

**À lire avec soin avant de commencer :**

Les résultats doivent toujours être exprimés sous forme littérale avant d'en donner une application numérique (si elle est demandée) : aucun calcul semi-numérique n'est admis.

On demande d'encadrer les résultats littéraux et de souligner les résultats numériques pour les mettre en évidence. De manière générale, il sera tenu compte dans la notation des qualités de présentation et de rédaction de la copie. Toutes les affirmations doivent notamment être justifiées avec précision. La mauvaise foi sera sévèrement sanctionnée.

La manipulation des unités dans les applications numériques est imposée.

Le barème est susceptible d'être légèrement modifié.

**I – CONTRÔLE SUR LE TERRAIN DE LA QUALITÉ DE LA NEIGE (1,5 PTS)**

La neige est, dans le cas général, un mélange complexe de **glace S**, d'**eau liquide L**, et d'**air A**.

On procède à un prélèvement et à une mesure in situ pour déterminer sa **teneur en eau liquide** définie par :

$$t = \frac{m_L}{m}$$

exprimée en pourcentage, où  $m$  est la masse totale de neige :  $m = m_S + m_L + m_A$ .

Ce contrôle est d'un intérêt majeur pour vérifier la stabilité du manteau neigeux, donc estimer le risque d'avalanches.

Dans tout le problème, on négligera complètement le rôle de l'air, air dans le calorimètre et air emprisonné dans la neige. En effet, même s'il est un bon isolant et donc ralentit les échanges thermiques, sa contribution dans le bilan énergétique final est négligeable, du fait de sa très faible masse.

Le contrôleur emporte avec lui un calorimètre très précis, dont on négligera les fuites thermiques. Sa capacité thermique dans les conditions de l'expérience est  $C = 100 \text{ J/K}$ .

Celui-ci contient  $m_1 = 200 \text{ g}$  d'huile de silicone, liquide, à la température  $T_1 = -40^\circ \text{C}$ .

Sur le terrain, le contrôleur prélève rapidement  $m = 50 \text{ g}$  de neige, qu'il introduit dans le calorimètre, et attend l'équilibre final, où le calorimètre affiche la température  $T_F$ .

Cette température  $T_F$  est strictement négative, exprimée en degrés Celsius.

On supposera la pression atmosphérique égale à la pression usuelle  $P_{\text{atm}} = 1,013 \text{ bar}$  (même si elle est plus faible en montagne, l'erreur introduite dans le calcul est infime).

*Données (toutes ne sont pas nécessairement à utiliser)*

Capacités thermiques massiques :

Huile de silicone  $c_1 = 1,800 \text{ J/g.K}$

Glace  $c = 2,06 \text{ J/g.K}$

Eau liquide  $c_0 = 4,18 \text{ J/g.K}$

Enthalpie massique de fusion de l'eau (chaleur latente) :  $L = 334 \text{ J/g}$

On introduit dans le calorimètre de la neige dont la teneur en eau  $t$  est non nulle.

1. Donner la température initiale de la neige,  $T_0$ , ainsi que celle du calorimètre.

Sous quelle(s) forme(s) l'eau se trouve-t-elle à la fin de la mesure ?

2. Le calorimètre affiche la température finale  $T_F = -28,2^\circ \text{C}$ .

En déduire la teneur en eau  $t$  de la neige mesurée. Le calcul doit évidemment être d'abord littéral.

3. Expliquer pourquoi, si l'on introduisait trop de neige (une masse bien supérieure à 50 g), on ne pourrait plus déterminer  $t$  pour certains types de neige.
4. Expliquer pourquoi l'expérience permet encore de conclure si l'on introduit une masse  $m = 50 \text{ g}$  de neige fraîche dont la température initiale est strictement négative en Celsius (remarque : le contrôleur ne mesure pas cette température sur le terrain, le seul thermomètre disponible est inclus dans le calorimètre).

## II – PUISER DANS LA MER ROUGE POUR SAUVER LA MER MORTE (D'APRÈS CCINP TPC 2020 – 10 POINTS)

Située entre la Jordanie, Israël et la Palestine, la mer Morte, la mer la plus salée au monde, est menacée de disparition : elle a perdu un tiers de sa surface depuis 1960 et continue de baisser de plus d'un mètre par an.

