TD 25 – Loi de Laplace

1. Briquet à air

Un briquet à air (sans combustible) permet de réduire le volume d'une masse d'air emprisonné au trentième de sa valeur. En prenant un modèle adiabatique infiniment lent, déterminer pression et température finales si $T_0 = 12\,°\mathrm{C}$, $P_0 = 1\,\mathrm{bar}$, $\gamma = 1{,}4$.

Quelles sont les variations d'énergie interne et d'enthalpie de cette masse d'air pour $V_0 = 2\,\mathrm{cm}^3$?

2. Transformation adiabatique du GP

(a) Rappeler la relation liant le volume V et la pression P d'un gaz parfait au long d'une transformation adiabatique réversible.

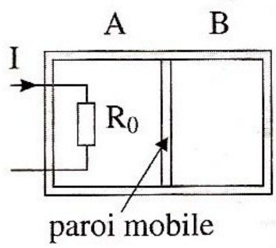
(b) En déduire que la température T est proportionnelle à P^k où l'on obtiendra l'expression de k en fonction de γ.

(c) Donner à partir de la température ambiante $T_0 = 20\,°\mathrm{C}$ et de la pression atmosphérique $P_0 = 1\ \mathrm{bar}$, la température obtenue lorsque la pression double.

- pour un GP monoatomique
- pour un GP diatomique ($\gamma = 1{,}40$).

3. Paroi mobile

Un récipient à parois rigides et calorifugées contient deux gaz parfaits diatomiques séparés par une paroi intérieure mobile sans frottement et calorifugée. Initialement, les gaz sont dans le même état caractérisé par les paramètres $P_1 = 10^5$ Pa, $V_1 = 1$ L et $T_1 = 300$ K. Un générateur fournit de l'énergie au gaz A par l'intermédiaire d'une résistance $R_0 = 10\ \Omega$, de capacité thermique négligeable, parcourue par un courant continu $I = 1$ A, pendant une durée τ au bout de laquelle le volume du gaz A atteint la valeur $V_A = 1,1$ L. L'évolution est supposée réversible. *Données* : $R = 8,31\ \mathrm{J.K^{-1}.mol^{-1}}$ et $\gamma = c_p/c_v = 1,4$.



1. Calculer la pression finale P_2 dans les deux compartiments.

2. Calculer la température finale T_B du gaz dans le compartiment B.

3. Calculer la température finale T_A du gaz dans le compartiment A.

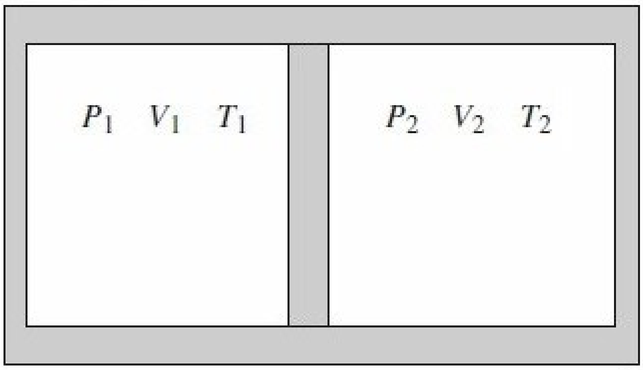
4. Calculer le travail W_B reçu par le gaz en B.

5. Calculer le transfert thermique Q_A reçu par le gaz en A. En déduire τ.

ICNA 2002

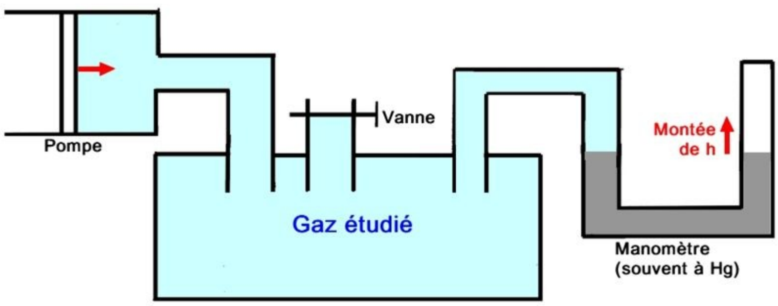
4. Oscillations adiabatiques : mesure de γ

