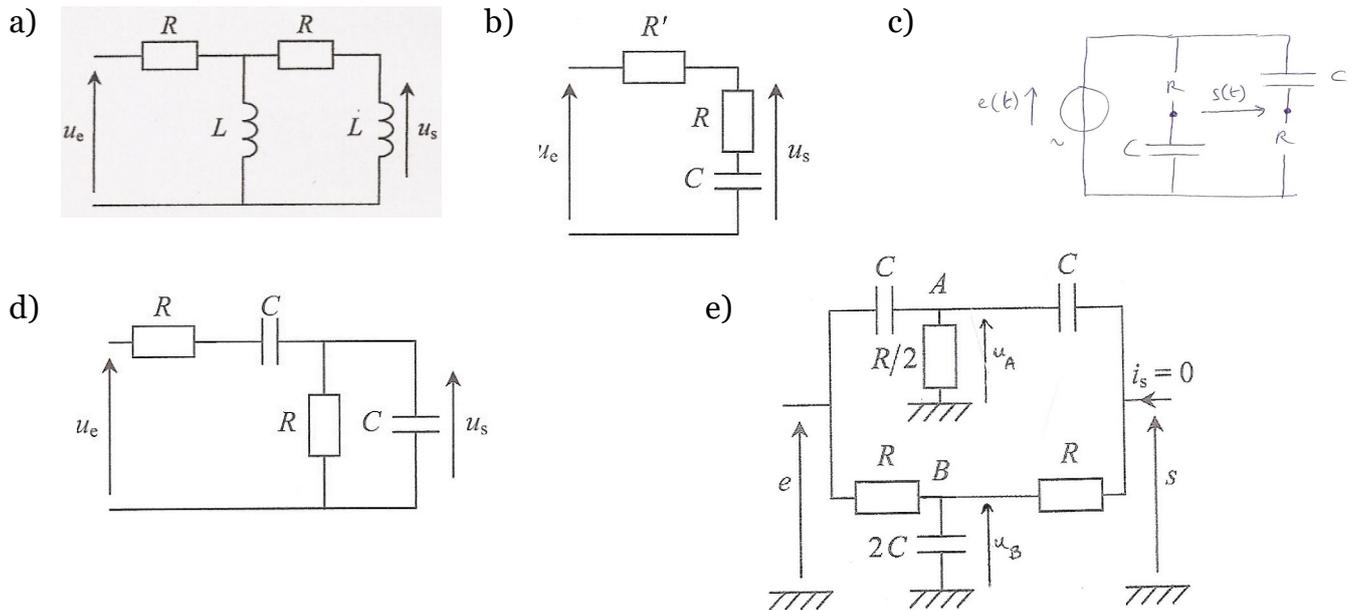
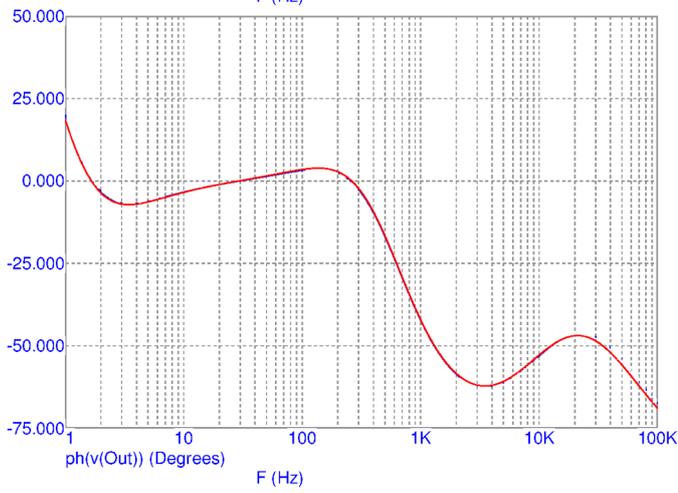
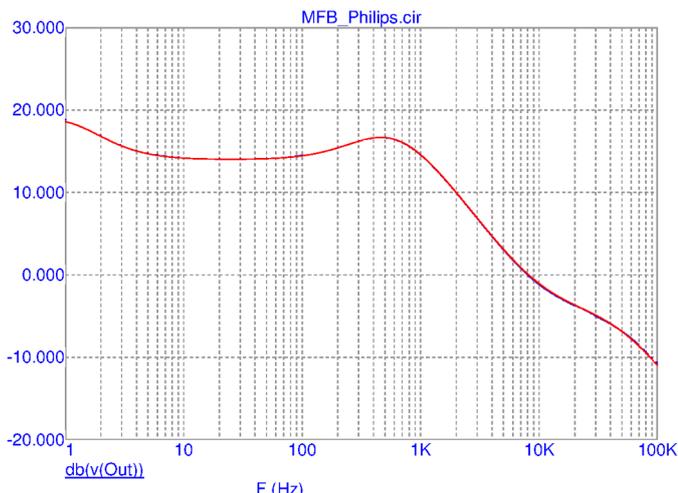