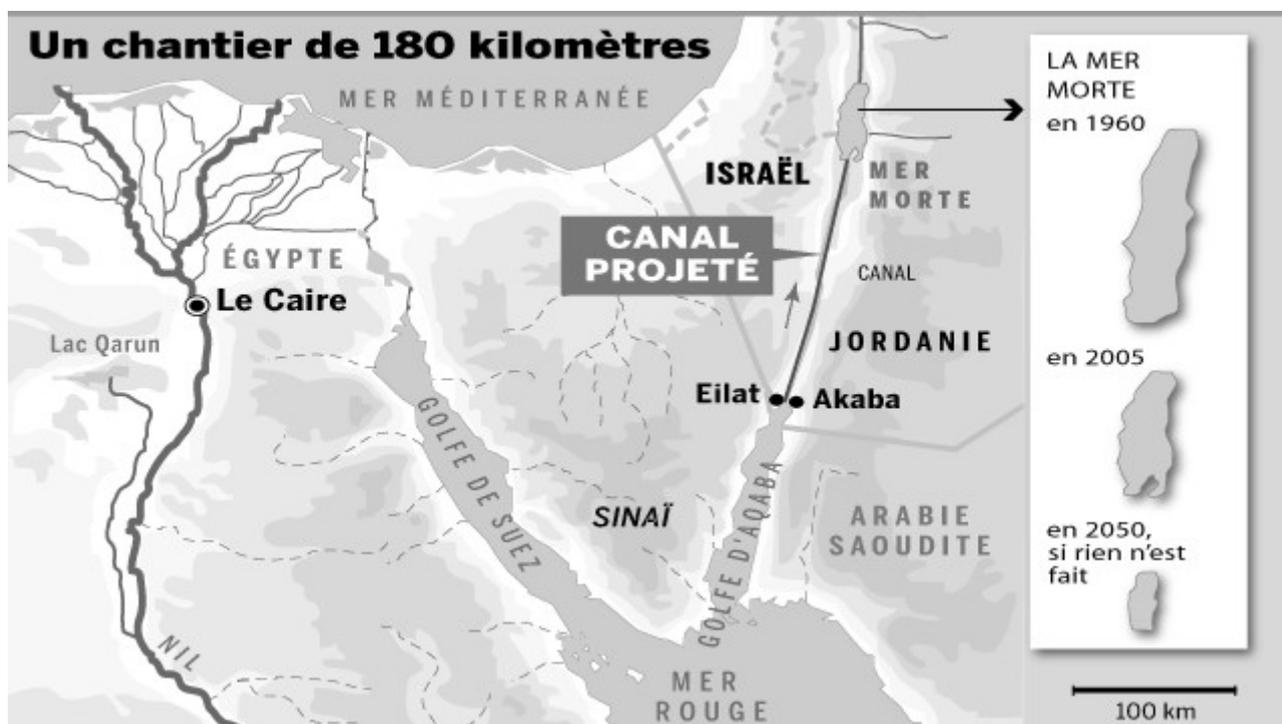
En cause, les exploitations intensives de potasse, qui accélèrent son évaporation, mais surtout la diminution du débit du fleuve Jourdain, de plus en plus exploité par les deux pays qu'il borde, Jordanie et Israël.

Un désastre pour la mer Morte et ses riverains jordaniens, israéliens et palestiniens.

Pour contrer cette baisse de niveau, les deux pays, Jordanie et Israël, se sont entendus sur un projet qui consiste à pomper de l'eau dans la mer Rouge pour la reverser dans la mer Morte (**document 1**).

### Document 1 - Le canal de la paix

À l'heure actuelle, le niveau de l'eau de la mer Morte baisse d'un mètre environ chaque année et sa surface depuis 1960 est passée de 950 km<sup>2</sup> à 637 km<sup>2</sup>. Si rien n'est fait pour y remédier, la mer la plus salée du monde, située à 423 m en dessous du niveau de la mer Rouge, disparaîtra d'ici à 2050.

