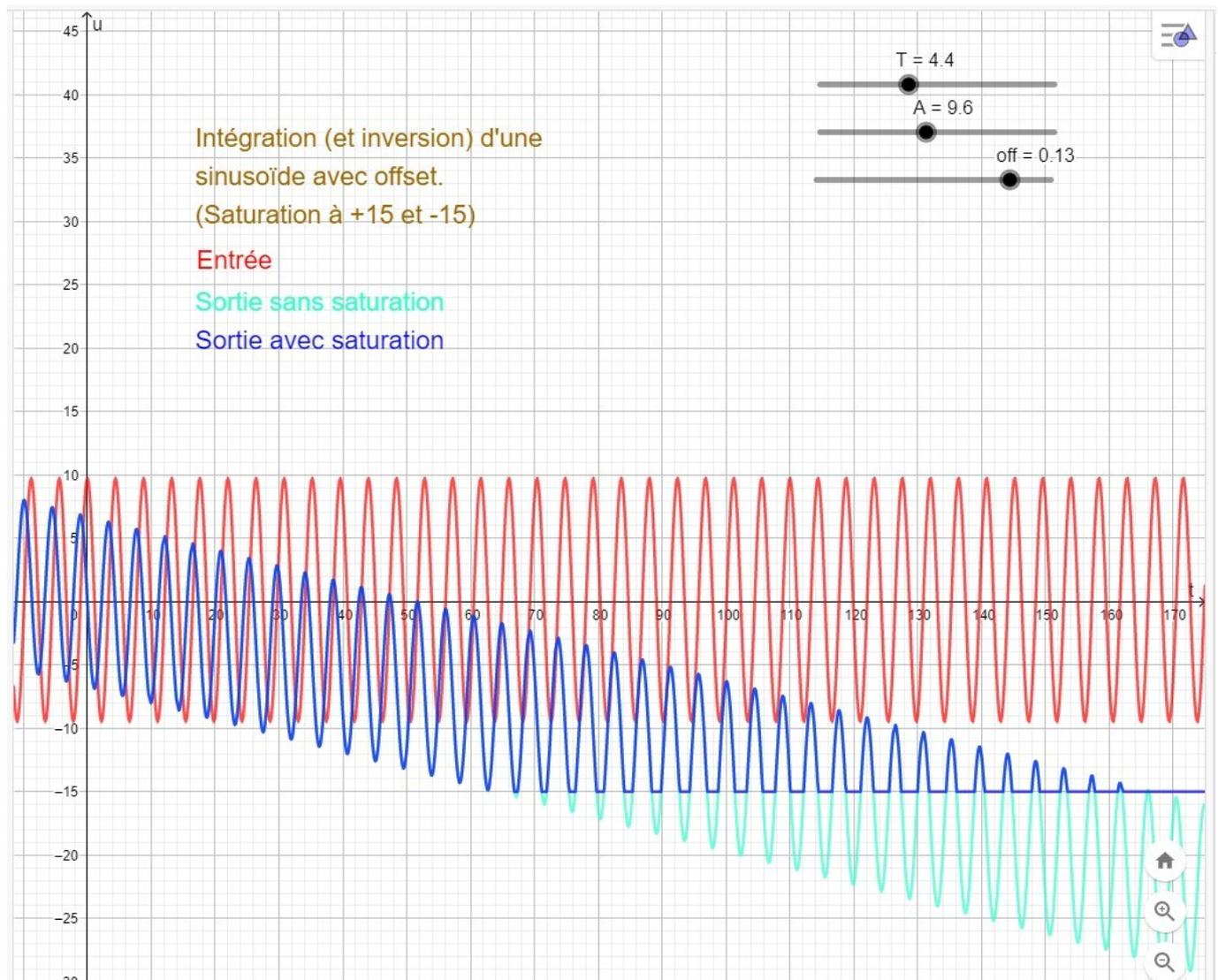
b)  $\frac{1}{R}(V_e - 0) = j\omega C(0 - V_s)$  : on utilise l'admittance de C et donc la loi d'Ohm

généralisée. Donc  $j\omega RC V_s = -V_e \Leftrightarrow RC \frac{dV_s}{dt} = -V_e$

c) On a donc  $\tau \frac{dV_s}{dt} = -V_e$  donc  $\tau [V_s(t)]_0^t = -\int_0^t V_e(t) dt$  soit

$$V_s(t) = V_s(0) - \frac{1}{\tau} \int_0^t V_e(t) dt \quad : \text{il s'agit donc d'un montage intégrateur inverseur.}$$

d) Donc  $V_e(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi) + V_{\text{off}}$  : l'intégrale de la sinusoïde donnera une sinusoïde, mais celle de l'offset est la valeur de la primitive de  $V_{\text{off}}$  donc de  $V_{\text{off}} t$  qui tend vers  $\pm\infty$  selon le signe de  $V_{\text{off}}$ .



Le montage n'est donc pas stable et saturera en sortie : la tension de sortie ne peut pas sortir de l'intervalle  $[V_{\text{sat,-}} ; V_{\text{sat,+}}]$