# TD 12 – FILTRAGE ANALOGIQUE

## 1. Étude rapide de filtres



## 2. Lecture d'un diagramme expérimental



- Pour quelles fréquences le filtre n'introduit-il aucun déphasage sur le signal ?
- Quel est le domaine fréquentiel atténué par le filtre ?
- On lui envoie en entrée la tension  $e(t) = E \cos(2\pi ft + \varphi)$  avec  $f = 1 \text{ kHz}$ ,  $E = 2 \text{ V}$  et  $\varphi = 30^\circ$ .

Déterminer les caractéristiques de la tension obtenue en sortie, ainsi que son avance temporelle sur  $e(t)$ , notée  $\tau$ .

### 3. Construction graphique d'un Bode (gain et phase)

de : (sachant que  $\omega_1 = 10\omega_0$  et  $\omega_2 = 100\omega_1$ )

- a)  $\underline{H}_0 = -j\omega/\omega_0$     b)  $\underline{H}_1 = 1 + j\omega/\omega_1$     c)  $\underline{H}_2 = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_2}$     d)  $\underline{H}_3 = -100 \underline{H}_1$   
 e)  $\underline{H}_4 = \underline{H}_0 \underline{H}_2$     f)  $\underline{H}_5 = \underline{H}_1 \underline{H}_2$     g)  $\underline{H}_6 = \underline{H}_2 / \underline{H}_1$   
 h)  $\underline{H}_6$  (développer auparavant le dénominateur.)

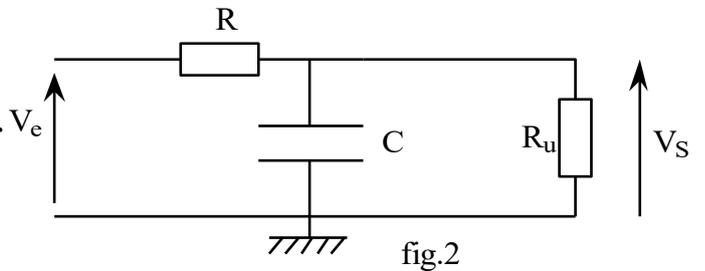
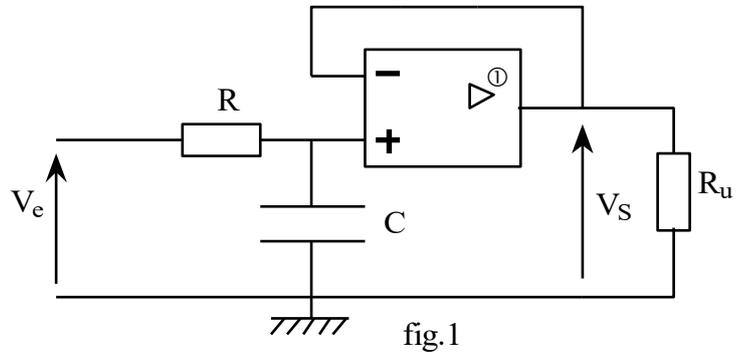
### 4. Filtres passe-bas

(a) Déterminer la fonction de transfert

$H(j\omega) = \frac{V_s}{V_e}$  du filtre actif représenté sur la figure 1.

