TD 22 – Conservation de l'énergie

1. Jouet à air comprimé

Une petite voiture contient un réservoir calorifugé et indéformable de $V = 0{,}5\ \mathrm{L}$ plein d'air comprimé à la pression $P = 20\ \mathrm{bar}$, et à la température $T_1 = 150\ °\mathrm{C}$. On assimilera l'air à un gaz parfait, même à cette pression, d'énergie interne $U = \frac{5}{2} n R T + U_0$ où U_0 est une constante.

La masse totale $m = 2{,}0\ \mathrm{kg}$ de la voiture inclut celle de l'air dans le réservoir, et il n'y a pas de fuite d'air.

La température ambiante est de $T_0 = 20\ °\mathrm{C}$.

On admet* qu'un dispositif sophistiqué, interne à la voiture, permet de convertir sans perte en énergie mécanique l'énergie interne de l'air chaud stocké, jusqu'à ce que sa température finale soit la température ambiante.

On lance la voiture à la main avec une vitesse $v_0 = 3{,}0\ \mathrm{m/s}$, à partir de l'altitude nulle.

a) Déterminer l'altitude *h* maximale que peut atteindre le jouet, donc en faisant l'hypothèse que les frottements du sol et de l'air sont négligeables.

b) Comparer avec h_{mec}, altitude maximale atteinte avec les mêmes hypothèses, mais en faisant une étude mécanique seulement (ce qui revient à considérer l'ensemble du système comme un solide indéformable). Conclure.

* On verra plus tard que c'est théoriquement impossible : on ne peut pas tout convertir.

2. Transformation cyclique

On considère la transformation cyclique d'un gaz parfait $A \to B \to C \to A$ avec $A(P_0, V_0)$. On note la température initiale T_0.
Le gaz n'a aucune énergie cinétique ni énergie potentielle, et le seul travail qui intervient est celui des forces de pression.

1. Chauffage isochore jusqu'à $T_B = T_1 = 2 T_0$
2. Détente isotherme jusqu'à $P_C = P_0$
3. Compression isobare jusqu'à $V_A = V_0$

a) Déterminer P_B en fonction de P_0, et V_C en fonction de V_0, en construisant au fur et à mesure ce cycle sur le diagramme de Clapeyron (on tracera les portions non rectilignes au jugé).

b) Calculer le travail *W* total reçu par le gaz.

Comment peut-on déterminer graphiquement le travail reçu pour une transformation cyclique quelconque (valeur et signe) ? rédiger avec soin la règle correspondante.

c) De quoi dépend l'énergie interne *U* d'un gaz parfait ? En déduire sur le cycle la valeur de sa variation $\Delta_{A \to B \ldots \to A} U$. Ce résultat est-il généralisable à toute transformation cyclique ?

d) Que vaut le transfert thermique *Q* total ?

e) Indiquer pour chaque étape, en l'indiquant à côté de chaque trajet, le signe de *W*, de *Q* et si *U* augmente, diminue ou reste constante (écrire *U*↑, *U*↓ ou *U*=).

Justifier toutes les affirmations.

3. Phase condensée

La capacité thermique d'une phase condensée idéale est modélisée dans la plage de températures considérée par $C=C_0+\frac{a}{T}+bT$.

Exprimer sa variation d'énergie interne lorsque sa température passe de T_1 à T_2.

4. Ballon de baudruche

Un ballon de baudruche sphérique rempli d'hélium ${}^4_2\mathrm{He}$, oublié après une fête, gaz parfait de coefficient $\gamma=1{,}67$ est à tout instant en équilibre mécanique avec l'atmosphère à la pression $P_0=1{,}013\,\mathrm{bar}$. Le ballon ne fuit pas.

À l'état initial, dans l'après-midi, la température est de $T_0=33\,°\mathrm{C}$ et le diamètre du ballon est $d_0=40\,\mathrm{cm}$.

