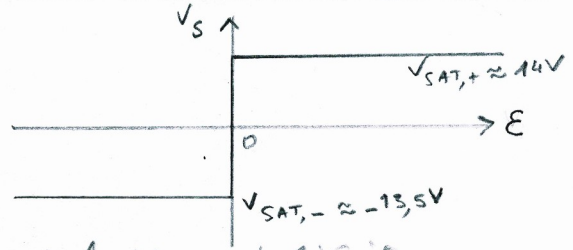


2 FILTRES ACTIFS (1)

1. L'ali sort une tension dépendant du signe de  $\varepsilon$  :  
(Valeurs  $\pm 15V$  acceptées).



2. Bouclage de la sortie sur l'entrée inverseuse  $\Rightarrow$  fonctionnement linéaire.

3.  $\lim_{\omega \rightarrow 0} H_A = 1 + \frac{R_2}{R_1} \neq 0$

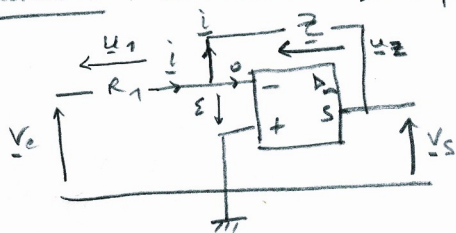
$\omega \rightarrow 0$

$\lim_{\omega \rightarrow 0} H_B = -\frac{R_2}{R_1} \neq 0$

et  $\lim_{\omega \rightarrow +\infty} H_A = \lim_{\omega \rightarrow +\infty} H_B = 0$

Il s'agit donc de filtres passe-bas = coupe-haut.

4. Structure 1 : on rassemble  $R_2$  et  $C$  pour introduire une impédance  $Z$  :



$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R_2} + j\omega C$  donc  $Z = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C}$

On reconnaît la structure de l'amplificateur inverseur.

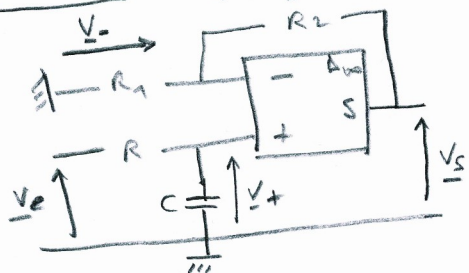
Maille à gauche :  $\varepsilon = 0$ , donc  $u_1 = V_e$

Maille à droite :  $\varepsilon = 0$ , donc  $u_2 = -V_s$

donc  $H_1 = \frac{V_s}{V_e} = -\frac{u_2}{u_1}$  or  $i_- = 0$ , donc même courant  $i$  dans

$R_1$  et dans  $Z$  :  $\frac{u_2}{Z} = \frac{i}{R_1}$  :  $H_1 = -\frac{R_2}{R_1(1 + j\omega R_2 C)} = H_B$

Structure 2 :  $i_+ = i_- = 0$  : les diviseurs de tensions s'imposent :



$$\begin{cases} V_- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s \\ V_+ = \frac{Z_C}{R + Z_C} V_e \end{cases}$$

Or  $\varepsilon = V_+ - V_- = 0$  :  $V_s = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{Z_C}{R + Z_C} V_e$  avec  $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$

On retrouve bien  $H_2 = H_A$

5.  $H_B = \frac{V_s}{V_e}$  donc  $(1 + j\omega R_2 C) V_s = -\frac{R_2}{R_1} V_e$  :  $V_s + R_2 C \frac{dV_s}{dt} = -\frac{R_2}{R_1} V_e$   
 $Z = \frac{1}{\omega C}$

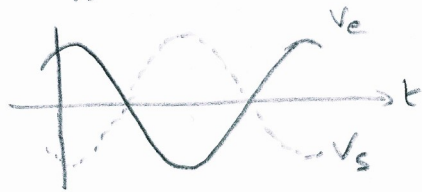
## 2 FILTRES ACTIFS (2)

6. L'affirmation est équivalente à  $\lim_{\omega \rightarrow 0} G = 1$ , puisque  $20 \log 1 = 0$ .

$$\text{Or } G_{A,TBF} = 1 + \frac{R_2}{R_1} > 1 \text{ et } G_{B,TBF} = \frac{R_2}{R_1} = 1 \text{ lorsque } R_2 = R_1.$$

