DM 6 - Correction

1. $$\underline{H} = \frac{1}{1+jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)} \frac{\times \frac{j}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}}{\times \frac{j}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}} = \frac{j/Q\ \omega/\omega_0}{\frac{j}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}+1} \quad \#$$

2. On développe la forme (2) :

$$\underline{H} = \underline{H}_0 \frac{j\frac{\omega}{\omega_1}}{1+j\omega\left(\frac{1}{\omega_1}+\frac{1}{\omega_2}\right)-\frac{\omega^2}{\omega_1\omega_2}} \qquad \omega_0^2$$

bonne valeur

L'identification du numérateur donne $\frac{H_0}{\omega_1} = \frac{1}{Q\omega_0}$ #

et du terme linéaire du dénominateur : $\frac{1}{\omega_1}+\frac{1}{\omega_2} = \frac{1}{Q\omega_0}$

$$\Leftrightarrow \frac{\omega_2+\omega_1}{\omega_1\omega_2} = \frac{1}{Q\omega_0}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\omega_1+\omega_2}{\omega_0^2} = \frac{1}{Q\omega_0}$$

$$\Leftrightarrow \omega_1+\omega_2 = \frac{\omega_0}{Q}$$

On connaît le produit P et la somme S des racines : l'éq est donc

$$\omega_i^2 - S\omega_i + P = 0 \quad \text{soit} \quad \omega_i^2 - \frac{\omega_0}{Q}\omega_i + \omega_0^2 = 0$$

3. $\Delta = \frac{\omega_0^2}{Q^2} - 4\omega_0^2 = \omega_0^2\left(\frac{1}{Q^2}-4\right)$ qui n'est positif que

si $\frac{1}{Q^2} > 4 \Leftrightarrow \boxed{Q < \frac{1}{2}}$

$$\omega_{12} = \frac{1}{2}\left(\frac{\omega_0}{Q} \pm \sqrt{\Delta}\right) ! \quad \omega_{12} = \frac{1}{2}\omega_0\left[\frac{1}{Q} \pm \sqrt{\frac{1}{Q^2}-4}\right]$$

Pour $Q = \frac{1}{2\sqrt{2}}$, $\frac{1}{Q^2} = 8$ et $\Delta = 4$, ce qui donne

$$\underline{K_{12}} = \frac{1}{2}\left(2\sqrt{2} \pm 2\right) = \underline{\sqrt{2} \pm 1} \quad \text{puis} \quad \underline{\underline{H}_0 = 2\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-1\right)}$$

4.

	Q	k_1	k_2	$\log k_1$	H_0	$H_0\,dB$
	$\frac{1}{2\sqrt{2}} = 0,354$	0,414	2,414	−0,383	1,171	1,375
	$\frac{1}{3} = 0,333$	0,382	2,618	−0,418	1,146	1,183
	$\frac{1}{5} = 0,2$	0,209	4,791	−0,68	1,044	0,370

$$\log k_2 = -\log k_1$$

5. $\underline{H_1}$: Filtre passe-haut d'ordre 1, de pulsation centrale ω_1

$\underline{H_2}$: Filtre passe-bas d'ordre 1, de pulsation centrale ω_2.

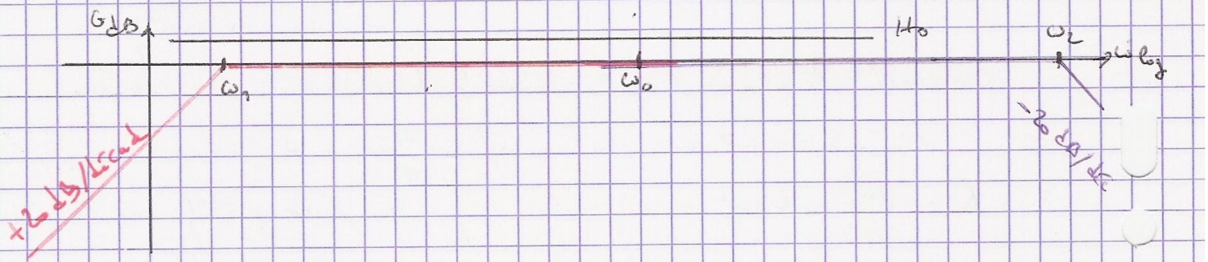
On a $G = G_0 \cdot G_1 \cdot G_2$ et $G_{dB} = 20 \log (G_0 \cdot G_1 \cdot G_2)$