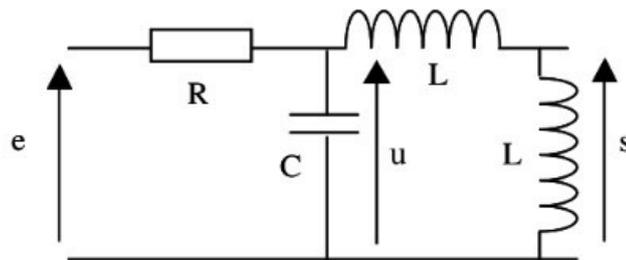
(b) Calculer le gain  $G$  et représenter le diagramme de Bode pour  $G_{dB}$ .

(c) Comparaison avec le filtre passif : déterminer de même la fonction de transfert  $H$  du filtre passif représenté sur la figure 2. Quelle est la condition sur  $R_u$  pour que le gain soit identique à celui du filtre actif ?



### 5. Étude d'un filtre de Hartley

Pour ce faire, on considère le quadripôle ci-dessous en sortie ouverte, alimenté par une tension d'entrée  $e(t)$  sinusoïdale.



1. Déterminer qualitativement la nature de ce quadripôle par une étude du comportement asymptotique en hautes et basses fréquences.

2. Établir une relation entre les tensions  $s(t)$  et  $u(t)$  en régime sinusoïdal forcé.

3.1. Déterminer la fonction de transfert complexe en sortie ouverte  $\underline{H}(j\omega) = \frac{s}{e}$ .

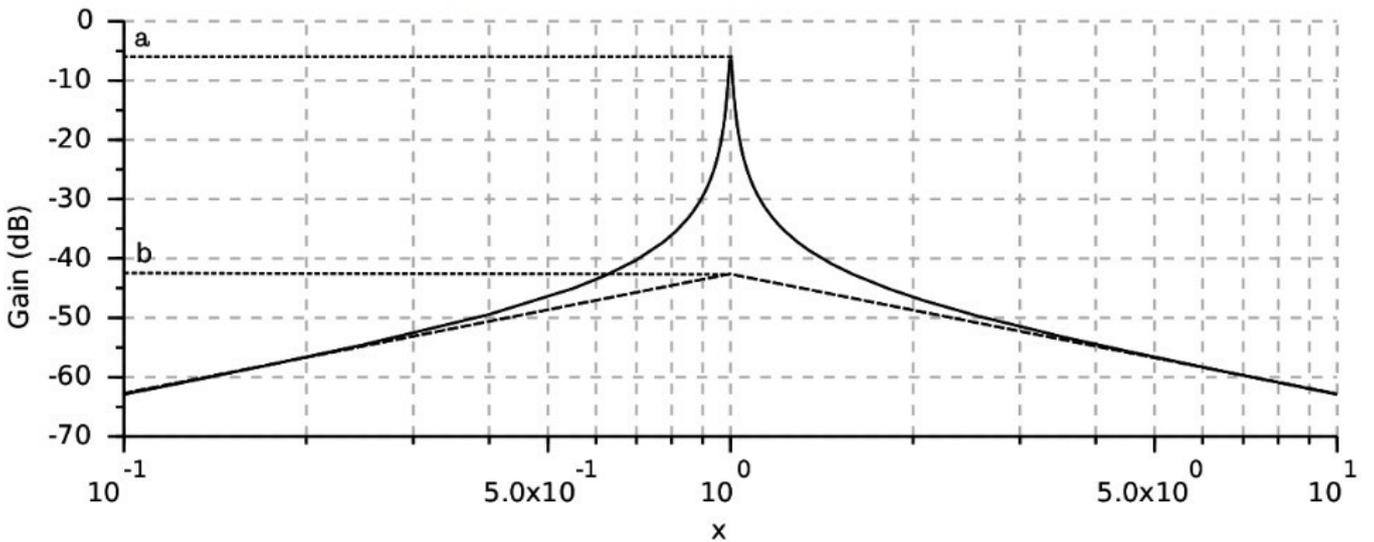
Mettre cette fonction de transfert sous forme canonique :

