A/ Parabole de sûreté

On considère un boulet tiré de l'origine des coordonnées, avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$, faisant l'angle α avec l'horizontale.

On suppose la valeur de la vitesse v_0 fixée.

1. Retrouver l'expression de la trajectoire $z(x)$ obtenue, en fonction de v_0, g, et $\tan\alpha$.
2. Retrouver l'expression de la flèche maximale h.

On considère un point quelconque $M(x_0, z_0)$ du plan, et on cherche à quelle condition ce point M peut être touché par le boulet.

3. M se trouve sur l'équation de la trajectoire : en déduire la relation entre x_0, z_0, h et $\tan\alpha$, qu'on notera t pour simplifier.

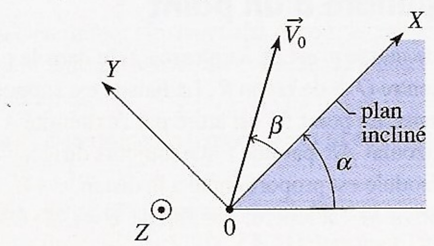
Il s'agit donc d'une équation sur la variable t, de degré 2.

4. Sans chercher ses solutions, donner à quelle condition mathématique elle a au moins une solution.

   Traduire cette condition sous la forme $z_0 \leq f(x_0)$ où l'on identifiera la fonction f.
5. Tracer en tirets l'allure de la fonction $z = f(x)$, puis expliquer où doivent se trouver les points du plan pour être à l'abri du tir.
6. Tracer également l'allure de quelques trajectoires du boulet, pour diverses valeurs intéressantes de α.

B/ Rebond sur un plan incliné

On envoie un projectile avec une vitesse $\vec{V}_0$ faisant un angle β avec un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. Le projectile rebondit en A : sa vitesse est conservée (en norme) et l'angle de rebond (par rapport à la normale au plan incliné en A) est le même que l'angle d'incidence (rebond élastique sans frottements).



Déterminer β pour que le projectile repasse par son point de départ. Effectuer l'application numérique pour $\alpha = 30°$.

On se contentera de trouver une solution au problème (le mobile repasse par O) sans chercher à prouver que cette solution est la seule possible.