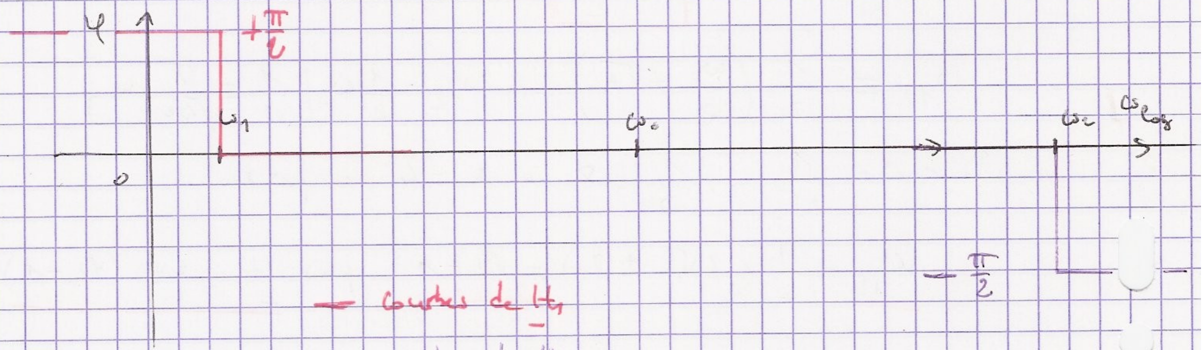
$$= G_{0dB} + G_{1dB} + G_{2dB}.$$

et de même $\varphi = \text{Arg}(\underline{H_0} \cdot \underline{H_1} \cdot \underline{H_2})$

$$= \text{Arg}\,\underline{H_0} + \text{Arg}\,\underline{H_1} + \text{Arg}\,\underline{H_2}$$

6. On prend $Q = \frac{1}{5} = 0,2$ 1 décade ≙ 10 cm.





— courbes de $\underline{H_1}$

— courbes de $\underline{H_2}$

ce qui donne :

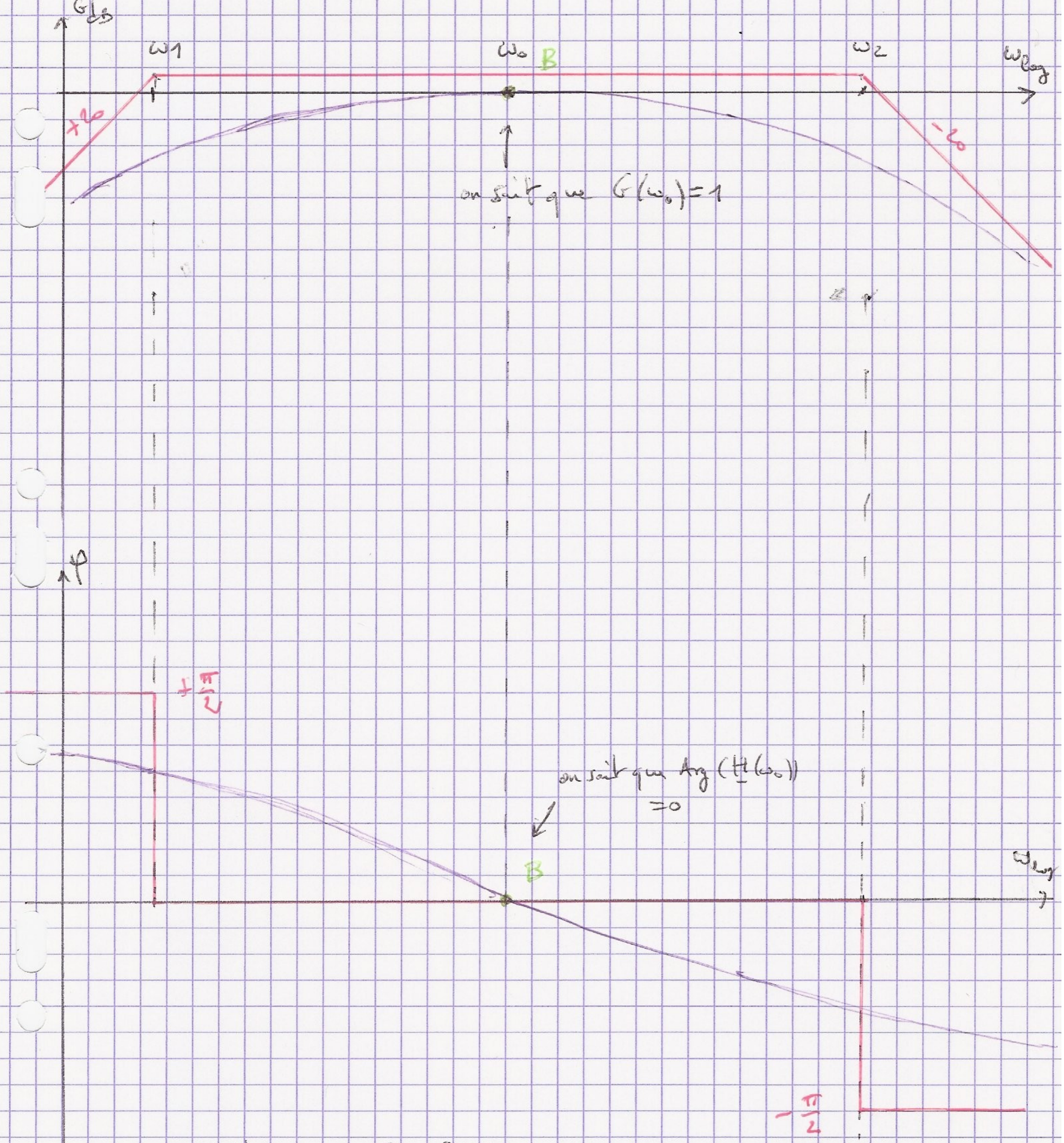


diagramme plus réaliste que
sans décomposition.