

## TD 20 CORRECTION

### 1.

1. On utilise le fait que  $PV = nRT$  où  $n$  est la quantité de vapeur dans l'air et  $P$  la pression partielle en vapeur :  $P = H P_{\text{sat}}$ .

2. Raisonnement très classique sur les changements d'état, qu'on reverra avec l'énergie :

On ne connaît pas l'état final de l'eau : soit de la vapeur pure, soit un équilibre LV...

On doit faire une **hypothèse**. Ici, que toute l'eau s'évapore :

- si le calcul donne un résultat cohérent, c'est bien le cas ;
- sinon, c'est que l'hypothèse est fausse.

On cherche la quantité d'eau dans le verre, calcul très différent de celui d'un gaz parfait.

On connaît le volume : on procède donc ainsi  $V \rightarrow m \rightarrow n$ , avec la donnée de la masse volumique, puis de la masse molaire.

Sans erreur sur la valeur selon les unités, il faut connaître la masse volumique de l'eau liquide :

$\mu = 1000 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ kg/L} = 1 \text{ g/mL} = 1 \text{ g/cm}^3$  sans avoir à faire les conversions, **sans omettre les unités**.

Utiliser le bon sens pour les ordres de grandeur : masse d'une bouteille d'eau, d'un gros cube ou d'un petit cube d'eau...

On a alors  $n = \frac{\mu V_0}{M} = 11,11 \text{ mol}$ , et on vérifie la cohérence : 1 mole d'eau pèse 18 g, donc occupe 18 mL, ici, on a 200 mL.

Calcul de  $H$  évident, avec  $n$  totale d'eau : 89 %. C'est cohérent.

L'hypothèse aurait été invalidée si l'on avait trouvé  $H > 100\%$  (impossible, donc trop d'eau dans le verre).

3. On calcule la quantité de vapeur, avec  $H = 100\% = 1$ , et la différence avec ce qu'il y avait auparavant dans la pièce :  $n_{\text{manq}} = 37,8 - 22,7 = 15,1 \text{ mol}$ , puis le volume correspondant en eau liquide. On trouve 272 mL.

10 Evaporation de l'eau			
H	0,6	1 n	$H P_{\text{sat}} V / R T$
V	40		22,66007992
V0	2,00E-04	2 nVerre	11,11111111
P0	1,00E+05		
T0	293	H	$n R T / P_{\text{sat}} V$
M	1,80E-02		0,89420314
$\mu$	1000		
P <sub>sat</sub>	2300	3 n tot	$P_{\text{sat}} V / R T$
R	8,314		37,76679986
		n manq	m mang
		15,10671995	0,271920959
			VL mang (mL)
			271,920959

## 2. Cognac hors d'âge

Calculons la quantité de matière  $n$  d'éthanol présente dans le liquide : dans une bouteille de volume  $V_T$ , son volume est  $V = t \frac{V_T}{10}$  par définition du titre  $t = 45\%$  et car le liquide occupe 1/10 du volume total.

La masse correspondante est donc  $m = \rho V = \frac{\rho t V_T}{10}$  et la quantité de matière est  $n = \frac{m}{M}$  avec

$$M = 2M_C + M_O + 6M_H = (2 \times 12,0 + 16 + 6 \times 1,0) \text{ g/mol} = 46,0 \text{ g/mol} \text{ soit } n = \frac{\rho t V_T}{10 M}.$$

Pendant que la bouteille est fermée, le reste du volume de la bouteille se remplit de vapeurs d'alcool, qui sont remplacées par de l'air lorsque le bouchon est absent.

$$\text{Calculons la quantité } n^* \text{ d'éthanol sous forme vapeur : } n^* = \frac{P^* \cdot \frac{9}{10} V_T}{R T} = \frac{9 P^* V_T}{10 R T}.$$