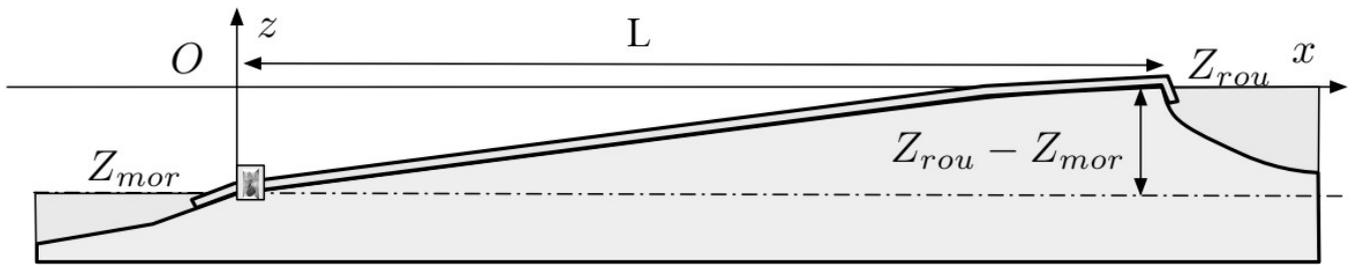


**Figure 1** - Projet de canal mer Rouge / mer Morte

Le projet d'un canal mer Morte/mer Rouge, connu sous le nom de « canal de la Paix », prévoit de pomper de l'eau dans la mer Rouge à la hauteur du port jordanien d'Akaba, pour la reverser grâce à un pipeline dans la mer Morte. L'eau prélevée dans le golfe d'Aqaba ira d'abord dans une usine de désalinisation pour obtenir une eau potable qui fait cruellement défaut dans la région. Puis les saumures issues du dessalement seront transférées dans le pipeline, en passant par une centrale hydroélectrique afin de fournir de l'électricité à la Jordanie, à Israël et à l'Autorité palestinienne.

Source : [www.solidariteetprogres.fr](http://www.solidariteetprogres.fr)

Le pipeline serait alimenté par les saumures (eaux salées) produites par une usine de dessalement d'eau de mer installée sur les rives de la Mer Rouge.



**Partie I – Modèle dynamique de l'évaporation de l'eau de la mer Morte**

Dans tout le problème, on assimile l'eau de mer à de l'eau pure liquide, de masse volumique constante, indépendante de la température  $\mu_{liq} = 1000 \text{ kg/m}^3$ .

L'eau de mer est en contact avec sa vapeur à la température  $T$ . Il y a en permanence de la vapeur qui se liquéfie et du liquide qui s'évapore.

La pluviométrie autour de la Mer Morte est en moyenne de  $h_p = 60 \text{ mm/an}$  (moins du dixième de la valeur à Paris par exemple).

Le débit en volume moyen du Jourdain ou Jordan River est de  $D_v = 16 \text{ m}^3/\text{s}$ .

On supposera que la diminution du niveau d'eau de la mer Morte est exclusivement due à l'évaporation.

**Q1.** D'après le **document 1**, estimer le volume  $V_{\text{pertes}}$  d'eau perdue par la mer Morte en une année à l'heure actuelle.

**Q2.** En tenant compte de la pluviométrie, de l'apport du Jourdain et du phénomène d'évaporation, en déduire une estimation de la hauteur d'eau  $h_{\text{vap}}$  évaporée en une année à la surface de la mer morte, en mètres.

On procédera à un bilan sur le volume d'eau de la mer Morte, analogue au bilan d'énergie totale d'un système thermodynamique (premier principe).

**Q3.** Quelle serait la baisse annuelle de niveau qui serait observée en cas d'exploitation totale du Jourdain, c'est-à-dire son assèchement complet ? Commenter la valeur obtenue.



**Figure 3 – Jordan River**

On appelle  $j_{\text{vap}}$  densité de courant de masse de liquide qui s'évapore. C'est la masse de liquide qui s'évapore par unité de temps et par unité de surface : pour une interface entre le liquide et la vapeur de surface  $S$ , la masse  $dm$  de liquide qui s'évapore pendant  $dt$  est telle que  $j_{\text{vap}} = \frac{dm}{S dt}$ .

Les autres densités de courant de masse intervenant dans le problème ont une définition similaire.

On assimile la phase gazeuse à un gaz parfait. La masse d'une molécule d'eau est notée  $m^*$ .

On note  $n^*$  le nombre de molécules d'eau vapeur par unité de volume et  $p_v$  la pression partielle de la vapeur d'eau dans l'air au-dessus de la Mer Morte.

Hypothèses du modèle simplifié :

- chaque molécule a comme unique valeur de vitesse la vitesse quadratique moyenne de norme notée  $u^*$ ,
- un tiers des molécules se déplacent selon chaque direction Ox, Oy et Oz,
- dans chaque direction, la moitié des molécules se déplacent dans un sens donné.