À l'état final, le lendemain matin, la température est $T_1=10\,°\mathrm{C}$.

a) Exprimer puis calculer le diamètre d_1 du ballon.

b) Déterminer le transfert thermique Q reçu par le ballon.

c) Déterminer le travail qu'il a reçu et sa variation d'énergie interne.

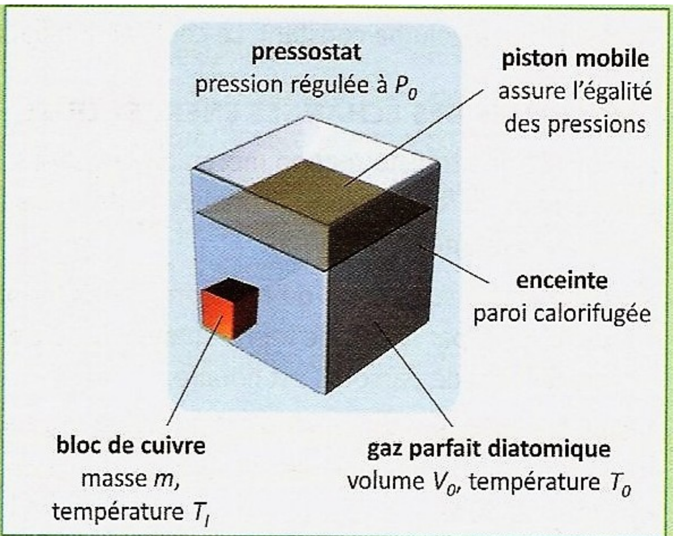
5. Équilibre thermique d'un système

Une enceinte parfaitement calorifugée de capacité calorifique négligeable est fermée par un piston mobile placé au contact d'un pressostat à P_0. On y place un gaz parfait diatomique à la température T_0 occupant un volume V_0. On introduit également dans l'enceinte un bloc de cuivre assimilé à une P.C.I.I. de masse m, de capacité calorifique massique c et de masse volumique μ. La température initiale du bloc de cuivre est notée T_I

$V_0 = 20$ L $T_0 = 21°C$ $P_0 = 10^5$ Pa

$m = 20$ g $\mu = 8{,}96\ \mathrm{g\cdot cm^{-3}}$ $T_I = 200°C$

$R = 8{,}314\ \mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}}$ $c = 0{,}385\ \mathrm{J\cdot g^{-1}\cdot K^{-1}}$



1. Caractériser la transformation subie par le gaz et le bloc de cuivre.

2. Exprimer le travail W reçu par le système {gaz + cuivre} lors de son évolution. Vérifier le signe attendu pour ce travail.

3. Déterminer la température finale du système. Comparer cette valeur avec celle obtenue à volume constant

4. En déduire le bilan énergétique complet du gaz, du bloc de cuivre et du système total.

5. Retrouver ce résultat en utilisant la fonction enthalpie.

6. Chute d'un piston

On considère un cylindre vertical de section S, enfermant un gaz parfait de coefficient γ donné. La fermeture est assuré par un piston étanche coulissant sans frottements.

On néglige la masse du piston, ainsi que son épaisseur.

L'ensemble {cylindre+gaz+piston} est plongé dans l'atmosphère, assimilée dans tout le problème à un pressostat* à la pression P_0.

À l'état initial, la hauteur du gaz dans le système est H_0 et sa température est T_0.

On note g l'intensité de la pesanteur.

a) Calculer en fonction des données la quantité de matière n de gaz enfermé.

b) En déduire les capacités thermiques C_V et C_P du gaz.

On étudie deux méthodes différentes utilisées pour comprimer le gaz.

Première méthode

On dépose une masse m sur le dessus du piston, très progressivement : cette masse est constituée de sable. Le cylindre a des parois diathermes, et la température de l'atmosphère est T_0.

c) Comment qualifier la transformation du point de vue de la thermodynamique ?

d) Déterminer complètement l'état final du système : pression P_1, température T_1, hauteur du gaz H_1.

e) L'énergie interne du gaz a-t-elle été modifiée ?