On peut donc procéder à cette opération  $k$  fois, tel que  $n = k n^*$ , ensuite il n'y aura plus d'éthanol

dans le cognac :  $k = \frac{\rho t R T}{9 P^* M}$  soit  $k = \frac{0,79 \text{ kg/L} \times 45\% \times 8,31 \text{ J/mol.K} \times (273 + 20) \text{ K}}{9 \times 58 \text{ hPa} \times 46 \text{ g/mol}}$  : les unités de masse s'en vont en transformant le préfixe 'k' de kg, mais il y a des joules : il faut convertir les volumes en  $\text{m}^3$  et le préfixe 'h' des pascals. Il faut remplacer également le « % » par  $10^{-2}$  :

$$1 \text{ kg/L} = \frac{10^3 \text{ g}}{(10^{-1} \text{ m})^3} = 10^6 \text{ g/m}^3 \text{ car } 1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 \text{ soit } k = \frac{0,79 \cdot 10^6 \times 45 \cdot 10^{-2} \times 8,31 \times (273 + 20)}{9 \times 58 \cdot 10^2 \times 46} : \underline{k = 360}.$$

La disparition du liquide diminue légèrement le volume du liquide restant et augmente donc le volume vide occupé par les vapeurs :  $k$  est donc légèrement surestimé.

## 4. Équilibre diphasé

À 1 atmosphère, l'eau est à  $100^\circ\text{C}$  puisqu'il y a équilibre.

En considérant que la masse volumique de l'eau liquide est  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  : on a  $m_L = \rho V$ .

En faisant l'hypothèse GP pour la vapeur saturante, on a  $P_o V = n R T = \frac{m_v}{M} R T$  donc

$$m_v = \frac{M P_o V}{R T}.$$

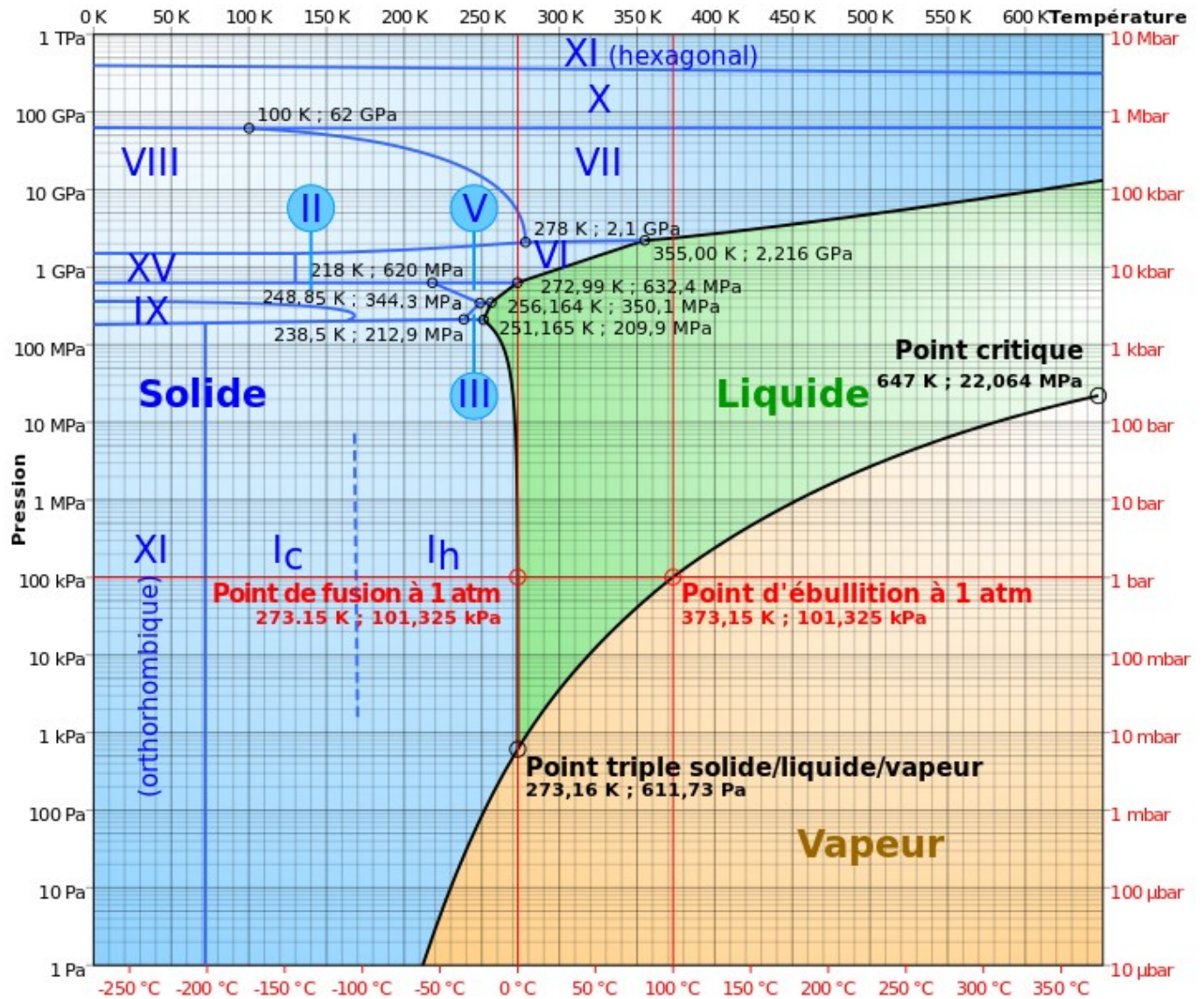
Le titre massique en liquide est donc  $x_L = \frac{\rho}{\rho + \frac{M P_o}{R T}}$ . AN :  $\frac{M P_o}{R T} = \rho_v = 0,58 \text{ kg/m}^3$  donc