$$H(jx) = \frac{H_0}{1 + jQ(x - \frac{1}{x})}$$

avec un gain statique  $H_0 = \frac{1}{2}$ , une pulsation réduite  $x = \frac{\omega}{\omega_0}$  et une pulsation propre  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{2LC}}$ .

3.2. En déduire l'expression du facteur de qualité  $Q$  du filtre étudié.

Le diagramme de Bode en gain est représenté ci-dessous à la *figure 1*.



*Figure 1* : Diagramme de Bode en Gain

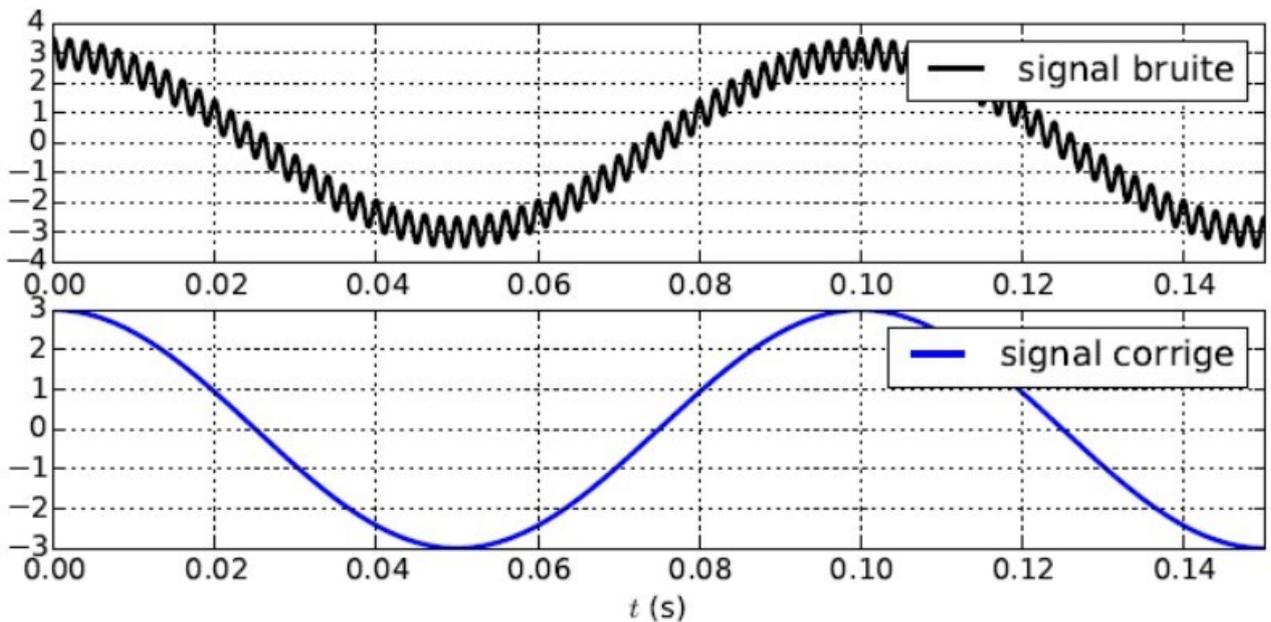
- 4.1. Mesurer la pente des asymptotes en hautes et basses fréquences.
- 4.2. Retrouver leur valeur à partir de l'étude asymptotique du gain en décibels.
5. Déterminer graphiquement les valeurs numériques de  $a$  et  $b$  définis sur le diagramme de Bode (Figure 1). En déduire les valeurs de  $Q$  et de  $H_0$ . Ces valeurs sont-elles cohérentes ?
6. Tracer le diagramme de Bode asymptotique pour la phase. Justifier et tracer l'allure de la courbe réelle.