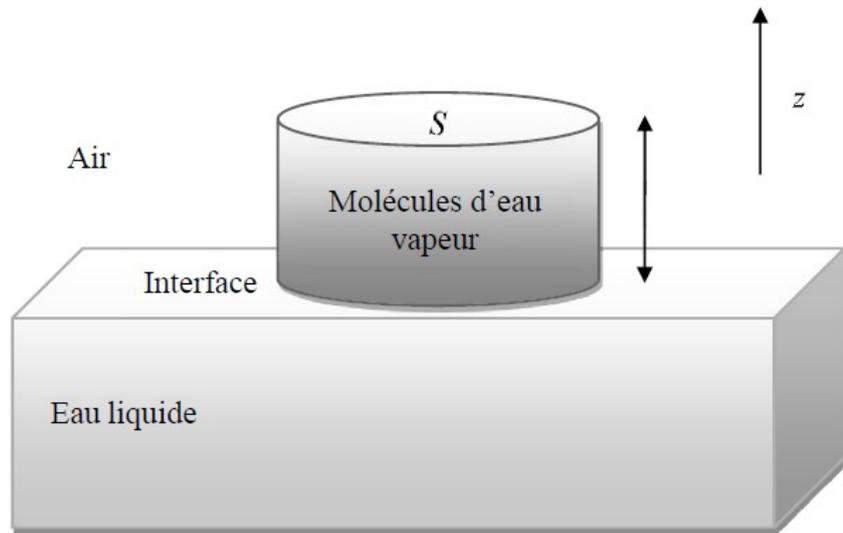


Figure 4 – Colonne d'air + eau vapeur

On suppose que les molécules d'eau vapeur, qui se dirigent vers le bas et atteignent l'eau liquide, y restent avec la probabilité  $\beta = 5 \cdot 10^{-5}$ . Celles qui restent augmentent alors la masse de liquide.

Sur la **figure 4** est schématisé le volume cylindrique d'atmosphère contenant les molécules d'eau qui vont heurter l'interface d'aire  $S$  pendant  $dt$ .

Dans les questions suivantes, de la **Q4** à la **Q9**, on utilisera les hypothèses du modèle simplifié, sans tenir compte du phénomène d'évaporation (courant descendant seulement).

- Q4.** Donner l'expression de la hauteur  $dL$  du volume cylindrique. Justifier.
- Q5.** En déduire l'expression de la masse  $dm$  de vapeur d'eau arrivant sur  $S$  pendant  $dt$ .
- Q6.** En déduire celle de  $j_{v \rightarrow l}$ , densité de courant de masse d'eau vapeur se liquéfiant à l'interface air/eau liquide.

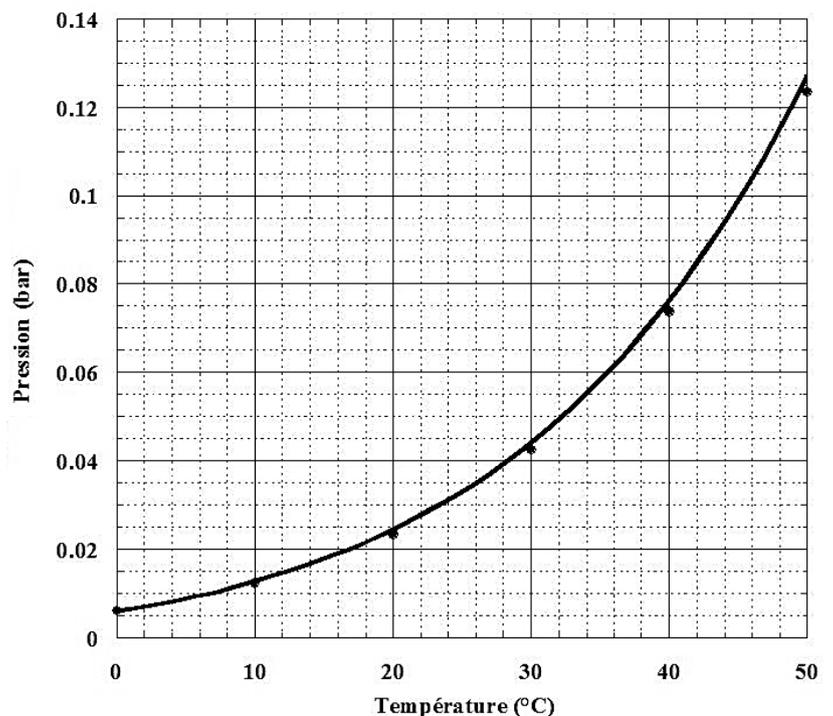
On rappelle la définition de la température absolue  $T$ , à partir de la valeur moyenne de l'énergie cinétique moléculaire de translation, et de la constante de Boltzmann  $k_B$  :

$$\langle e_{c,trans}^* \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

On note  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  la constante d'Avogadro.