7. La pulsation caractéristique (ou centrale) du filtre,  $\omega_0 = \frac{1}{T} = \frac{1}{R_2 C}$ .

8. Le gain est alors unité, mais le signe - rend l'entrée et la sortie opposées.



9.  $\omega_s = \omega$  : la pulsation est inchangée car le circuit est linéaire.

$$\text{L'avance temporelle } \tau = +\frac{3}{8}T, \text{ avec } \frac{\tau}{T} = \frac{\varphi_s}{2\pi}, \text{ donc } \varphi_s = +\frac{3\pi}{4}$$

$$\text{On a } \varphi_s = \text{Arg } \underline{H}_B.$$

$$\text{or } \text{Arg } \underline{H}_B = \text{Arg}(-1) - \text{Arg}(1 + j\omega R_2 C) \\ = \pi - \text{Arctan}(\omega R_2 C), \text{ qui par ailleurs vaut } \frac{3\pi}{4}$$

$$\text{Donc } \text{Arctan}(\omega R_2 C) = \frac{\pi}{4}, \text{ soit } \omega R_2 C = 1:$$

$$\underline{H}_B = -\frac{1}{1+j} \text{ et } G_B = \frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ donc } U_s = \frac{1}{\sqrt{2}} U_e : U_s = 1,41V.$$

## Autour de la guitare électrique

**II-B-3.a.**  $R_o$  et  $C_o$  en dérivation sont équivalents à une impédance

$$Z_o = \frac{R_o}{1 + j\omega R_o C_o}$$

Le circuit simplifié est alors composé des 3 impédances  $Z_L, R_L, Z_o$  en série en on cherche la tension aux bornes de  $Z_o$  connaissant la tension aux bornes de la série.

Le diviseur de tension donne donc  $H = \frac{v}{e} = \frac{Z_o}{R_L + j\omega L + Z_o} = \frac{1}{1 + Y_o(R_L + j\omega L)}$  (astuce de calcul assez pratique).

Soit 
$$H = \frac{R_o}{R_o + (R_L + j\omega L)(1 + j\omega R_o C_o)}$$

**II-B-3.b.** La seconde forme est donc la bonne ; on reconnaît un passe-bas d'ordre 2.

$$H = \frac{R_o}{R_o + R_L + j\omega(L + R_L R_o C_o) - R_o L C_o \omega^2}$$
 . Comme le terme constant au dénominateur est 1, il faut factoriser  $R_o + R_L$

On identifie alors  $H_o = \frac{R_o}{R_o + R_L}$  , puis  $\frac{1}{\omega_o^2} = \frac{R_o L C_o}{R_o + R_L}$  donc  $\omega_o = \sqrt{\frac{R_o + R_L}{R_o L C_o}}$  et finalement

$$Q = \frac{\sqrt{(R_o + R_L) R_o L C_o}}{L + R_L R_o C_o}$$

**II-B-3.c.** Même sans avoir obtenu la réponse précédente, la seconde forme canonique correspond à un filtre passe-bas dont on sait qu'il y a résonance ou non selon la valeur de  $Q$ .

La courbe de gain doit présenter un maximum par définition de la résonance, avec

$$G = |H| = \frac{G_o}{\sqrt{(1 - x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2}}} \quad : \quad P(X) = (X - 1)^2 + \frac{X}{Q^2} \text{ doit présenter un minimum, pour lequel}$$

$$P'(X) = 0 \quad .$$

Ceci est réalisé pour  $X_r = x_r^2 = 1 - \frac{1}{2Q^2}$  qui n'existe que si l'expression est strictement

positive, donc pour  $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$  . La pulsation de résonance est donc  $\omega_r = \omega_o \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$  .

**II-B-3.d.** Diagramme de Bode d'un passe-bas d'ordre 2 avec résonance, décalé de

$G_{o, dB} < 0$  :  $G_{o, dB}$  est l'asymptote horizontale en TBF, celle en THF a une pente de -40 dB/décade et la courbe exacte passe à  $+Q_{dB}$  au-dessus des asymptotes, en  $\omega = \omega_o$

**II-B-3.e1.** On coupe le pic à  $1/\sqrt{2}$  de sa valeur maximale, soit, en mV :

$$90 \times 1/\sqrt{2} = 90 \times 0,7 = 63 \text{ (voir données numériques en début de problème).}$$

Les 2 fréquences de coupure sont alors graphiquement  $f_1 = 5,9$  kHz et  $f_2 = 7,8$  kHz

En supposant qu'on peut appliquer  $Q = \frac{\omega_o}{BP_\omega} = \frac{\omega_o}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{f_o}{f_2 - f_1}$  avec  $f_o = 7,0$  kHz , on

détermine (sans calculatrice) :  $Q = \frac{7,0}{1,9} \approx 3,6$  .

