TD 26 – Machines Correction

1.

Un petit moteur

L'efficacité de Carnot est $e_{max} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$: $e_{max} = 1 - \frac{(273+20)K}{(273+100)K}$

soit $e_{max} = 21,45\%$

On en déduit $e = r\, e_{max} = 2,145\%$

Par ailleurs $e = \frac{(-W)}{Q_C}$: W, négatif, définissant le rôle d'un moteur ("utile")

Q_C, nécessaire à son fonctionnement (facturé).

donc $Q_C = \frac{-W}{e} = \frac{+100\,J}{2,145\%}$: $Q_C = 4663\,J$

2.

Augmentation du rendement de Carnot

On note $\tau = 10°C$: il faut donc comparer

$e_1 = 1 - \frac{T_F}{T_C + \tau}$ avec $e_2 = 1 - \frac{T_F - \tau}{T_C}$

$$e_1 > e_2 \Leftrightarrow -\frac{T_F}{T_C+\tau} > -\frac{T_F-\tau}{T_C}$$

$$\Leftrightarrow -T_F T_C > -(T_F-\tau)(T_C+\tau) \quad (T_C \text{ et } T_C+\tau \text{ positifs})$$

$$\Leftrightarrow -T_F T_C > -(T_F T_C - \tau^2 + \tau(T_F - T_C))$$

$$\Leftrightarrow \tau^2 - \tau(T_F - T_C) < 0$$

$$\Leftrightarrow \tau^2 < \tau(T_F - T_C)$$

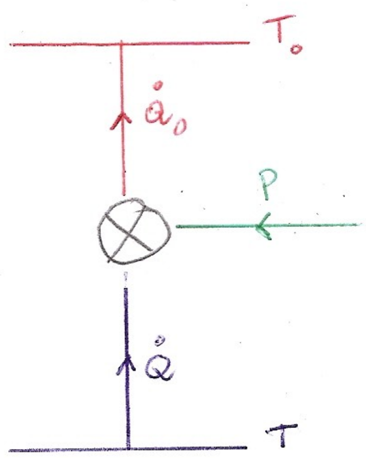
$$\Leftrightarrow \tau < T_F - T_C \text{ car } \tau > 0$$

Or $T_F < T_C$: $T_F - T_C < 0$: c'est faux

Il est plus efficace de diminuer T_F.

3.

Puissance fournie à un congélateur



(a) Relation entre $\dot{Q}$ et $\dot{Q}_0$?

$\rightarrow$ Second principe, divisé par le temps :

$$\frac{\dot{Q}}{T} + \frac{\dot{Q}_0}{T_0} = 0 \quad \text{car réversibilité}$$

$$\Rightarrow \underline{\dot{Q}_0 = -\frac{T_0}{T}\dot{Q}}$$

A.N : $\dot{Q} > 0$: $\underline{\dot{Q}_0 = -461 \text{ kJ/h}}$

b) Premier principe machine cyclique :

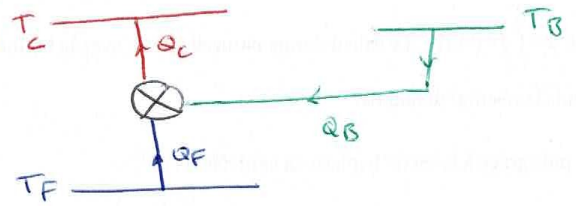
$$P + \dot{Q} + \dot{Q}_0 = 0 \iff \underline{P = -\dot{Q} - \dot{Q}_0}$$

$$\iff \underline{P = 61 \text{ kJ/h}}$$

4. Réfrigérateur tritherme

Réfrigérateur tritherme

b)



1^{er} ppe machine ($\Delta U = 0$) : $Q_B + Q_C + Q_F = 0$

2^{nd} ppe ($\Delta S = 0$) : $\dfrac{Q_B}{T_B} + \dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} + S_c = 0$

c) utile sur facturé donc $e = \dfrac{Q_F}{Q_B}$ (les deux sont positifs).