## 6. Atténuateur de bruit

On présente ci-dessous un signal bruité et le signal corrigé.

Proposer un filtre permettant de passer du signal bruité au signal corrigé.

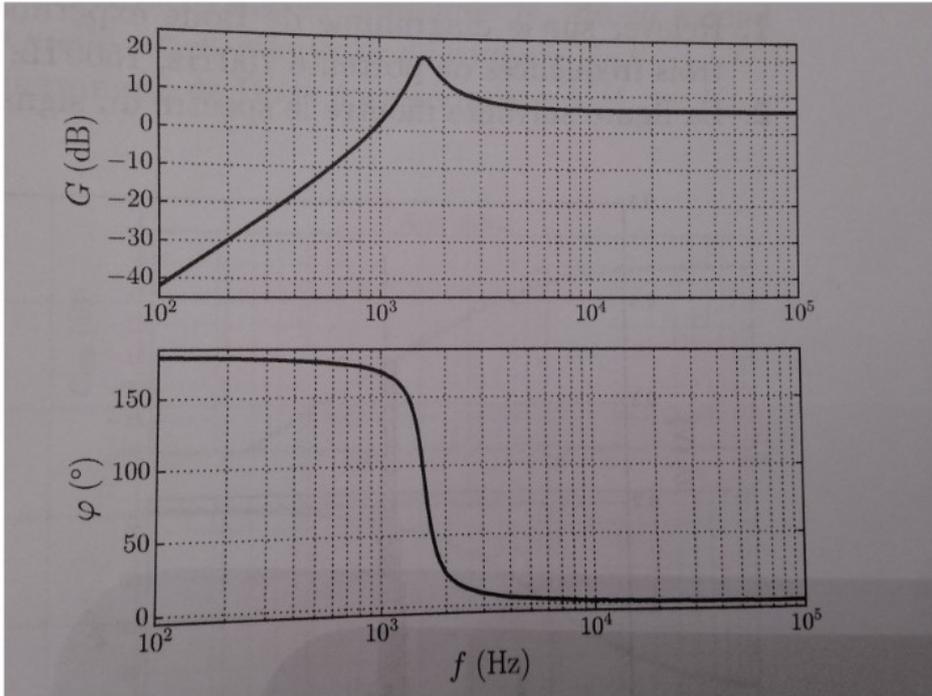
On précisera par ailleurs les valeurs des composants utilisés.



## 7. Quel filtre ?

On fournit ci-dessous les diagrammes de Bode d'un filtre inconnu.

Déterminer la nature, l'ordre, le gain maximal dans la bande passante, la fréquence centrale et le facteur de qualité du filtre étudié.



## 8. Filtre avec ALI idéal

Sur le montage de base « amplificateur inverseur », on met entre l'entrée du montage et l'entrée inverseuse de l'ALI une résistance  $R'$ , et dans la boucle de rétroaction  $R$  et  $C$  en dérivation.

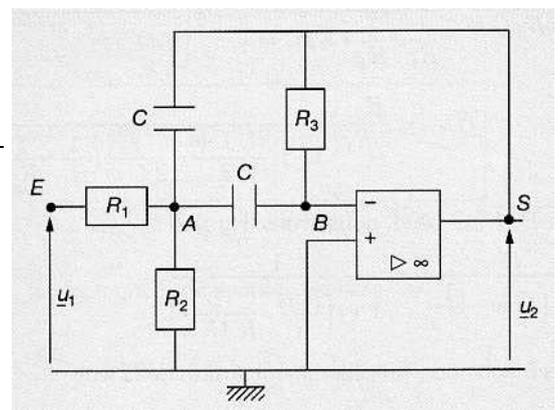
Étude complète du filtre obtenu.