$$x_L = 99,942\% \text{ et } x_v = 1 - x_L = 0,058\%$$

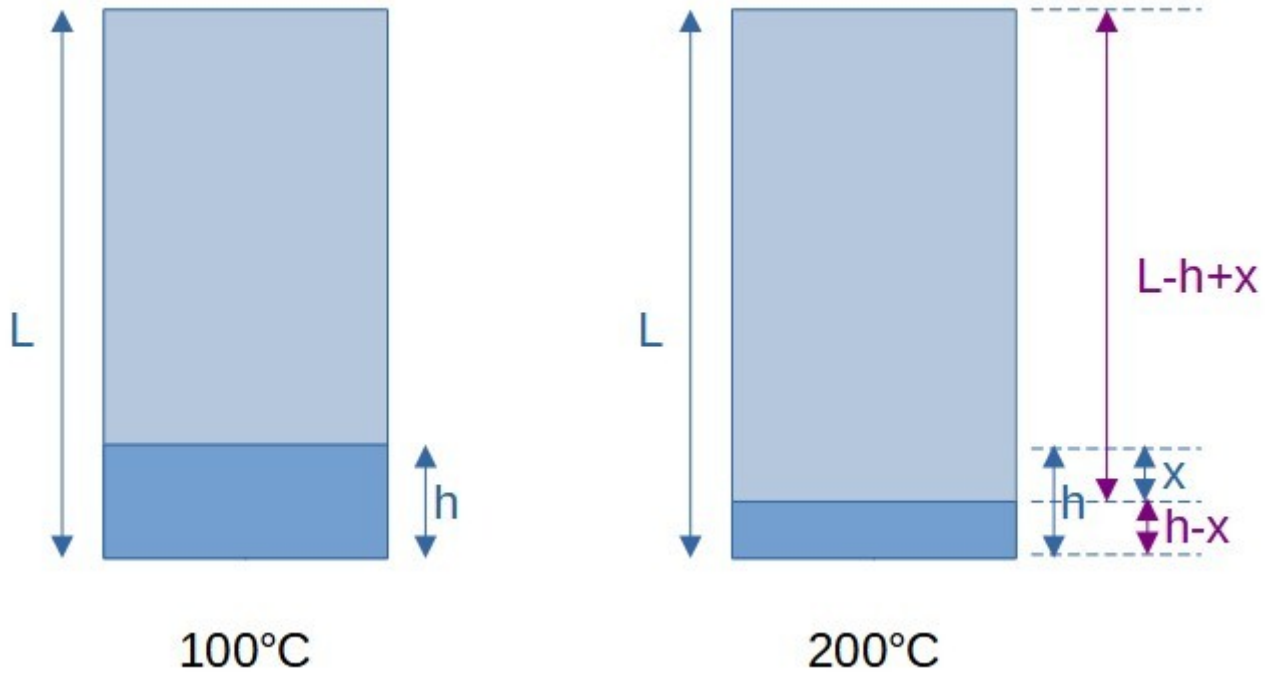
### 3. Équilibre dans une chaudière

2.1 Les zones en chiffres romains correspondent aux différents types de glace.

La courbure de la ligne LV ne ressemble pas à celle du cours : en effet, l'échelle verticale (pression) est ici logarithmique.