$\Rightarrow$ On élimine $Q_C = -Q_B - Q_F$:

$$\frac{Q_B}{T_B} - \frac{Q_B + Q_F}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} + S_c = 0$$, qu'on divise par Q_B

pour faire apparaître e :

$$\frac{1}{T_B} - \frac{1+e}{T_C} + \frac{e}{T_F} + \frac{S_c}{Q_B} = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad e\left(\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_C}\right) + \frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_C} + \frac{S_c}{Q_B} = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad e = \frac{1/T_C - 1/T_B}{1/T_F - 1/T_C} - \frac{S_c/Q_B}{1/T_F - 1/T_C}$$ (*)

d) $e = e_{max} \Leftrightarrow S_c = 0$: machine réversible (e f° ↓ de S_c).

A.N. Conversion en K $\longrightarrow e_{max} = 4{,}88$

e) $e_C = \dfrac{T_F}{T_C - T_F}$ (qu'on peut redémontrer) : $e_C = 16{,}53$,

nettement supérieure !

(*) On prend soin de travailler avec des différences positives ($T_F < T_C < T_B$), c'est plus clair...

5.

Comparaison

(a) $e_C = 1 - \frac{T_F}{T_C} = \underline{38,46\%}$ alors que $e = \left|\frac{W}{Q_C}\right| = \underline{33,33\%}$

Machine légèrement irréversible : $e \lesssim e_{max}$

(b) $W + Q_C + Q_F = 0$ donc $Q_F = -W - Q_C = |W| - |Q_C|$

$\underline{Q_F = -1000\,J}$, négatif donc fourni.

(c) $S_c = -\frac{Q_C}{T_C} - \frac{Q_F}{T_F} = \underline{0,192\ J/K}$

(d) "Pour une dépense identique" $\Leftrightarrow$ Q_C fixée

$$W = -Q_C - Q_F \quad \text{et} \quad \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} = -S_C \Leftrightarrow Q_F = -\frac{T_F}{T_C}Q_C - T_F S_C$$

donc $W = -Q_C + \frac{T_F}{T_C}Q_C + T_F S_C$

$$W = -Q_C\left(1 - \frac{T_F}{T_C}\right) + T_F S_C \quad \text{donc} \quad W_{rév} = -Q_C\left(1 - \frac{T_F}{T_C}\right)$$

$$W_{réel} = -Q_C\left(1 - \frac{T_F}{T_C}\right) + T_F S_C$$

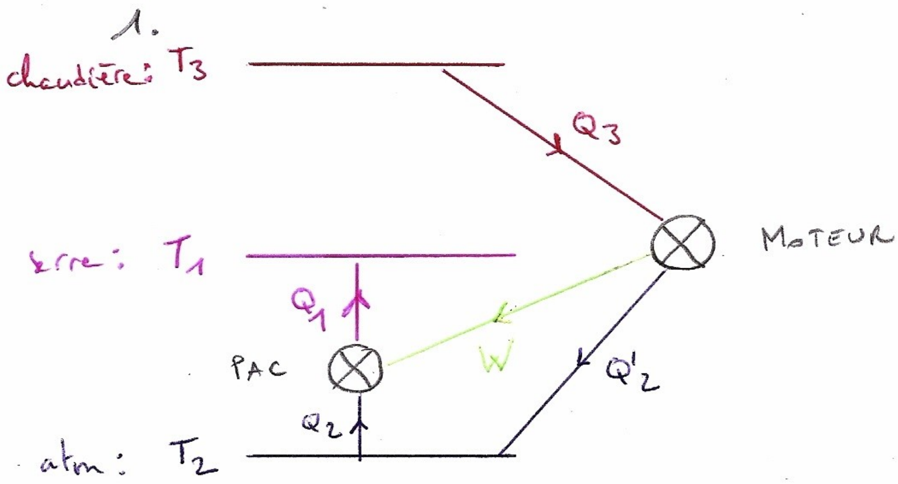
Soit $W_{réel} = W_{rév} + T_F S_C$, algébriques et négatifs :

$$-|W_{réel}| = -|W_{rév}| + T_F S_C$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underset{\text{fourni}}{W_{réel}} = \underset{\text{fourni}}{W_{rév}} - T_F S_C}$$: on quantifie ainsi la baisse de performance due à l'irréversibilité !