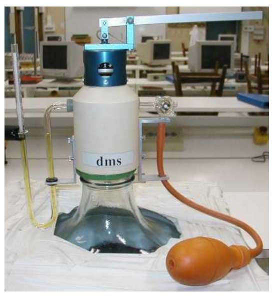
Un cylindre de section S est séparé par un piston étanche de masse m coulissant sans frottement. Un gaz parfait de rapport γ constant remplit les deux parties (1) et (2). Le système est initialement à l'équilibre :
$T_1 = T_2 = T_0$; $P_1 = P_2 = P_0$; $V_1 = V_2 = V_0$.
À la suite d'une perturbation, le piston est légèrement écarté de sa position d'équilibre. Déterminer la fréquence des petites oscillations.



<u>Aides</u>
On introduira x, abscisse du piston à une date quelconque.
On cherchera d'abord l'expression rigoureuse de P_1 en fonction de P_0, V_0, S, x et γ.
Il faudra faire ensuite un développement limité au voisinage de 1, de la forme $(1+\varepsilon)^\alpha = 1+\alpha\,\varepsilon$, la puissance α étant choisie de telle sorte que le développement limité soit au numérateur.

5. Expérience de Clément et Desormes : autre mesure de γ





L'atmosphère extérieure est à (T_0, P_0). Le récipient ci-dessus contient, au début, un gaz à (T_0, P_0) que l'on supposera toujours parfait. A l'aide de la pompe, on injecte dans le récipient une petite quantité du même gaz. On attend que la température du gaz du récipient soit stabilisée à T_0 ; il y a alors une quantité de matière n_0 de gaz dans le récipient (« gaz étudié » de volume V sur le schéma de principe)

Il apparaît dans le manomètre une hauteur h_1 qui indique que le gaz du récipient a une légère surpression p_1 (augmentation de pression par rapport à P_0). Le volume du gaz dans le tube du manomètre est parfaitement négligeable.

<u>Première étape</u> $A \to B$: on ouvre la vanne, laissant échapper une quantité de matière δn de gaz, de telle sorte que la pression du système se stabilise rapidement à la pression P_0 et on ferme aussitôt ce robinet.

La transformation est suffisamment rapide pour que les échanges thermiques soient totalement négligeables, et suffisamment douce pour que l'évolution du gaz restant dans le récipient soit réversible.

► Le **système** sera donc la quantité de gaz $n = n_0 - \delta n$ restant dans le récipient à la fin de la première étape.

Deuxième étape $B \to C$: Comme les parois du récipient ne sont pas parfaitement isolantes, le système atteint la température T_0 en quelques minutes, et l'indication du manomètre est h_2, correspondant à la surpression p_2.

Remarque : on ne cherchera pas à tracer dans le diagramme de Clapeyron la compression servant à préparer le système dans son état initial.

(a) Tracer le diagramme de Clapeyron en commençant par la deuxième étape :

- Quelle est la nature de la transformation ?
- Que valent le volume et la pression du système en B ?
- Que valent volume, pression et température en C ?

(b) Pour la première étape :

- Quelle est la nature de la transformation ?
- Quelles sont la pression et la température du système en A ?
- Sans chercher à le calculer, pourquoi a-t-on $V_A < V$?

(c) Tracer en pointillés l'isotherme passant par A : que peut-on en dire ?

(d) La quantité de matière échappée est tellement faible qu'on peut sans difficulté remplacer les courbes tracées par leur approximation affine.

- Exprimer les deux pentes en A en fonction de P_A, V_A et γ.
- Grâce à deux équations reliant $\delta V = V - V_A$ aux surpressions et aux pentes, en déduire une mesure de γ en fonction de p_1 et p_2, puis en fonction de h_1 et h_2.

Application numérique : avec un manomètre à mercure, on obtient dans le cas de l'air $h_1 = 6{,}2\,\text{cm}$ et $h_2 = 1{,}7\,\text{cm}$.