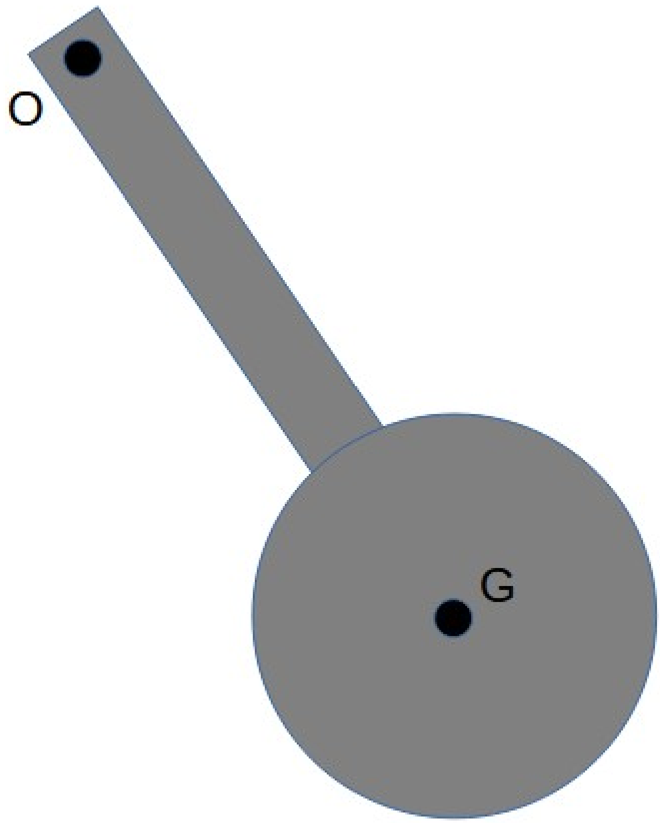
PENDULE PESANT

L'axe de rotation, horizontal, passe par le point O, fixe. La liaison pivot est idéale.



La tige plate (qui relie l'axe au cylindre) est de masse négligeable par rapport à la masse M du cylindre (appelé disque : son épaisseur ne joue pas de rôle dans les calculs), de centre G et de rayon R.

On note L la distance OG.

Situation 1 : Disque fixé à la tige

Le disque (cylindre) est fixé à la tige, de telle sorte que l'ensemble forme un solide, bloqué par exemple par un ou plusieurs clips de masse négligeable.

1. Rechercher sur internet l'expression du moment d'inertie d'un cylindre plein homogène par rapport à son axe de révolution (passant par son centre de gravité).
2. À l'aide du **Document**, obtenir l'expression du moment d'inertie J du pendule complet (tige + disque), en fonction des constantes données.

Situation 2 : Disque libre

On ôte la fixation du disque : celui-ci peut désormais tourner librement autour de G grâce à une liaison pivot idéale.

Le mouvement de G reste circulaire mais celui du disque autour de G est a priori quelconque.

Le disque ne tourne pas à la date nulle, date à laquelle on lâche sans vitesse le pendule écarté de sa position d'équilibre stable.

3. En admettant qu'on puisse appliquer le théorème du moment cinétique dans le référentiel non galiléen d'origine G en translation dans le référentiel terrestre (ses axes cartésiens restent parallèles à ceux du référentiel terrestre supposé galiléen), dire si le disque va se mettre à tourner ou non lors des oscillations du pendule.

Comparaison

4. Comparer les périodes des petites oscillations T_1 et T_2 du pendule, dans la situation 1 et dans la situation 2.
5. Sont-elles identiques lorsqu'on fait tendre R tend vers 0, tout en gardant la masse M du disque constante ?
6. A-t-on besoin de l'hypothèse que M reste constante dans la question précédente ?

Document

Théorème des axes parallèles

Il existe une relation entre les moments d'inertie par rapport à deux axes parallèles distants de d et dont l'un passe par le centre de masse : c'est le théorème de Huygens. (Fig. 4)

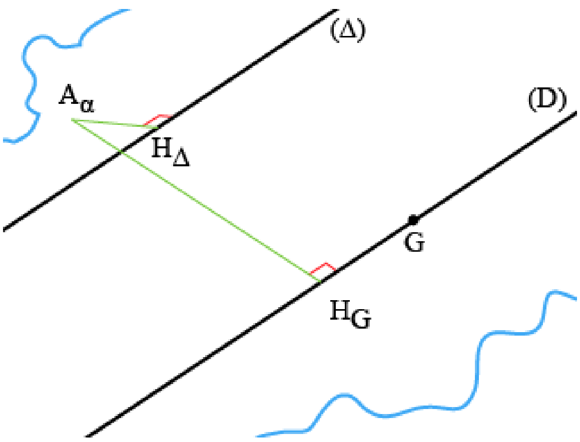


Fig. 4 : Théorème des axes parallèles

Dans un solide de masse m , si deux axes sont parallèles et distants de d , dont l'un, (D) , passe par le centre de masse G et le second est noté (Δ) , leurs moments d'inertie respectifs sont reliés par la relation :

$$I_{/\Delta} = I_{/D} + m\,d^2 = I_G + m\,d^2$$

Cette modification correspond à une augmentation du moment d'inertie (par rapport à G) d'une grandeur constante.