6.

Chauffage d'une serre



2. Moteur réversible : $\begin{cases} W + Q_3 + Q'_2 = 0 & (= \Delta U) \\ \dfrac{Q_3}{T_3} + \dfrac{Q'_2}{T_2} = 0 & (\Delta S, \text{ avec } S_c = 0) \end{cases}$

donc $W = -Q_3\left(1 - \dfrac{T_2}{T_3}\right)$ [ou bien, directement $e_{max} = \dfrac{(-W)}{Q_3}$]

3. Serre $\begin{cases} W' + Q_1 + Q_2 = 0 \\ \dfrac{Q_1}{T_1} + \dfrac{Q_2}{T_2} = 0 \end{cases}$: $Q_1 = -W' - Q_2$

$= +W - Q_2$! connexion entre machines !

$= W + Q_1 \dfrac{T_2}{T_1}$

donc $Q_1 = \dfrac{W}{1 - \dfrac{T_2}{T_1}} = \dfrac{T_1}{T_1 - T_2} W$

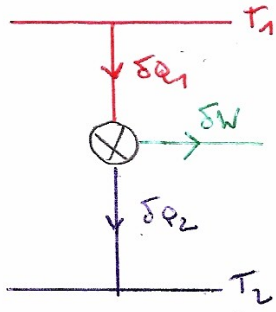
4. Énergie utile $Q_1 < 0$
Énergie facturée $Q_3 > 0$ $\Bigg\} \Rightarrow e = \dfrac{-Q_1}{Q_3}$

avec $Q_1 = \dfrac{T_1}{T_1 - T_2} W = -\dfrac{T_1}{T_1 - T_2} \cdot \dfrac{T_3 - T_2}{T_3} \cdot Q_3$

donc $e = \dfrac{T_1 (T_3 - T_2)}{T_3 (T_1 - T_2)} = 15,48$

7.

Moteur avec deux pseudo sources



a) δQ_1 : compté positivement pour le moteur, donc

1er principe pour pseudo source n°1

$$dU + \cancel{dE_c} + \cancel{dE_p} = -\delta Q_1 + \cancel{\delta W_1} + \cancel{\delta W_u}$$
$$= m\,c\,dT_1$$

soit $\left\{ \begin{array}{l} \delta Q_1 = -m\,c\,dT_1 \\ \delta Q_2 = -m\,c\,dT_2 \end{array} \right.$

b) 2nd principe machine, infinitésimal, réversible :

$$\frac{\delta Q_1}{T_1} + \frac{\delta Q_2}{T_2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dT_1}{T_1} + \frac{dT_2}{T_2} = 0$$

c) $$\frac{dT_1}{T_1} = -\frac{dT_2}{T_2} \quad \Rightarrow \quad \int_{T_{10}}^{T_F} \frac{dT_1}{T_1} = -\int_{T_{20}}^{T_F} \frac{dT_2}{T_2}$$

soit $$\left[\ln T_1\right]_{T_{10}}^{T_F} = -\left[\ln T_2\right]_{T_{20}}^{T_F}$$

$$\Leftrightarrow \quad \ln \frac{T_F}{T_{10}} + \ln \frac{T_F}{T_{20}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \ln \frac{T_F^2}{T_{10}\,T_{20}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad T_F = \sqrt{T_{10}\,T_{20}} = 317{,}5\ K = 44{,}5\ °C$$

d) Une seule source à T_F et il n'existe pas de moteur monotherme.

e) cf. a) : $Q_1 = -m\,c\,(T_F - T_1) = 177{,}7\ kJ$

$Q_2 = -m\,c\,(T_F - T_2) = -156{,}8\ kJ$

$W = -(Q_1 + Q_2) = -20{,}9\ kJ$, fourni à l'extérieur (signe −)

Moteur réversible

8.