**Q7.** Obtenir l'expression littérale de la vitesse quadratique moyenne des molécules d'eau, en fonction de  $M = 18 \text{ g/mol}$ , masse molaire de l'eau,  $R = 8,314 \text{ J.mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , constante des gaz parfaits, et de la température absolue  $T$ .

Figure 5 – Diagramme P,T de l'eau (partiel)



**Q8.** Démontrer que  $j_{v \rightarrow l} = \beta \frac{p_v}{2} \sqrt{\frac{M}{3RT}}$ .

Le graphe de la **figure 5** page précédente représente une partie du diagramme PT de l'eau pure et délimite les zones de stabilité du liquide et du gaz (vapeur).

On ne tiendra pas compte de la modélisation (courbe), mais seulement des points expérimentaux.

**Q9.** Indiquer sur le diagramme reproduit **en annexe** les zones « L », « V » et « L+V » où l'eau est respectivement sous forme liquide pur, vapeur pure, équilibre diphasé.

On suppose tout d'abord que la pression partielle  $p_v$  de vapeur d'eau dans l'atmosphère est à chaque instant égale à la pression de vapeur saturante de l'eau  $p_{\text{sat}}$ .

**Q10.** Traduire cette hypothèse en terme de degré d'hygrométrie, noté  $D$ , de l'atmosphère humide.

On remarquera que cette hypothèse n'est pas valide dans le cas de la mer Morte.

**Q11.** Que donne cette hypothèse concernant les grandeurs  $j_{v \rightarrow l}$  et  $j_{l \rightarrow v}$ , densité de courant de masse de liquide qui se vaporise, donc liée aux molécules qui partent du liquide vers la vapeur selon un courant ascendant ? Justifier l'affirmation.

**Q12.** Toujours avec cette hypothèse, compléter le tableau de mesure, basé sur le diagramme PT, **en annexe**, l'objectif étant d'obtenir pour chaque température la valeur de  $j_{v \rightarrow l}$ .

Une précision de lecture de  $1 \cdot 10^{-3}$  bar est attendue, qui sera valorisée.

On pourra introduire autant de colonnes calculées que nécessaire, et l'on expliquera le calcul sur la copie.

Désormais, on ne suppose plus vérifiée l'hypothèse concernant les questions **10** à **12**.

La densité de courant de masse qui s'évapore est donc  $j_{\text{vap}} = j_{l \rightarrow v} - j_{v \rightarrow l}$ , où l'on admet que l'expression de  $j_{l \rightarrow v}$  est indépendante de la pression partielle en vapeur d'eau.

**Q13.** Exprimer  $j_{\text{vap}}$  en fonction de  $p_{\text{sat}}$ ,  $\beta$ ,  $D$ ,  $M$ ,  $R$ ,  $T$ , puis en fonction de  $D$  et de  $j_{l \rightarrow v}$ .

**Q14.** Calculer avec ce modèle  $h_{\text{vap}}$ , hauteur d'eau évaporée annuellement, sachant que la température moyenne annuelle au-dessus de la mer Morte est de  $20^\circ\text{C}$  et le degré d'hygrométrie est de 30 %.

### III – TRANSFORMATIONS ADIABATIQUES DU GAZ PARFAIT – 4,5 PTS

On rappelle que dans le cas d'un gaz parfait, son coefficient adiabatique  $\gamma$  est défini comme le rapport de ses capacités calorifiques à pression constante et à volume constant :  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ .

La variation d'entropie d'un gaz parfait s'exprime par  $\Delta S = C_v \ln \frac{P_f V_f^\gamma}{P_i V_i^\gamma}$ , pour toute transformation entre deux états d'équilibre, initial et final, indicés respectivement ici «  $i$  » et «  $f$  », en fonction des pressions et des volumes du système.

Le travail élémentaire de pression reçu par le gaz parfait s'exprime par  $\delta W = -P_{\text{ext}} dV$ , et l'on supposera dans tout le problème que c'est la seule forme de travail en jeu. De plus, le système étudié n'a ni énergie cinétique, ni énergie potentielle extérieure.

1. Définir ce qu'est un gaz parfait.
2. Grâce à la définition générale, pour tout système, des capacités calorifiques à pression ou volume constants, obtenir la relation de Mayer du gaz parfait, reliant  $C_p$ ,  $C_v$ , la constante des gaz parfaits  $R$  et sa quantité de matière  $n$ .