## 2.2



Conservation de la quantité de matière. On est contraint de supposer que la vapeur se comporte comme un gaz parfait.

$$n_L = \frac{\rho}{M} S(h-x) \text{ pour } x \text{ quelconque, et } n_v = \frac{P S(L-h+x)}{RT}.$$

On en déduit donc,  $S$  se simplifiant :  $\frac{\rho}{M}(h-x) + \frac{P'(L-h+x)}{RT'} = \frac{\rho}{M}h + \frac{P(L-h)}{RT}$  avec des notations évidentes (prime à l'état final).

$$\text{Finalement } x = (L-h) \frac{\left(\frac{P'}{T'} - \frac{P}{T}\right)}{R \frac{\rho}{M} - \frac{P'}{T'}} = 6,11 \text{ mm}$$

2.3 Pour  $h=5 \text{ mm}$ , on trouve  $x=6,76 \text{ mm}$  : c'est absurde, car supérieur à  $h$ . Toute l'eau se vaporise.

On a alors la quantité d'eau entièrement sous forme vapeur  $\frac{P' L}{RT'} = \frac{\rho}{M} h + \frac{P(L-h)}{RT}$  ce qui donne  $P' = 12,2 \text{ bars}$ .

Ces pressions sont de toute façon trop élevées, puisque  $0,6 \text{ MPa} = 6 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 6 \text{ bars}$  : il ne faut pas travailler à  $200^\circ\text{C}$ .

En inversant la relation de Duperray, on trouve  $T(^{\circ}\text{C}) = 100 \left(\frac{P_{\text{sat}}}{P_0}\right)^{1/4} = 156^\circ\text{C}$  au maximum.

## 5. Air humide

1 & 2.  $P_a V = n_a R T = \frac{m_a}{M_a} R T$  donc  $R_a = \frac{R}{M_a}$  et pareil pour la vapeur.

3.  $\omega = \frac{m_v}{m_a} = \frac{P_v R_a}{P_a R_v}$  : on a bien ce qui est demandé, avec  $A = \frac{R_a}{R_v}$ , puisque  $P_a = P - P_v$

4.  $P_v = P_{vs}(15^\circ\text{C}) \times 85\%$  ; on remplace ensuite dans l'expression du 2 pour trouver  $m_v$ .

On trouve  $m_a$  de la même façon avec  $P_a = P - P_v$ , injectée dans 1.

5. Il suffit de calculer point par point  $\omega_s = A \frac{P_{vs}}{P - P_{vs}}$ . On est sur la courbe si l'air est saturé en eau, en dessous s'il n'est pas saturé :  $\omega(P_v)$  est une fonction croissante de  $P_v$  (au numérateur, et signe - devant au dénominateur).

6. Si la condensation se produit à  $10^\circ\text{C}$ , c'est que la pression de vapeur en vapeur d'eau atteint la pression de vapeur saturante à cette température :  $P_v = 1127 \text{ Pa}$ .

Comme on était à  $30^\circ\text{C}$  au départ,  $\varepsilon = \frac{P_{vs}(10^\circ\text{C})}{P_{vs}(30^\circ\text{C})}$

Air humide CCP PC		
286,55172414	Ra	Q1
461,66666667	Rv	Q2
0,6206896552	A=Ra/Rv	Q3
1450,1	Pv(15°C,85%)	Q4
0,0109062876	mv	
1,2099073656	ma	
		Q5
t	Pvs	ws
0	610	0,0037602611
5	880	0,0054392242
10	1227	0,0076103065
15	1706	0,010632132
20	2337	0,0146575157
25	3173	0,0200704014
30	4247	0,0271611281
40	7477	0,0494643803
45	9715	0,0658404761
	0,2653637862	Q6