Congélateur en détresse

1. $e_c = \dfrac{T_F}{T_c - T_F} = 6{,}49$: $\alpha = 0{,}308$

2. Second principe : $\begin{cases} \dfrac{Q_F}{T_F} + \dfrac{Q_c}{T_c} = -S_c & \text{: neuf} \\ \dfrac{Q_F}{T_F} + \dfrac{Q_c'}{T_c} = -2S_c & \text{: usagé} \end{cases}$

avec $\begin{cases} e = \dfrac{Q_F}{W} \\ e' = \dfrac{Q_F}{W'} \end{cases}$ et $\begin{cases} Q_F + Q_c + W = 0 \\ Q_F + Q_c' + W' = 0 \end{cases}$ (1er principe)

$W = \dfrac{Q_F}{e}$: $Q_F\left(1+\dfrac{1}{e}\right) + Q_c = 0 \Rightarrow Q_c = -\left(1+\dfrac{1}{e}\right)Q_F$

soit $\begin{cases} Q_F\left[\dfrac{1}{T_F} - \left(1+\dfrac{1}{e}\right)\dfrac{1}{T_c}\right] = -S_c \\ Q_F\left[\dfrac{1}{T_F} - \left(1+\dfrac{1}{e'}\right)\dfrac{1}{T_c}\right] = -2S_c \end{cases}$

$$\Rightarrow \frac{1}{T_F} - \left(1+\frac{1}{e'}\right)\frac{1}{T_c} = 2\left[\frac{1}{T_F} - \left(1+\frac{1}{e}\right)\frac{1}{T_c}\right]$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_c} - \frac{1}{T_c e'} = 2\left(\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_c}\right) + \frac{2}{T_c e}$$

$$(\times T_c) \quad \Leftrightarrow T_c\left(\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_c}\right) + \frac{1}{e'} = \frac{2}{e}$$

$$\Leftrightarrow \frac{T_c - T_F}{T_F} + \frac{1}{e'} = \frac{2}{e} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{e_c} + \frac{1}{e'} = \frac{2}{e}$$

$$(\times e_c) \quad \Leftrightarrow 1 + \frac{1}{\alpha'} = \frac{2}{\alpha} \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha'} = \frac{2}{\alpha} - 1 = \frac{2-\alpha}{\alpha} \quad \#$$

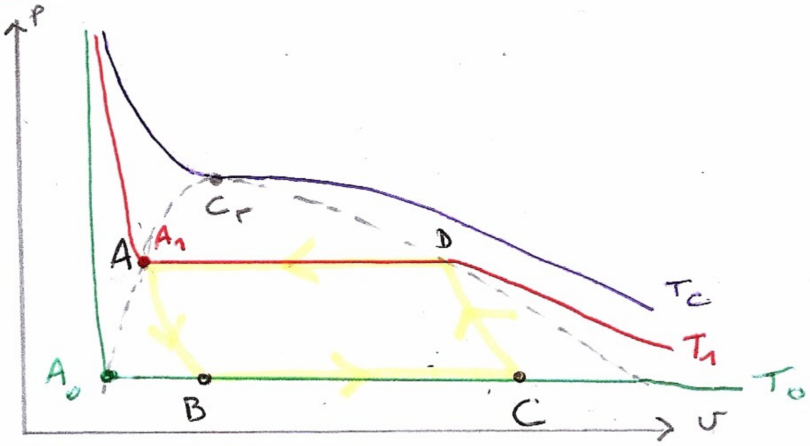
A.N : $\alpha' = 0{,}182$ donc $e' = \alpha' e_c = 1{,}18$

9.

Étude entropique frigo

1. a) Liquide pur : déf de la courbe d'ébullition

1. b)



1. c) Phase condensée ≈ idéale : $\Delta S = C \Delta \ln T_1$

$\Leftrightarrow$ $s_1 = s_0 + c_L \ln \frac{T_1}{T_0}$, en divisant par m.

1. d) $\Delta S = \frac{\Delta H vap}{T_0}$, pour un changement d'état total

Si partiel $\Delta s = x \frac{l_0}{T_0}$: $s_{0,x} = s_0 + x \frac{l_0}{T_0}$

2. a) $A = A_1$ donc $(D \to A)$

$A \to B$: Allure des isentropiques ?? mais x_B donné : sur le palier.