**II-B-3.e2.** On voit que  $G_{TBF} = G_o$  alors que  $G_{(x=1)} = QG_o$  . On en déduit que

$$Q = \frac{v_{(x=1)}}{v_{TBF}} \text{ , rapport des amplitudes. On lit que } v_{TBF} \in [15 ; 20] \text{ mV , donc } Q \in [4,5 ; 6]$$

**II-B-3.e3.** D'après la question b, puisque  $R_L \ll R_o$ , on a  $\omega_o = 2\pi f_o \approx \sqrt{\frac{1}{LC_o}}$  donc

$$L \approx \frac{1}{(2\pi f_o)^2 C_o} \approx \frac{1}{(14\pi \cdot 10^3)^2 \times 0,1 \cdot 10^{-9}} \approx \frac{1}{2000 \cdot 10^6 \times 10^{-10}} \approx 5 \text{ H} .$$

La même approximation donne que  $Q \approx R_o \frac{\sqrt{LC_o}}{L + R_L R_o C_o}$  avec  $R_L R_o C_o = 0,3 \text{ H} \ll 5 \text{ H}$

donc  $Q \approx R_o \sqrt{\frac{C_o}{L}} = 10^6 \sqrt{\frac{10^{-10}}{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}} \approx 4,5$

**II-B-3.f.** Très imprécis mais du même ordre de grandeur : valeur voisine de 4.

**II-B-3.g1.** Le premier pic, tel que toutes les fréquences du signal soient multiples de celle-ci est à 200Hz.

**II-B-3.g2.** Troisième pic, il s'agit donc de l'harmonique 3

**II-B-3.g3.** Lors de la dérivation d'une sinusoïde, l'amplitude est multipliée par la pulsation  $\omega$ , proportionnelle à la fréquence de la composante sinusoïdale.

En fixant l'amplitude du pic fondamental à 1, le pic de l'harmonique 2 de la dérivée est donc celui du signal, mais d'amplitude 2 fois plus grande.

L'amplitude de l'harmonique 3 est de même multipliée par 3.

**II-B-3.g4.** Les fréquences du signal sont comprises entre 200Hz et 1,2kHz. D'après la figure II.4, la courbe du gain est presque constante dans cette zone : le microphone change assez peu le spectre (il favorise légèrement les harmoniques par rapport au fondamental).

**III-A-1.** Le seul bouclage présent se trouve entre la sortie et l'entrée inverseuse, par la résistance  $R_3$  : cela garantit un fonctionnement linéaire tant que la tension de sortie reste raisonnable.

**III-A-2.a.** En TBF, les condensateurs ouvrent les circuits du côté des entrées : il ne reste que  $R_1$  à la terre, et  $R_3$  dans le pont.

En THF, on remplace les condensateurs par des fils.

**III-A-2.b.** En TBF, le circuit n'est pas alimenté : aucun courant ne traverse  $R_1$  donc

$V_+ = 0$  Or  $V_+ = V_-$  et aucun courant ne traverse  $R_3$ . On en déduit que  $v_s = 0$ . Les TBF sont coupées.

**III-A-2.c.** En THF,  $R_1$  et  $R_2$  se retrouvent en série, avec  $V_+ = V_+ - 0$ , tension aux

bornes de  $R_1$  : le diviseur de tension s'applique et on a  $V_+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_e$

De même,  $R_4$  et  $R_3$  sont en série, avec  $V_-$  la tension aux bornes de  $R_4$ , et  $v_s$  la

tension aux bornes de la série :  $V_- = \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_s$ .

Comme  $V_+ = V_-$ , on a  $\frac{R_4}{R_3 + R_4} v_s = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_e$ , ce qui donne immédiatement le résultat demandé.

On a  $R_3 + R_4 \approx R_3$  et  $R_1 + R_2 \approx R_1$ , donc  $G_{\text{THF}} \approx \frac{R_3}{R_4} = 20$

**III-A-2.d.** Les THF passent et sont même amplifiées assez fortement : il s'agit d'un filtre passe-haut/coupe-bas.

**III-A-3.a.** Le calcul général est exactement le même, en remplaçant  $R_2$  par

$Z_2 = Z(R_2 \text{ série } C_2)$  et de même pour  $R_4$ .