En déduire les expressions de  $C_p$  et  $C_v$  en fonction de  $n$ ,  $R$  et  $\gamma$ .

On note les grandeurs d'état du système  $\{P_o, V_o, T_o\}$  dans un état initial donné, et  $\{P, V, T\}$  leur valeur après une transformation adiabatique **réversible** du gaz parfait.

3. Dédurre des données en préambule la loi de Laplace vérifiée par un gaz parfait lors de ce type de transformations, c'est-à-dire la relation vérifiée par les grandeurs  $P_o, V_o, P, V$ . On justifiera toutes les affirmations.

*Application numérique* : la température initiale d'un gaz parfait de coefficient  $\gamma=1,40$  est  $T_o=17^\circ\text{C}$ , et on divise son volume par 2 grâce à une transformation adiabatique réversible. Obtenir sa température finale  $T$  exprimée en degrés Celsius.

4. Définir précisément la grandeur  $P_{\text{ext}}$  intervenant dans la donnée en préambule du travail élémentaire de pression. Que devient cette grandeur dans le cas d'une transformation réversible ? Pourquoi ?

Écrire la pression dans un état quelconque de la transformation adiabatique réversible  $P=P(V)$  sous la forme  $P=K V^\beta$ , où les constantes  $K$  et  $\beta$  s'expriment en fonction de  $P_o, V_o$  et  $\gamma$ .

Démontrer que le travail de pression reçu entre l'état initial et l'état final (pour lequel le volume est  $V$ ) s'exprime par

$$W = \frac{1}{\gamma-1} P_o V_o \left[ \left( \frac{V}{V_o} \right)^{1-\gamma} - 1 \right]$$

5. Dédurre de l'expression ci-dessus de  $W$  son expression en fonction de  $C_v, T$  et  $T_o$ . Quel théorème retrouve-t-on ?

De l'état initial du système  $\{P_o, V_o, T_o\}$ , on procède à deux transformations adiabatiques, l'une réversible (« rév »), l'autre non (« irr »), en fournissant dans les deux cas au gaz le **même travail**  $W$ .

On note  $T=T_{\text{rév}}$  la température finale atteinte grâce à ce travail  $W$  par la transformation réversible. On note avec un indice « irr » les grandeurs finales pour la transformation irréversible.

6. Pourquoi  $T_{\text{irr}}=T$  ?

Justifier avec la fonction entropie que  $V_{\text{irr}} > V_{\text{rév}}$ , indépendamment du fait que la transformation soit une compression ou une détente du gaz.

Justifier ce dernier résultat grâce des schémas sur la copie montrant l'allure de la densité volumique de molécules dans un état intermédiaire de chaque transformation irréversible, compression ou détente.

IV – SUSPENSION DE VOITURE (CCINP TPC 2023 – 4 PTS)

Les suspensions d'un véhicule ont pour objectif principal d'assurer la meilleure tenue de route possible, de façon à garantir la sécurité des occupants.

Il existe de nombreux types de suspensions dont le rôle est notamment de contrôler le déplacement vertical d'un véhicule.

Par la suite, nous allons nous intéresser aux suspensions à ressorts disposant d'amortisseurs rhéomagnétique (figure 12).

Différents éléments participent à l'amortissement mais tous les effets seront ramenés au niveau des suspensions dont seul le déplacement vertical est étudié.

L'étude est menée en référentiel galiléen et l'on note  $\vec{g} = -g\vec{e}_z$  l'accélération du champ de pesanteur.

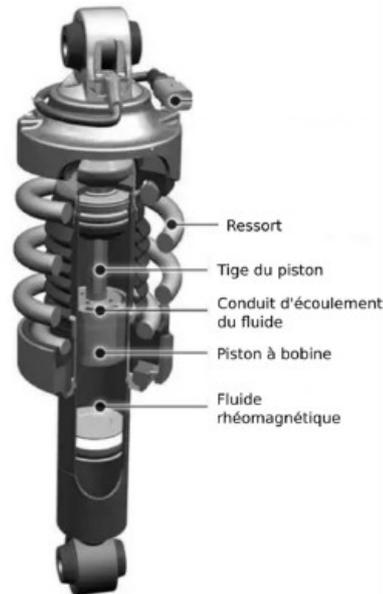


Figure 12 - Schéma d'une suspension à ressort avec amortisseur rhéomagnétique

Q33. Donner un exemple de référentiel galiléen. Préciser le ou les liens qui existent entre deux référentiels galiléens.