2. b) $s_{0,x_B} = s_1$ $\therefore$ $s_0 + x_B \frac{l_0}{T_0} = s_0 + c_L \ln \frac{T_1}{T_0} \Leftrightarrow x_B = \frac{c_L T_0}{l_0} \ln \frac{T_1}{T_0}$

$s_{0,x_C} = s_1 + \frac{l_1}{T_1} = s_D$: $x_C = x_B + \frac{l_1}{l_0} \cdot \frac{T_0}{T_1}$

2. c) $Q_0 = \Delta_{BC} H$ (isobare) $= m (x_C - x_B) l_0$: $Q_0 = m l_1 \cdot \frac{T_0}{T_1}$

$Q_1 = \Delta_{DA} H = -m l_1$

2. d) $Q_0 + Q_1 + W = 0$ (pas d'autres Q : $A \to B$ et $C \to D$ adiab.)

$\Leftrightarrow W = m l_1 \left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right)$

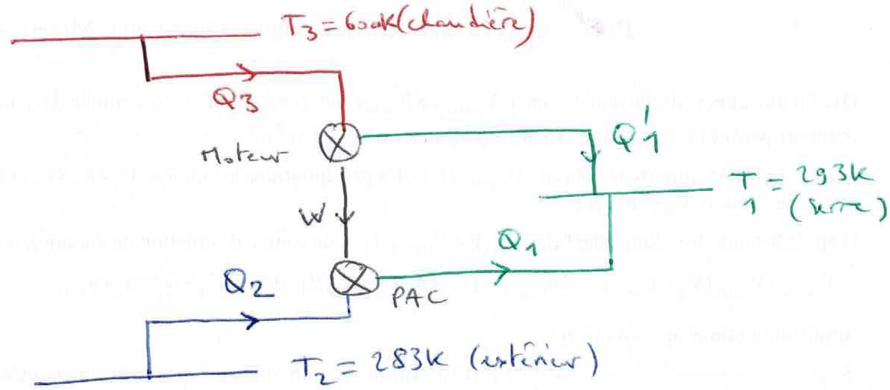
2. e) $e = \frac{Q_F}{W}$ avec $Q_F = Q_0$: $e = \frac{\frac{T_0}{T_1}}{1 - \frac{T_0}{T_1}} = \frac{T_0}{T_1 - T_0} = e_{max}$

car cycle réversible : $e = 16,75$

10. Chauffage d'une serre

Chauffage d'une serre (version "améliorée")

1.



2. Moteur réversible : $-W = e_C \, Q_3$ par définition de $e = e_C$,
avec $e_C = 1 - \frac{T_1}{T_3}$ maintenant.

Donc $W = -\left(1 - \frac{T_1}{T_3}\right) Q_3$ qui est bien négatif (fourni par le moteur).

3. PAC réversible $-Q_1 = e_{PAC} \, W_{PAC}$, car $Q_1 < 0$ et $W_{PAC} > 0$
Or $W_{PAC} = -W$: connexion entre machines donc signes changés.

$$Q_1 = e_{PAC} W = \underbrace{\frac{T_1}{T_1 - T_2}}_{e \text{ de Carnot}} W$$ qui est bien négatif.

4. utile / facturé :

$$e = \frac{|Q'_1| + |Q_1|}{Q_3} = -\frac{Q'_1 + Q_1}{Q_3}$$ avec $-Q'_1 = +Q_3 + W$

$$e = \frac{-Q_1}{Q_3} + 1 + \frac{W}{Q_3} = +\frac{T_1}{T_1 - T_2} \cdot \left(1 - \frac{T_1}{T_3}\right) + 1 - \left(1 - \frac{T_1}{T_3}\right)$$

$$= \left(\frac{T_1}{T_1 - T_2} - 1\right)\left(1 - \frac{T_1}{T_3}\right) + 1$$

$$= \frac{T_2 (T_3 - T_1)}{T_3 (T_1 - T_2)} + 1 = \frac{\cancel{T_2 T_3} - T_1 T_2 + T_1 T_3 - \cancel{T_2 T_3}}{T_3 (T_1 - T_2)}$$

15,48

$$= \frac{T_1 (T_3 - T_2)}{T_3 (T_1 - T_2)}$$: même résultat que sans la modification !!

Explication : l'efficacité du moteur a diminué.