On a donc  $Z_2 = R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} = \frac{1 + j\omega R_2 C_2}{j\omega C_2}$  et de même pour  $Z_4$ .

On a donc  $H = \frac{R_1}{Z_4} \frac{R_3 + Z_4}{R_1 + Z_2} = \frac{R_1}{R_1 + Z_2} (R_3 Y_4 + 1)$  soit

$$\underline{H} = \frac{j\omega R_1 C_2}{1 + j\omega(R_1 + R_2)C_2} \times \left( 1 + \frac{j\omega R_3 C_4}{1 + j\omega R_4 C_4} \right) \dots$$

**III-A-3.b.**  $\underline{H} = \frac{j\omega R_1 C_2}{1 + j\omega(R_1 + R_2)C_2} \times \left( \frac{1 + j\omega(R_3 + R_4)C_4}{1 + j\omega R_4 C_4} \right)$

On en déduit  $\omega_1 = \frac{1}{R_1 C_2}$  ;  $\omega_2 = \frac{1}{(R_3 + R_4)C_4}$  ;  $\omega_3 = \frac{1}{(R_1 + R_2)C_2}$  ;  $\omega_4 = \frac{1}{R_4 C_4}$

**III-A-3.c.** On a  $\omega_1 = \frac{1}{R_1 C_2} = \frac{1}{10^6 \times 10^{-8}} = 100 \text{ rad/s}$  ;  $R_2$  étant négligeable (100 fois moins) devant  $R_1$ , on a  $\omega_3 \approx \omega_1 = 100 \text{ rad/s}$

En négligeant  $R_4$  devant  $R_3$  (20 fois moins), on a

$$\omega_2 \approx \frac{1}{R_3 C_4} = \frac{1}{10^6 \times 5 \cdot 10^{-8}} = 20 \text{ rad/s}, \text{ 5 fois plus petite que } \omega_3 \approx \omega_1.$$

$$\omega_4 = \frac{1}{R_4 C_4} = \frac{1}{50 \cdot 10^3 \times 5 \cdot 10^{-8}} = \frac{1}{25} \times 10^4 = 400 \text{ rad/s}$$

**III-A-3.d.** (Non demandé) : on a alors  $\underline{H} = \frac{j\omega/\omega_1}{1 + j\omega/\omega_3} \times \left( \frac{1 + j\omega/\omega_2}{1 + j\omega/\omega_4} \right)$  soit, puisque

$$\omega_3 \approx \omega_1 : \underline{H} = \frac{j\omega/\omega_1}{1 + j\omega/\omega_1} \times \frac{1}{1 + j\omega/\omega_4} \times \frac{1}{\frac{1}{1 + j\omega/\omega_2}}$$

passé-haut d'ordre 1 et deux passé-bas d'ordre 1.

On identifie alors  $\underline{H}_5 = \frac{j\omega/\omega_1}{1 + j\omega/\omega_1}$ ,  $\underline{H}_6 = \frac{1}{H_4}$  et  $\underline{H}_7 = \frac{1}{H_2}$

**III-A-3.d.a.** On travaille avec des filtres d'ordre 1 : les pentes des asymptotes obliques sont toujours de  $\pm 20 \text{ dB/décade}$ .

**III-A-3.d.β.** On calcule le gain, module de la fonction de transfert :  $G = \frac{G_5 G_6}{G_7}$  et on

passé en décibels  $G_{\text{dB}} = 20 \log \left( \frac{G_5 G_6}{G_7} \right) = G_{5,\text{dB}} + G_{6,\text{dB}} - G_{7,\text{dB}}$ .

On ajoute donc les courbes 5 et 6 et on soustrait la courbe 7.

**III-A-3.d.γ.**

- De 0 à 20 rad/s, tout est nul sauf  $G_{5,\text{dB}}$  : la courbe est confondue avec celle du filtre 5, donc une pente de +20
- De 20 à 100 rad/s, on soustrait maintenant  $G_{7,\text{dB}}$  : la pente devient donc +40
- De 100 à 400 rad/s,  $G_{5,\text{dB}}$  devient nul : la pente redevient +20
- Au-delà de 400 rad/s, on ajoute  $G_{6,\text{dB}}$  : la pente devient nulle

Au facteur  $2\pi$  près sur l'axe des abscisses, le diagramme est bien cohérent avec la réponse expérimentale page suivante.