Le véhicule, de masse  $M$ , repose de façon équivalente sur quatre amortisseurs supposés identiques. On note  $m$  la masse supportée par un seul amortisseur.

Q34. Quelle masse  $m$  supporte un amortisseur ?

Partie I - Suspension passive

I.1 - Suspension sans amortissement

On modélise la suspension sans amortisseurs d'une voiture par un ressort de constante de raideur  $k$  et de longueur à vide  $\ell_0$ , sur lequel repose la masse  $m$  (figure 13).

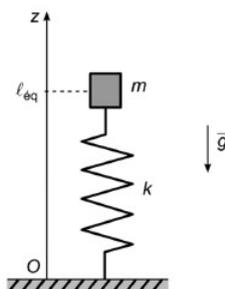
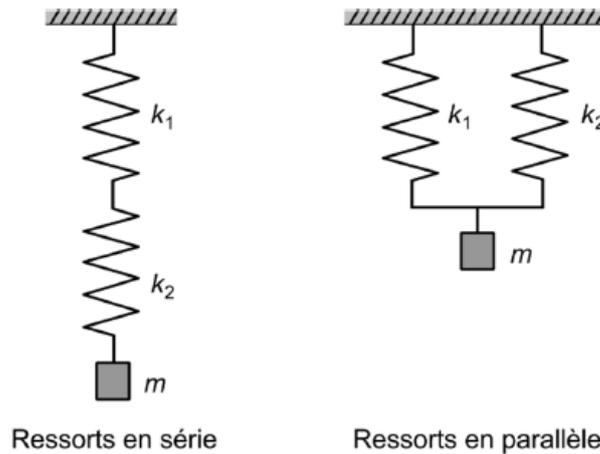


Figure 13 - Modélisation d'une suspension à ressort

- Q35.** Déterminer la longueur à l'équilibre du ressort,  $\ell_{eq}$ , en fonction de  $g$ ,  $k$ ,  $\ell_0$  et de  $m$ .
- Q36.** Donner, en fonction de  $k$  et de  $m$ , l'expression de la pulsation propre  $\omega_0$  du système. Justifier son expression par une analyse dimensionnelle.

Une association simple de deux ressorts peut se faire en série ou en parallèle (**figure 14**). Soient deux ressorts de longueur à vide identique  $\ell_0$  et de constantes de raideur  $k_1$  et  $k_2$ . Selon l'association réalisée, la constante de raideur équivalente vaut  $k_s$  en série ou  $k_p$  en parallèle.

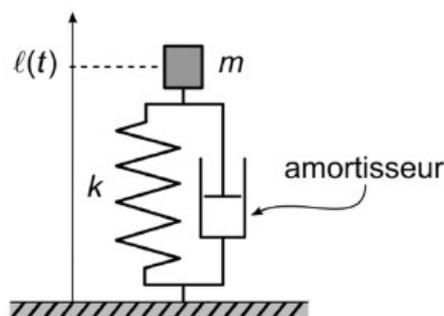


**Figure 14** - Associations série et parallèle de deux ressorts

- Q37.** Démontrer que, pour une association de deux ressorts en parallèle,  $k_p = k_1 + k_2$ .
- Q38.** Les quatre amortisseurs étant supposés identiques, donner l'expression de la constante de raideur équivalente  $k_v$  de l'ensemble du véhicule, en fonction de la constante  $k$  de l'un d'entre eux.
- Q39.** En déduire l'expression de la pulsation propre de la voiture  $\Omega_0$  en fonction de  $\omega_0$ .

**I.2 - Suspension avec amortissement**

Pour le confort des occupants du véhicule, il est préférable d'en réduire rapidement les oscillations. Pour ce faire, la suspension comporte un dispositif amortisseur (**figure 15**) qui exerce une force de frottement fluide  $\vec{F}_f$ .



**Figure 15** - Suspension avec amortisseur

La force de frottement fluide s'écrit :

$$\vec{F}_f = -h \frac{dz}{dt} \vec{e}_z$$

avec  $z(t) = \ell(t) - \ell_0 + \frac{mg}{k}$  la variable repérant la position de la masse  $m$  à partir de sa position d'équilibre.