Seconde méthode

On se replace dans les conditions du début, mais le piston et le cylindre sont maintenant calorifugés. Une masse m solide de dimension négligeable est brutalement posée sans vitesse sur le piston : c'est l'état initial.

f) Comment qualifier la transformation du point de vue de la thermodynamique ?

g) Déterminer la pression P_2 à l'état final. Comparer avec ce qui précède.

* système qui garantit une pression constante à sa frontière.

h) Obtenir l'expression du rapport $\frac{T_2}{T_0}$ en fonction des rapports $\frac{P_2}{P_0}$ et $\frac{H_2}{H_0}$.

i) On rappelle que l'atmosphère est modélisée par un pressostat.

Par application du premier principe sur le système {gaz+piston+masse}, démontrer que $C_V(T_2-T_0)=P_2 S(H_0-H_2)$.

j) En déduire l'expression de H_2 en fonction de γ, H_0 et du rapport P_0/P_2.

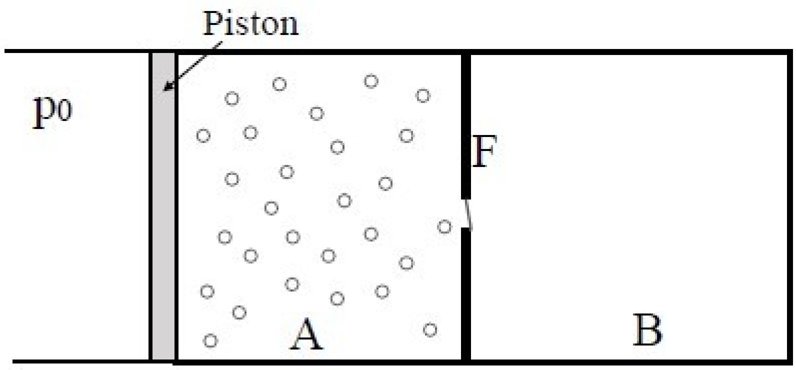
Justifier à partir de l'expression que $H_2 < H_0$.

k) En déduire l'expression de T_2 en fonction de γ, T_0 et du rapport P_2/P_0.

Comparer T_2 avec T_0.

7. Détente brutale d'un gaz parfait

Un cylindre horizontal est fermé à l'une de ses extrémités par une paroi fixe et à l'autre l'extrémité par un piston de masse nulle qui peut coulisser sans frottement le long du cylindre.



Le cylindre est séparé en deux compartiments A et B par une seconde paroi fixe F.

Les parois du cylindre et le piston sont imperméables à la chaleur et de capacités calorifiques négligeables.

Sur la face extérieure du piston s'exerce la pression atmosphérique p_0 que l'on suppose uniforme et constante.

1. Dans la situation initiale le compartiment A de volume $V_A = V_0$ contient un gaz parfait de coefficient γ à la température T_0, le compartiment B de volume V_B est vide. Exprimer le nombre *n* de moles dans le cylindre.
2. Le piston est susceptible de se déplacer rapidement. Démontrer qu'une hypothèse de l'énoncé concernant le piston garantit une pression à la frontière du système égale à p_0.

<u>Première transformation</u>

On perce un orifice dans la paroi fixe F. Le volume V_B est suffisamment grand pour que la pression finale soit **strictement** inférieure à p_0.

3. Où se trouve nécessairement le piston à l'équilibre final ?
4. Exprimer par deux méthodes différentes le travail W_1 échangé avec l'extérieur par le gaz.

   Dans l'une de ces méthodes, on reviendra à l'écriture des forces de pression.
5. En déduire que la température finale T_1 s'exprime par $T_1 = \gamma T_0$.
6. Exprimer ensuite la pression finale p_1 du gaz et le volume minimal $V_B = V_{Bm}$ pour que la pression finale reste inférieure à p_0.

<u>Deuxième transformation</u>

On revient aux conditions initiales, et cette fois, le piston est bloqué. On perce un orifice dans la paroi F.

7. Quelle est la température finale d'équilibre T_2 ?