## 9. Filtre passe-bande actif

- (a) Justifier rapidement, sans calculs, la nature du filtre proposé.

On obtient (cf (e)) : 
$$\underline{H} = \frac{u_2}{u_1} = \frac{-j\omega R_3 C}{1 + \frac{R_1}{R_2} + 2j\omega R_1 C - \omega^2 R_1 R_3 C^2}$$

- (b) Retrouver la nature du filtre à partir de la fonction de transfert.
- (c) Obtenir l'équation différentielle du filtre sous forme canonique, en identifiant les paramètres, et en déduire la forme canonique de  $\underline{H}$ .
- (d) Quelles sont les raisons qui conduisent à choisir un tel circuit pour filtre plutôt qu'un circuit  $R, L, C$  série ?
- (e) Établir l'expression de  $\underline{H}$ .



## 10. Filtres de Butterworth

Leur fonction de transfert s'écrit  $H = \frac{1}{\left(1 + j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^N}$  où  $N$  est un entier naturel supérieur ou égal à 2.

- Quel est l'ordre de ces filtres ?
- Donner l'expression exacte du gain en décibels et du déphasage induit par le filtre.
- Tracer le diagramme de Bode asymptotique dans le cas  $N = 4$ .
- Déterminer la bande passante à  $-3$  dB en obtenant sa pulsation limite  $\omega_{BP}$  sous la forme  $\omega_{BP} = \alpha \omega_0$ .  
Application numérique sur  $\alpha$  pour  $N = 4$ .
- Calculer le gain en décibels pour  $\omega = \omega_0$ , en fonction de  $N$ . Application numérique pour  $N = 4$ .
- Grâce aux deux réponses précédentes, placer deux points de la courbe exacte du gain pour  $N = 4$  sur le diagramme de la question c), puis tracer cette courbe.

## 11. Filtre ADSL

Le chien de Madame Michu a mangé son filtre ADSL ! Qu'à cela ne tienne, elle va en fabriquer un elle-même...

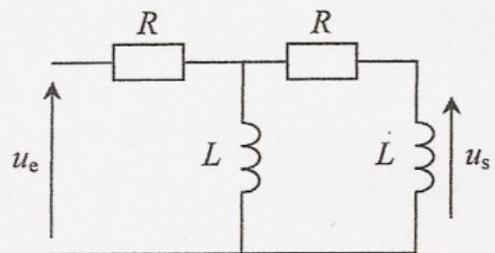
Les signaux transmis par une ligne téléphonique utilisent une très large gamme de fréquences, divisée en deux parties : les signaux téléphoniques (transmettant la voix) utilisent les fréquences de 0 à 4 kHz ; les signaux informatiques (Internet) utilisent les fréquences de 25 kHz à 2 MHz.

- Quel type de filtre faut-il utiliser pour récupérer seulement les signaux téléphoniques ? les signaux informatiques ? Quelle fréquence de coupure peut-on choisir ?

Madame Michu réalise le filtre ci-contre.

- Déterminer la nature du filtre grâce à son comportement asymptotique. En déduire pour quels signaux il peut être utilisé.
- Montrer que la fonction de transfert de ce filtre peut se mettre sous la forme :

$$H(x) = \frac{-x^2}{1 + 3jx - x^2} \quad \text{avec } x = \frac{\omega}{\omega_0} \text{ et } \omega_0 \text{ à déterminer en fonction de } R \text{ et } L.$$



- Tracer le diagramme de Bode asymptotique de ce filtre, puis esquisser l'allure de la courbe réelle de gain en la justifiant.
- Madame Michu possède des résistances de  $100 \Omega$ . Quelle valeur d'inductance doit-elle choisir pour réaliser le filtre souhaité ?