**Q40.** Montrer que l'équation différentielle du mouvement vertical d'un amortisseur de la voiture soutenant la masse  $m$  se met sous la forme :

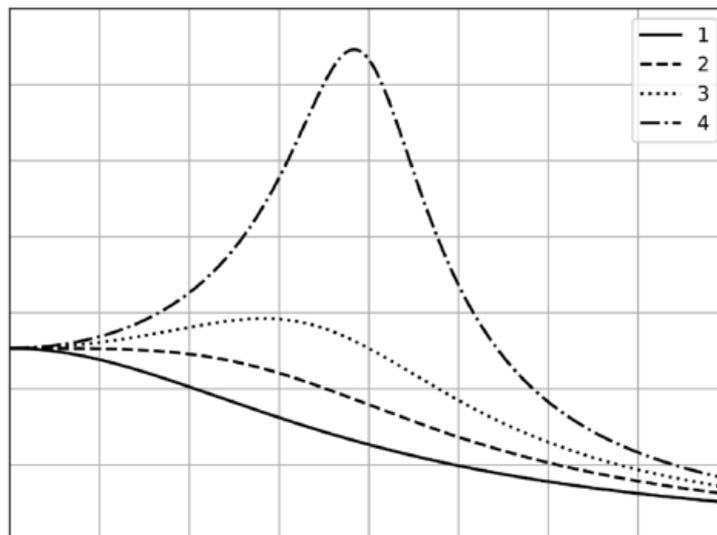
$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dz}{dt} + \omega_0^2 z = 0$$

et déterminer les expressions de  $\omega_0$  et  $Q$  en fonction de  $k$ ,  $h$  et de  $m$ .

**Q41.** En déduire, en fonction de  $h$  et de  $m$ , la valeur limite  $k_c$  de  $k$  permettant le retour le plus rapide du système à sa position d'équilibre (régime critique).

**Q42.** À la construction du véhicule, le régime d'oscillations correspond au régime apériodique. Si l'on charge trop le véhicule, existe-t-il un risque de passer en régime pseudopériodique ?

L'amortisseur a été soumis à une excitation sinusoïdale de fréquence variable et l'amplitude des oscillations obtenues a été enregistrée pour différentes valeurs de  $m$ , ce qui a permis d'obtenir les courbes de résonance de la **figure 16**.



**Figure 16** - Courbes de résonance

**Q43.** Proposer des grandeurs pour l'axe des abscisses et des ordonnées de la **figure 16**.

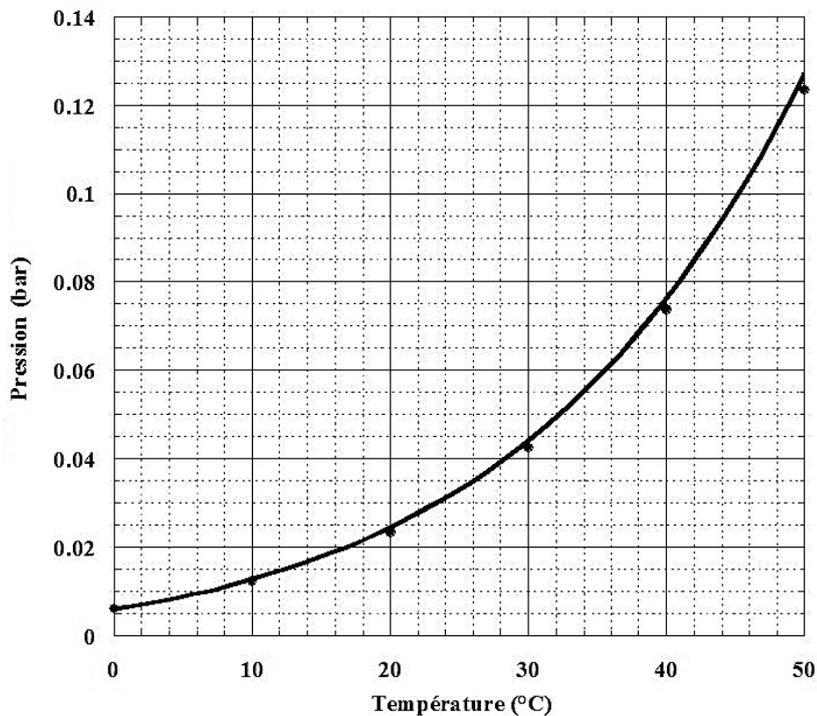
**Q44.** Expliquer quelle courbe correspond à la masse la plus élevée.

# FIN



**ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE NOM, PRÉNOM :**

**Partie II**



T(°C)	Psat (bar)	j V → L (kg/m <sup>2</sup> .s)			
0					
10					
20					
30					
40					
50					