**III-A-3.d.δ.** Le nombre de décades est  $N = \log \frac{\omega_1}{\omega_2} = \log 5 = 0,70$

Comme la valeur de  $G_{5,\text{dB}}$  est nulle en  $\omega_1$  et la pente vaut -20, on a  $G_{\text{dB}}(20 \text{ rad/s}) = 0,70 \times (-20) = -14 \text{ dB}$

**III-A-4.a.** On lit un gain maximal, en THF, de 26,5dB, ce qui cohérent aux approximations près sur les résistances avec le gain trouvé de 20 en THF :

$$20 \log 20 = 20(1 + \log 2) = 20 \times 1,3 = 26 \text{ dB}$$

**III-A-4.b.** On lit l'abscisse correspondant au gain maximal moins 3dB :  $f_c \approx 70 \text{ Hz}$

**III-B-1.a.** Voir question **III-A-2.a.** : en régime permanent, le circuit est le même qu'en TBF ; la seule différence est en bas :  $C_1$  ouvre le circuit.

**III-B-1.b.**  $C_1$  étant absent, et aucun courant ne traversant  $R_1$ , les 2 résistances  $R_0$  définissent un diviseur de tension : le potentiel en bas de  $R_1$  est donc  $\frac{E_0}{2}$ .

Sans courant dans  $R_1$ , sa tension est nulle, on retrouve ce potentiel à l'entrée non inverseuse :  $V_{+0} = \frac{E_0}{2}$ .

L'ALI étant linéaire, on a également  $V_{-0} = \frac{E_0}{2}$ .

Puisque  $C_4$  ouvre le circuit, il n'y a pas de courant dans  $R_3$ , donc  $V_{s0} = \frac{E_0}{2}$

**III-B-2.a.** Les 3 composants sont en dérivation et équivalents à une impédance  $Z_0$  telle que  $Y_0 = 2 \times \frac{1}{R_0} + j\omega C_1$  soit  $Z_0 = \frac{R_0}{2 + j\omega R_0 C_1}$ , avec

$\omega R_0 C_1 > 2\pi \times 30 \times 10^6 \times 10^{-6} \approx 200 \gg 2$  : le module de  $Z_0$  est donc au moins 200 fois plus petit que  $R_0 = R_1$ .

Elle est en série avec  $R_1$  : l'ensemble est donc équivalent à  $R_1$ .

**III-B-2.b.** On retrouve exactement le filtre de la partie A.

**III-B-3.a.** Les 3 composants ne modifient pas du tout le filtre étudié pour les entrées sinusoïdales : tout se passe comme si ils étaient absents.

En revanche, ils ajoutent simplement la composante continue  $\frac{E_0}{2}$  en sortie.

**III-B-3.b.** En mode DC, on visualise  $v_s$  ; en mode AC, on visualise  $v_s$  à laquelle on retire son offset.

**III-C-1.** On est alors en THF pour le filtre, où le gain vaut environ 20. On se souvient que la pédale ajoute une composante continue.

On obtiendra une saturation du son lorsque la sortie dépasse la tension de saturation :

$$G_{\text{THF}} v_e + \frac{E_0}{2} > V_{\text{cc}} = E_0 \text{ soit lorsque } v_e > \frac{E_0}{2G_{\text{THF}}} = \frac{9}{40} = 225 \text{ mV}, \text{ possible d'après}$$

l'énoncé.

**III-C-2.** En THF, la fonction de transfert est équivalente à (cf énoncé III-A-2.c)

$$H_{\text{THF}} = \frac{R_1}{R_4} \frac{R_3 + R_4}{R_1 + R_2}, \text{ avec toujours } R_2 \ll R_1 \text{ donc } H_{\text{THF}} \approx \frac{R_3 + R_4}{R_4}.$$

Quand  $R_4$  est négligeable devant  $R_3$ , on obtient un gain d'environ 20 en THF.

Quand  $R_4 = 500 \text{ k}\Omega$ , le gain en THF devient  $H_{\text{THF}} \approx \frac{1500}{500} = 3$  : il est alors beaucoup plus difficile de saturer le son, il faut alors des amplitudes sonores plus élevées.

L'action de la pédale règle donc cette valeur de résistance (potentiomètre probablement), et permet au musicien de régler le niveau de saturation souhaité.